

初三数学

本试卷共____页，共____分，调研时长 120 分钟

第一部分（选择题 共 16 分）



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列手机软件图标中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



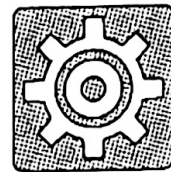
A.



B.



C.



D.

2. 下列方程中，属于一元二次方程的是（ ）.

A. $x^2 - 3x + 2 = 0$

B. $x^2 - xy = 2$

C. $x^2 + \frac{1}{x} = 2$

D. $2(x-1) = x$

3. 二次函数 $y = (x+1)^2 - 2$ 的图像的顶点坐标是（ ）.

A. (1, -2)

B. (1, 2)

C. (-1, -2)

D. (-1, 2)

4. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 4 = 0$ 的一个根是 1，则 k 的值是（ ）.

A. -1

B. -2

C. 1

D. 2

5. 如图， $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 65° 得到 $\triangle COD$ ，若 $\angle AOB = 30^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数是（ ）.

A. 30°

B. 35°

C. 45°

D. 60°

6. 将二次函数 $y = x^2$ 的图象先向右平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，可以得到函数（ ）的图象.

A. $y = (x-1)^2 + 2$

B. $y = (x-1)^2 - 2$

C. $y = (x+1)^2 + 2$

D. $y = (x+1)^2 - 2$

[键入文字]

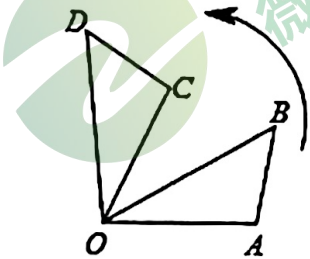


7. 近年来我国无人机产业迅猛发展, 无人机驾驶员已正式成为国家认可的新职业, 中国民用航空局的现有统计数据显示, 从 2017 年底至 2019 年底, 全国拥有民航局颁发的民用无人机驾驶执照的人数已由约 2.44 万人增加到约 6.72 万人. 若设 2017 年底至 2019 年底, 全国拥有民用无人机驾驶执照人数的年平均增长率为 x , 则可列出关于 x 的方程为 () .

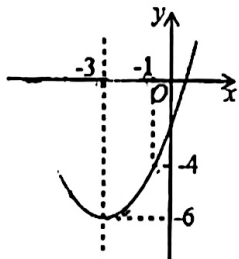
- A. $2.44(1+x)=6.72$ B. $2.44(1+2x)=6.72$
C. $2.44(1+x)^2=6.72$ D. $2.44(1-x)^2=6.72$

8. 如图, 已知顶点为 $(-3, -6)$ 的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(-1, -4)$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $b^2 - 4ac < 0$
B. $ax^2+bx+c \geq -6$
C. 若点 $(-2, m)$, $(-4, n)$ 在抛物线上, 则 $m > n$
D. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c = -4$ 的两根为 -6 和 -1



第 6 题图

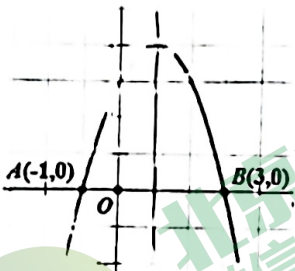


第 8 题图

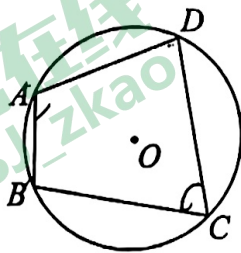
第二部分 (非选择题 共 84 分)

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

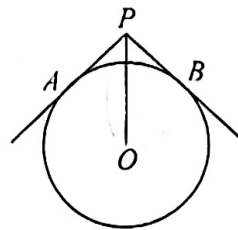
9. 点 $P(2, -3)$ 关于原点对称点 P' 的坐标 _____ .
10. 如图, 抛物线的对称轴是 _____ .
11. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 若 $\angle BAD = 110^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是 _____ .
12. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 直线 PA 、 PB 为 $\odot O$ 的切线, A 、 B 为切点, 若 $PA \perp PB$, 则 OP 的长为 _____ .
13. 写出一个过原点的二次函数表达式, 可以为 _____ .



