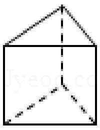
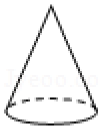
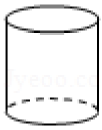
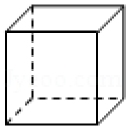
2022 北京密云初三二模

数　　学

一、选择题（本题共 16 分每小题 2 分）下面各题均有四个选项其中只有选项是符合题意的.

1．下列四个几何体中，主视图是三角形的是(　　)

A．　B．　C．　D．

2．2021 年 10 月 16 日，神舟十三号载人飞船升空并与天和核心舱自主快速交会对接航天员翟志刚、王亚平、叶光富开始了长达半年的太空驻留．农历除夕三位航天员在遥远的太空专门发来视频向祖国和人民送上祝福这是中国人首次在距离地球 400000 米的“中国宫”里迎新春、过大年．将 400000 用科学记数法表示应为(　　)

A．0.4×10^{-6}　　B．0.4×10^{6}　　C．4×10^{-5}　　D．4×10^{5}

3．实数 abc 在数轴上的对应点的位置如图所示，如果 $a+c=0$，那么下列结论正确的是(　　)

A．$b<0$　　B．$a<-b$　　C．$ab>0$　　D．$b-c>0$

4．徽章交换是现代奥林匹克运动会特有的文化活动．深受运动员、志愿者、媒体记者及工作人员的喜爱．一枚小小的徽章不仅是参与奥运盛会的证明，更是交流奥林匹克精神与世界文化的小窗口．在 2022 年北京冬奥会上徽章交换依然深受欢迎．下列徽章图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

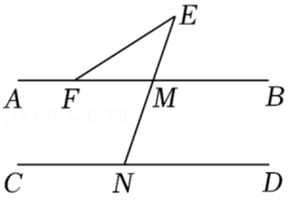
A．　B．

C．　D．

5．五边形的内角和为(　　)

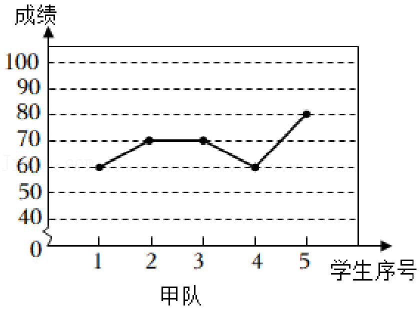
A．360°　　B．540°　　C．720°　　D．900°

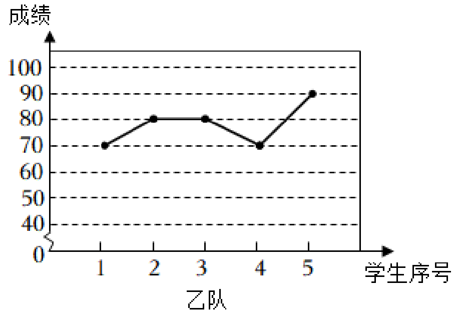
6．如图，直线 $AB//CD$，如果 $\angle EFB=31^\circ$，$\angle END=70^\circ$，那么 $\angle E$ 的度数是(　　)



A．31°　　B．40°　　C．39°　　D．70°

7．某校在评选“交通安全在我心”优秀宣传小队的活动中，分别对甲、乙两队的 5 名学生进行了交通安全知识考核，其中甲、乙两队学生的考核成绩如图所示，下列关系完全正确的是(　　)





A．$\overline{x}_{甲}<\overline{x}_{乙}$，$S_{甲}^2=S_{乙}^2$　　B．$\overline{x}_{甲}>\overline{x}_{乙}$，$S_{甲}^2=S_{乙}^2$

C．$\overline{x}_{甲}=\overline{x}_{乙}$，$S_{甲}^2>S_{乙}^2$　　D．$\overline{x}_{甲}=\overline{x}_{乙}$，$S_{甲}^2<S_{乙}^2$

8．一辆经营长途运输的货车在高速公路某加油站加满油后匀速行驶，下表记录了该货车加满油之后油箱内剩余油量 y（升）与行驶时间 x（小时）之间的相关对应数据，则 y 与 x 满足的函数关系是(　　)