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

14. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+k=0$ 无实数根, 则 k 的取值范围是_____.

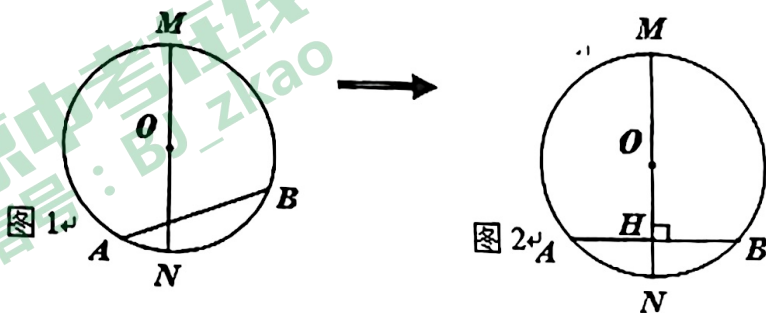
15. 点 $A(1, m)$, $B(4, n)$ 是抛物线 $y=(x-2)^2$ 上的两点, 则 m _____ n . (填 $<$, $>$ 或 $=$)

16. 在进行垂径定理的证明教学中, 老师设计了如下活动:

先让同学们在圆中作了一条直径 MN , 然后任意作了一条弦 (非直径), 如图 1,

接下来老师提出问题: 在保证弦 AB 长度不变的情况下, 如何能找到它的中点?

在同学们思考作图验证后, 小华说了自己的一种想法: 只要将弦 AB 与直径 MN 保持垂直关系, 如图 2, 它们的交点就是弦 AB 的中点. 请你说出小华此想法的依据是_____.



第 16 题图

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)

17. 解方程:

(1) $x^2=4$;

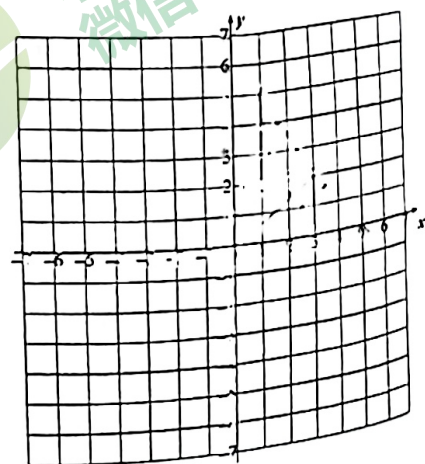
(2) $x^2-4x+3=0$.

18. 如图, 点 A 的坐标为 $(3, 2)$, 点 B 的坐标为 $(3, 0)$. 作如下操作: 以点 A 为旋转中心, 将 $\triangle ABO$ 顺时针方向旋转 90° , 得到 $\triangle AB_1O_1$.

(1) 在图中画出 $\triangle AB_1O_1$.

(2) 请直接写出点 A_1 的坐标: _____

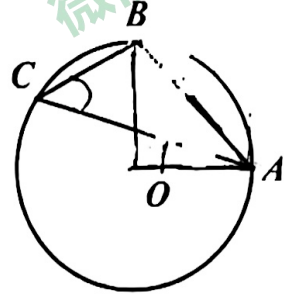
(3) 请直接写出点 B 旋转到点 B_1 所经过的路径长_____.



[键入文字]

19. 已知抛物线的顶点坐标为 $(3, -4)$ ，且过点 $(0, 5)$ ，求抛物线的表达式

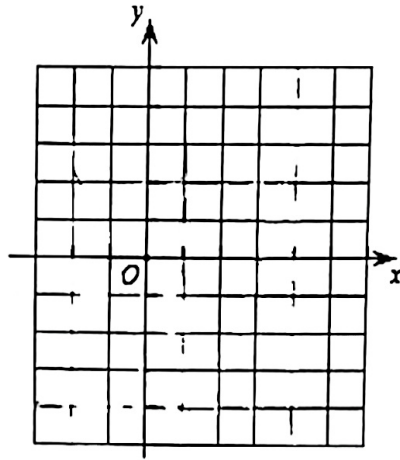
20. 已知：如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AB = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径.



21. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

(1) 用配方法将其化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 形式;

(2) 在所给的平面直角坐标系 xOy 中，画出它的图象.