行驶时间 x（小时）	0	1	2	2.5
剩余油量 y（升）	100	80	60	50

A．正比例函数关系　　B．一次函数关系

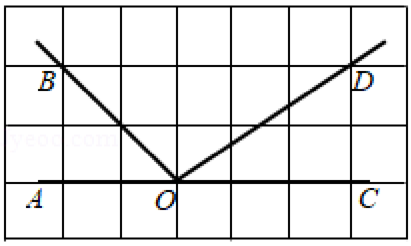
C．反比例函数关系　　D．二次函数关系

二、填空题（本题共 16 分,每小题 2 分）

9．如果二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，那么 x 的取值范围是____.

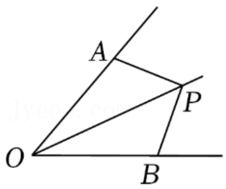
10．分解因式：$12m^2-3=$____.

11．如图所示的网格是正方形网格，点 A，B，C，D，O 是网格线交点，那么 $\angle AOB$____$\angle COD$．（填“$>$”，“$<$”或“$=$”）

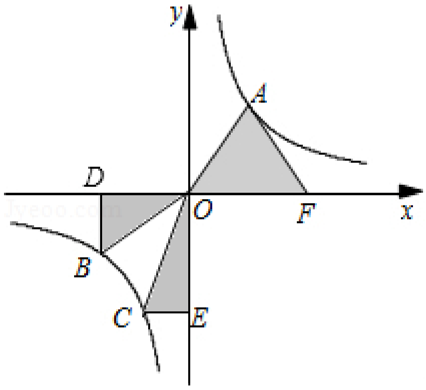


12．已知 $a^2+2a-2=0$，则代数式 $\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a^2-1}\div\frac{a+1}{a^2-2a+1}$ 的值为____.

13．如图，点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上，只需添加一个条件即可证明 $\Delta AOP\cong\Delta BOP$，这个条件可以是____.（只写一个即可不添加辅助线）



14．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A、B、C 在双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 上，$BD\perp x$ 轴于 D，$CE\perp y$ 轴于 E，点 F 在 x 轴上，且 $AO=AF$，则图中阴影部分的面积之和为____.



15．某学习小组进行摸球试验，在一个暗箱里放了 10 个只有颜色不同的小球，将小球搅匀后任意摸出一个记下颜色，并放回暗箱再次将球搅匀后任意摸出一个，不断重复．下表是实验过程中记录的摸到白球的相关数据：

摸球的次数 m	200	300	400	500	800	1000	2000
摸到白球的次数 n	115	186	246	296	476	604	1198
摸到白球的频率 $\frac{n}{m}$	0.575	0.620	0.615	0.592	0.595	0.604	0.599

请估计从暗箱中任意摸出一个球是白球的概率为 ____（精确到 0.01)，并以此推断暗箱中白球的个数为 ____．

16．某街道居委会需印制主题为“做文明有礼北京人垃圾分类从我做起”的宣传单，其附近两家图文社印制此种宣传单的收费标准如图所示：

（1）为达到及时宣传的目的，街道居委会同时在 A、B 两家图文社共印制了 1500 张宣传单，印制费用共计 179 元，则街道居委会在 A 图文社印制了 ____张宣传单；

（2）为扩大宣传力度街道，居委会还需要再加印 5000 张宣传单，在 A、B 两家图文社中选择图文社更省钱（填 A 或 B)．

三、解答题（共 68 分，其中 17～22 题每题 5 分，23～26 题每题 6 分，27、28 题每题 7 分）

17．（5 分）计算：$8+2^{-1}-2\sin 45°+(-2012)^{0}$．

18．（5 分）解不等式组$\begin{cases}2x-1\leqslant -x+2\\ x-\frac{1}{2}x<\frac{1}{3}+2x\end{cases}$，并写出它的非负整数解．

19．（5 分）阅读材料并解决问题：

已知：在 ΔABC 中，$AB>BC$．
求作：AB 边上的高线 CF．
作法：

①以点C为圆心，BC的长为半径作弧，交AB边于点D，连接CD；

②分别以点B和点D为圆心，大于$\frac{1}{2}BD$的长为半径作弧，两弧在BD下方相交于点E；

③作射线CE交BD于点F.

所以线段CF即为ΔABC的AB边的高线.

（1）使用直尺和圆规补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接BE和DE.

在ΔCDE和ΔCBE中，

$$\begin{cases}(??)=CB\\DE=BE\\CE=CE\end{cases},$$

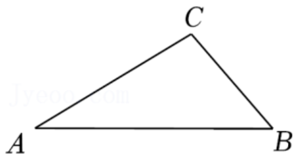
$\therefore \Delta CDE\cong\Delta CBE$，

$\therefore \angle DCE=\angle BCE$，

$\therefore CE$平分$\angle DCB$，

$\therefore$____$\perp$____，

即CF为ΔABC的AB边的高线____.（填写推理的依据）



20.（5分）已知关于x的一元二次方程$x^2+(2k-1)x+k^2-k=0$.

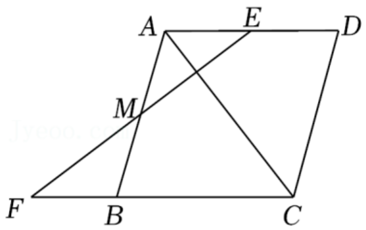
（1）求证：此方程总有两个不相等的实数根

（2）如果方程有一个根为0，求k的值.

21.（5分）如图，在平行四边形$ABCD$中，AC平分$\angle BAD$，点E为AD边中点，过点E作AC的垂线交AB于点M，交CB延长线于点F.

（1）求证：平行四边形$ABCD$是菱形；

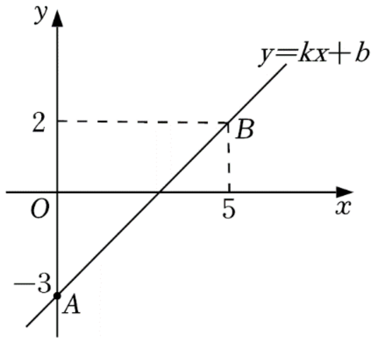
（2）若$FB=2$，$\sin F=\frac{3}{5}$，求AC的长.



22.（5分）在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b(k\neq0)$的图象经过点$A(0,-3)$和点$B(5,2)$.

（1）求这个一次函数的表达式；

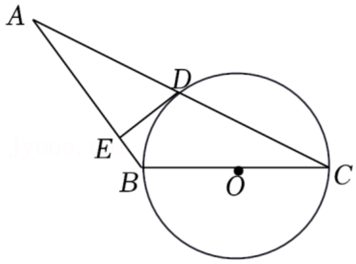
（2）当$x\geqslant2$时，对于x的每一个值，函数$y=mx+2(m\neq0)$的值小于一次函数$y=kx+b$的值，直接写出m的取值范围.



23．（6 分）如图，在ΔABC中，$AB=BC$，以BC为直径的$\odot O$与AC交于点D，DE是$\odot O$的切线．

（1）计算$\angle AED$的度数；

（2）若$\tan A=\dfrac{1}{2}$，$BC=25$，求线段DE的长．



24．（6 分）某景观公园计划在圆形水池内修建一个小型喷泉，水柱从池中心且垂直于水面的水枪喷出，水柱喷出后落于水面的形状是抛物线．现测量出如下数据，在距水枪水平距离为d米的地点水柱距离水面的高度为h米．