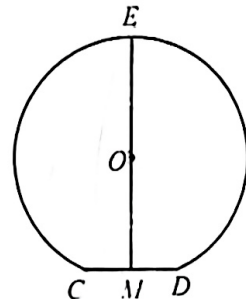
22. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$.

(1) 求证：方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个根大于 3，求 m 的取值范围.



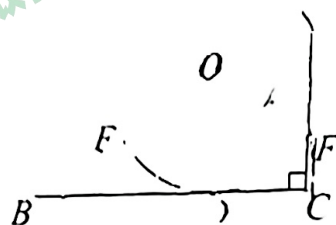
23. 如图是一个隧道的横截面，它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分. 如果 M 是 $\odot O$ 中弦 CD 的中点， EM 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E ， $CD = 10$ ， $EM = 25$. 求 $\odot O$ 的半径.



24. 已知: $\triangle ABC$ 中 $\angle ACB = 90^\circ$, E 在 AB 上, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相切于 D , 与 AC 相交于 F , 连接 AD .

(1) 求证: AD 平分 $\angle BAC$;

(2) 连接 DE , 如果 $\angle B = 30^\circ$, $DE = 1$, 求 $\odot O$ 半径.



25. 某商店经销一种健身球, 已知这种健身球的成本价为每个 20 元, 市场调查发现, 该种健身球每天的销售量 y (个) 与销售单价 x (元) 有如下关系: $y = -2x + 80$ ($20 \leq x \leq 40$). 设这种健身球每天的销售利润为 W 元.

(1) 求 W 与 x 之间 函数关系式;

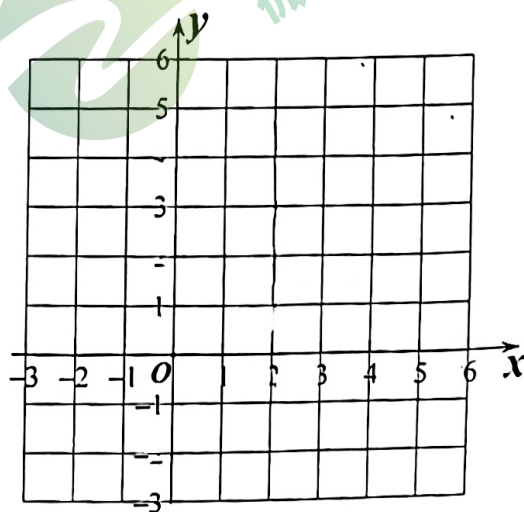
(2) 该种健身球销售单价定为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a$ 与 y 轴交于点 A 与 x 轴交于点 B 和点 C (点 B 在点 C 的左边).

(1) 求点 A 的坐标 (用含 a 的式子表示) 和对称轴;

(2) 求点 B 和点 C 的坐标;

(3) 已知点 $P(0, 1)$, $Q(3, 1)$, 如果抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 直接写出 a 的取值范围.



7. 已知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是两个不全等的等腰直角三角形, 其中 $BA=BC$, $DA=DE$, 联结 EC , 取 EC 中点 M , 联结 BM 和 DM .

1) 如图 1, 如果点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上, 那么 BM 、 DM 的数量关系与位置关系是_____.

2) 将图 1 中的 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90 度, 补全旋转后的图形, 并判断 (1) 中的结论是否仍然成立, 并说明理由.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和 $\odot C$, 给出如下定义: 如果 $\odot C$ 的半径为 r , $\odot C$ 外一点 P 到 $\odot C$ 的切线长小于或等于 $2r$, 那么点 P 叫做 $\odot C$ 的“离心点”.

(1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时,

① 在点 $P_1(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $P_2(0, -2)$, $P_3(\sqrt{5}, 0)$ 中, $\odot O$ 的“离心点”是_____;

② 点 $P(m, n)$ 在直线 $y=-x+3$ 上, 且点 P 是 $\odot O$ 的“离心点”, 求点 P 横坐标 m 的取值范围;

(2) $\odot C$ 的圆心 C 在 y 轴上, 半径为 2, 直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B . 如果线段 AB 上存在点 M 是 $\odot C$ 的“离心点”, 请直接写出圆心 C 纵坐标的取值范围.