d（米）	0	0.5	1.0	1.5	2.5
h（米）	m	3.2	3.6	3.2	0

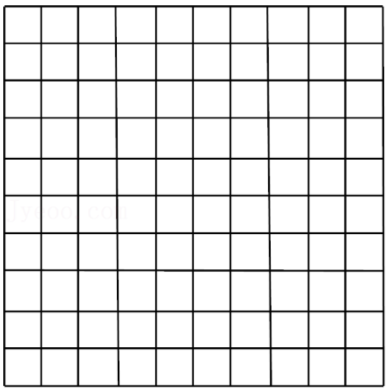
请解决以下问题：

（1）请结合表中所给数据，直接写出水柱最高点距离水面的高度为____米．

（2）在网格中建立适当的平面直角坐标系，描出表中已知各对对应值为坐标的点，并用平滑的曲线画出该函数的图象．

（3）求表格中m的值．

（4）以节水为原则，为体现公园喷泉景观的美观性，在不改变水柱形状的基础上，修建工人打算将水枪的高度上升 0.4 米．若圆形喷水池的半径为 3 米，提升水枪高度后水柱是否会喷到水池外面？请说明理由．（其中$\sqrt{10}\approx 3.2$)



25．（6 分）共享单车近日成为市民新宠，越来越多的居民选择共享单车作为出行的交通工具．为了解甲、乙两个社区居民每周使用共享单车的时间情况，从这两个社区选择共享单车出行的居民中各随机抽取了 35 人进行调研，获

得了他们每周使用共享单车时间（单位：小时）的数据并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．乙社区 35 位居民每周使用共享单车的时间数据的频数分布直方图如图．

b．乙社区 35 位居民每周使用共享单车的时间数据在 $9\leqslant x<11$ 这一组的是：9.0，9.1，9.5，10.2，10.5，10.5，10.6，10.8，10.8，10.9

c．甲、乙两社区抽调居民每周使用共享单车的时间数据的平均数和中位数如下：

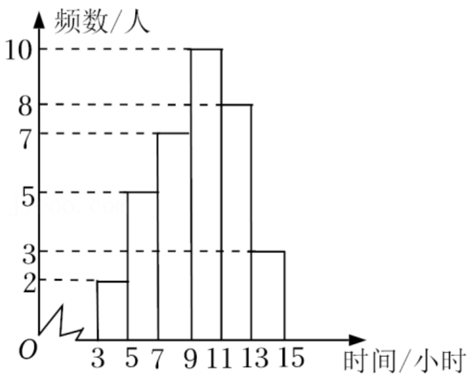
	平均数	中位数
甲社区	10.8	11.0
乙社区	10.5	m

根据以上信息回答下列问题：

（1）写出表中 m 的值；

（2）在甲社区抽取的居民中，记每周使用共享单车的时间高于他们的平均时间的居民人数为 P_1．在乙社区抽取的居民中，记每周使用共享单车的时间高于他们的平均时间的居民人数为 P_2．比较 P_1 和 P_2 的大小并说明理由；

（3）若甲社区共有 300 位居民选择使用共享单车出行，估计甲社区居民每周使用共享单车的总时长（直接写出结果）．



26．（6 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+2$ 的图象经过点 $(1,2)$．

（1）用含 a 的代数式表示 b；

（2）若该函数的图象与 x 轴的一个交点为 $(-1,0)$，求二次函数的解析式；

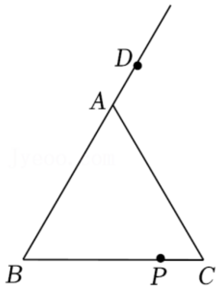
（3）当 $a<0$ 时该函数图象上的任意两点 $P(x_1,\ y_1)$、$Q(x_2,\ y_2)$，若满足 $x_1=-2$，$y_1>y_2$，求 x_2 的取值范围．

27．（7 分）如图，在等边 ΔABC 中点 D 在 BA 的延长线上，点 P 是 BC 边上的一个动点（点 P 不与点 B 重合），将线段 PD 绕点 P 逆时针旋转 $60°$ 得到线段 PE，连接 BE 和 DE．

（1）依据题意补全图形；

（2）比较 $\angle BDE$ 与 $\angle BPE$ 的大小，并证明；

（3）用等式表示线段 BE、BP 与 BD 之间的数量关系，并证明．



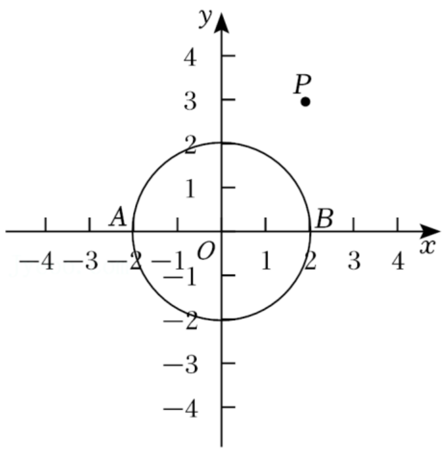
28．（7 分）对于平面直角坐标系 xOy 中的点 $P(2,3)$ 与图形 T 给出如下定义：在点 P 与图形 T 上各点连接的所有线段中，线段长度的最大值与最小值的差，称为图形 T 关于点 P 的“宽距”．

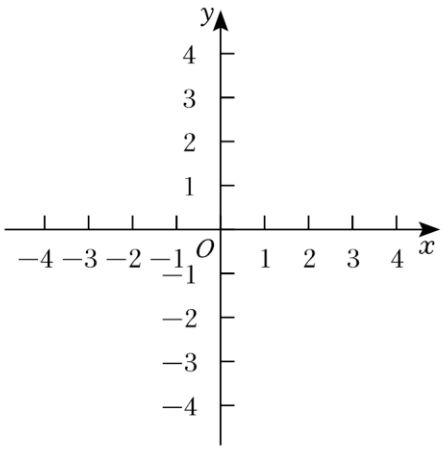
（1）如图，$\odot O$ 的半径为 2 且与 x 轴分别交于 A，B 两点．

①线段 AB 关于点 P 的“宽距”为____，$\odot O$ 关于点 P 的“宽距”为____．

②点 $M(m,0)$ 为 x 轴正半轴上的一点，当线段 AM 关于点 P 的“宽距”为 2 时，求 m 的取值范围．

（2）已知一次函数 $y=x+1$ 的图象分别与 x 轴、y 轴交于 D、E 两点，$\odot C$ 的圆心在 x 轴上且 $\odot C$ 的半径为 1．若线段 DE 上的任意一点 K，都能使得 $\odot C$ 关于点 K 的“宽距”为 2，直接写出圆心 C 的横坐标 x_C 的取值范围．





备用图

参考答案

一、选择题（本题共16分每小题2分）下面各题均有四个选项其中只有选项是符合题意的.

1.【分析】主视图是从几何体的正面看，主视图是三角形的一定是一个锥体，是长方形的一定是柱体，由此分析可得答案.

【解答】解：主视图是三角形的一定是一个锥体，只有B是锥体.

故选：B.

【点评】此题主要考查了几何体的三视图，主要考查同学们的空间想象能力.

2.【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为$a\times 10^{n}$，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数，且n比原来的整数位数少1，据此判断即可.

【解答】解：$400000=4\times 10^{5}$.

故选：D.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为$a\times 10^{n}$，其中$1\leqslant |a|<10$，确定a与n的值是解题的关键.

3.【分析】利用$a+c=0$，可得a，c互为相反数，从而判断出a，b，c表示的数，推理即可.

【解答】解：$\because a+c=0$，

$\therefore a$，c互为相反数，

$\therefore$原点在a，c中间，$b>0$，

$\therefore A$选项不符合题意；

$\because b$在原点右侧，$-b$在原点左侧，

$\because |c|>|b|$，

$\therefore |a|>|-b|$，

$\therefore a<-b$，B选项符合题意；

$\because a<0$，$b>0$，

$\therefore ab<0$，C选项不符合题意；

$b-c<0$，D选项不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查实数的大小比较，解题的关键是观察数轴，确定各点表示的数.

4.【分析】根据中心对称图形与轴对称图形的概念进行判断即可.

【解答】解：A．不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不合题意；

B．不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项不合题意；

C．既是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项符合题意；

D．不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项不合题意；

故选：C.

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与自身重合.

5.【分析】n边形的内角和是$(n-2)180°$，由此即可求出答案.

【解答】解：五边形的内角和是$(5-2)\times180°=540°$．故选：B．

【点评】本题主要考查了多边形的内角和公式，是需要熟记的内容.

6.【分析】由平行线的性质可得$\angle EMB=\angle END=70°$，再利用三角形外角的性质可求解.

【解答】解：$\because$直线$AB//CD$，

$\therefore\angle EMB=\angle END=70°$，

$\because\angle EFB=31°$，$\angle EMB=\angle E+\angle EFB$，

$\therefore\angle E=70°-31°=39°$，

故选：C．

【点评】本题主要考查平行线的性质，三角形外角的性质，求解$\angle EMB$的度数是解题的关键.

7.【分析】根据算术平均数和方差的定义解答即可.

【解答】解：由题意可知，$\overline{x}_{甲}=\dfrac{1}{5}\times\left(60+70+70+60+80\right)=68$，$\overline{x}_{乙}=\dfrac{1}{5}\times\left(70+80+80+70+90\right)=78$，

$\therefore\overline{x}_{甲}<\overline{x}_{乙}$，

由折线统计图可得$S_{甲}{}^2=S_{乙}{}^2$，

故选：A．

【点评】本题考查了平均数和方差，掌握相关定义是解答本题的关键.

8.【分析】从表格可看出，货车每行驶一小时，耗油量为20升，即余油量y与行驶时间x成一次函数关系.

【解答】解：从表格可看出，货车每行驶一小时，耗油量为20升，即余油量y与行驶时间x成一次函数关系.

故选：B．

【点评】此题主要考查了一次函数，根据已知得出y与x的函数关系式是解题的关键.

二、填空题（本题共16分,每小题2分）

9.【分析】二次根式的值为非负数，被开方数也为非负数.

【解答】解：$\because$二次根式$\sqrt{x-3}$有意义，

$\therefore x-3\geqslant0$，

$\therefore x\geqslant3$．

故答案为：$x\geqslant3$．

【点评】此题考查了二次根式有意义的条件，要明确，当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

10.【分析】首先提取公因式3，进而利用平方差公式分解因式得出即可.

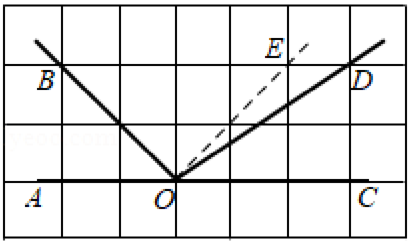
【解答】解：$12m^2-3=3(4m^2-1)=3(2m+1)(2m-1)$．

故答案为：$3(2m+1)(2m-1)$．

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确应用平方差公式是解题关键.

11.【分析】取格点E，作射线OE，则$\angle AOB=\angle COE$，依据叠合法即可得出结论.

【解答】解：如图所示，取格点E，作射线OE，则$\angle AOB=\angle COE$，



由图可得，$\angle COE > \angle COD$，

$\therefore \angle AOB > \angle COD$，

故答案为：$>$.

【点评】本题主要考查了角的大小比较，关键是掌握叠合法，即将两个角叠合在一起比较，使两个角的顶点及一边重合，观察另一边的位置.

12.【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再由已知等式得出 $a^2+2a=2$，继而代入计算即可.

【解答】解：原式 $=\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{1}{(a+1)(a-1)}\cdot\dfrac{(a-1)^2}{a+1}$

$=\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{a-1}{(a+1)^2}$

$=\dfrac{a+1}{(a+1)^2}-\dfrac{a-1}{(a+1)^2}$

$=\dfrac{2}{a^2+2a+1}$，

$\because a^2+2a-2=0$，

$\therefore a^2+2a=2$，

则原式 $=\dfrac{2}{2+1}=\dfrac{2}{3}$，

故答案为：$\dfrac{2}{3}$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

13.【分析】添加 $\angle APO=\angle BPO$，利用 ASA 判断得出 $\Delta AOP\cong\Delta BOP$.

【解答】解：$\angle APO=\angle BPO$，理由：

$\because$ 点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上，

$\therefore \angle AOP=\angle BOP$，

在 ΔAOP 和 ΔBOP 中，

$$\begin{cases}\angle AOP=\angle BOP\\ OP=OP\\ \angle APO=\angle BPO\end{cases},$$

$\therefore \Delta AOP\cong\Delta BOP(ASA)$，

故答案为：$\angle APO=\angle BPO$（答案不唯一）.

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定，全等三角形的 5 种判定方法中，选用哪一种方法，取决于题目中的已

知条件，若已知两边对应相等，则找它们的夹角或第三边；若已知两角对应相等，则必须再找一组对边对应相等，且要是两角的夹边，若已知一边一角，则找另一组角，或找这个角的另一组对应邻边．

14．【分析】过 A 作 AG 垂直于 x 轴，交 x 轴于点 G ，由 $AO=AF$ ，利用三线合一得到 G 为 OF 的中点，根据等底同高得到三角形 AOD 的面积等于三角形 AFD 的面积，再由 A ， B 及 C 三点都在反比例函数图象上，根据反比例的性质得到三角形 BOD ，三角形 COE 及三角形 AOG 的面积都相等，都为 $\frac{|k|}{2}$ ，由反比例解析式中的 k 值代入，求出三个三角形的面积，根据阴影部分的面积等于三角形 BOD 的面积 $+$ 三角形 COE 的面积 $+$ 三角形 AOG 的面积 $+$ 三角形 AFG 的面积 $=4$ 三角形 AOD 的面积，即为 $2|k|$ ，即可得到阴影部分的面积之和．

【解答】解：过 A 作 $AG\perp x$ 轴，交 x 轴于点 G ，如图所示：

$\because AO=AF$ ， $AG\perp OF$ ，

$\therefore G$ 为 OF 的中点，即 $OG=FG$ ，

$\therefore S_{\Delta OAG}=S_{\Delta FAG}$ ，

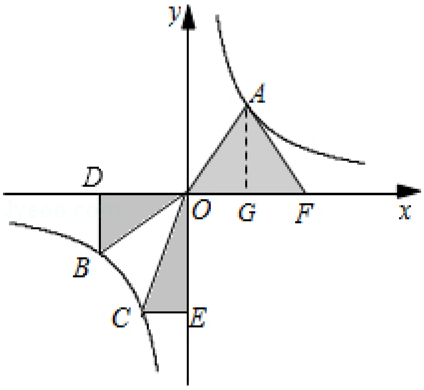
又 A ， B 及 C 点都在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 上，

$\therefore S_{\Delta OAG}=S_{\Delta BOD}=S_{\Delta COE}=\frac{|6|}{2}=3$ ，

$\therefore S_{\Delta OAG}=S_{\Delta BOD}=S_{\Delta COE}=S_{\Delta FAG}=3$ ，

则 $S_{阴影}=S_{\Delta OAG}+S_{\Delta BOD}+S_{\Delta COE}+S_{\Delta FAG}=12$ ．

故答案为：12．



【点评】此题考查了反比例函数的性质，等腰三角形的性质，以及三角形的面积求法，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 图象上的点到坐标轴的垂线，此点到原点的连线及坐标轴围成的直角三角形的面积等于 $\frac{|k|}{2}$ ，熟练掌握此性质是解本题的关键．

15．【分析】根据表格中的数据，随着实验次数的增大，频率逐渐稳定在0.6左右，即为摸出白球的概率，然后乘以箱子里总球的个数即可．

【解答】解：观察表格得：通过多次摸球试验后发现其中摸到白球的频率稳定在0.60左右，

则 $P_{白球}=0.60$ ．

暗箱中白球的个数为 $10\times 0.6=6$ （个）；

故答案为：0.60，6．

【点评】此题考查了利用频率估计概率，在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近．

16．【分析】（1）两家图文社印制此种宣传单的收费标准列方程组解答即可；

（2）分别求出在 A 、 B 两家图文社所需费用，再比较即可．

【解答】解：（1）设街道居委会在 A 图文社印制了 x 张，在 B 图文社印制了 y 张，根据题意得：

$$\begin{cases}x+y=1500\\0.11x+0.13y=179\end{cases},$$

解得 $\begin{cases}x=800\\y=700\end{cases}$，

故街道居委会在 A 图文社印制了 800 张宣传单；

故答案为：800；

（2）在 A 图文社印制 5000 张宣传单所需费用为： $5000\times0.11=550$ （元），

在 B 图文社印制 5000 张宣传单所需费用为： $2000\times0.13+(5000-2000)\times0.09=530$ （元），

$550>530$，

所以选择 B 图文社印制更省钱

故答案为： B ．

【点评】本题考查了一次函数的应用，根据题意得出 A 、 B 两家图文社所需费用与印制数量的关系是解答本题的关键．

三、解答题（共 68 分，其中 17～22 题每题 5 分，23～26 题每题 6 分，27、28 题每题 7 分）

17．【分析】先计算特殊角的三角函数值、负整数指数幂和零次幂，再计算乘法，后计算加减．

【解答】解： $8+2^{-1}-2\sin45^\circ+(-2012)^0$

$=8+\dfrac{1}{2}-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$

$=8+\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}+1$

$=9\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}$ ．

【点评】此题考查了实数的混合运算能力，关键是能确定准确的运算顺序，并能对各种运算进行准确计算．

18．【分析】分别解两个不等式，求解集的公共部分，然后再根据解集找出非负整数解即可．

【解答】解：解第一个不等式得： $x\leqslant1$，

解第二个不等式得： $x>-\dfrac{2}{9}$，

$\therefore$ 不等式组的解集是 $-\dfrac{2}{9}<x\leqslant1$，

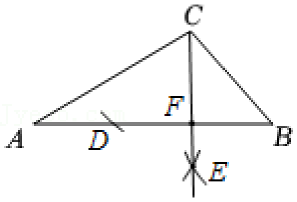
$\therefore$ 非负整数解是：0，1．

【点评】本题考查解一元一次不等式组，解题关键是熟知解一元一次不等式的步骤．

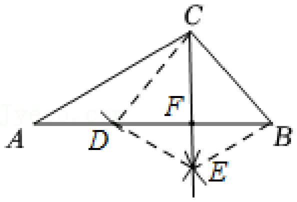
19．【分析】（1）根据几何语言画出对应的几何图形．

（2）先证明 $\Delta CDE\cong\Delta CBE$，可得到 $\angle DCE=\angle BCE$，根据等腰三角形三线合一的性质即可得出结论．

【解答】（1）解：如图，线段 CF 即为所求．



（2）证明：连接 BE 和 DE ．



在 ΔCDE 和 ΔCBE 中，

$$\begin{cases} CD = CB \\ DE = BE \\ CE = CE \end{cases},$$

$\therefore \Delta CDE \cong \Delta CBE(SSS)$，

$\therefore \angle DCE = \angle BCE$，

$\therefore CE$ 平分 $\angle DCB$，

$\therefore CF \perp BD$，

即 CF 为 ΔABC 的 AB 边的高线（三线合一）．

故答案为：CD；CF；BD；三线合一．

【点评】本题考查作图－基本作图、等腰三角形的性质，解题的关键是理解题意，掌握等腰三角形的性质．

20．【分析】（1）根据方程的系数结合根的判别式，即可得出$\triangle = 9 > 0$，由此即可证出此方程总有两个不相等的实数根；

（2）将 $x = 0$ 代入原方程，即可得出关于 k 的一元一次方程，解之即可得出 k 的值．

【解答】（1）证明：在方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - k = 0$ 中，

$\triangle = b^2 - 4ac$

$= (2k-1)^2 - 4 \times (k^2 - k)$

$= 4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 4k$

$= 1 > 0$，

$\therefore$此方程总有两个不相等的实数根．

（2）解：将 $x = 0$ 代入 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - k = 0$ 中，

$k^2 - k = 0$，解得：$k = 0$ 或 1．

$\therefore$如果方程有一个根为 0，k 的值为 0 或 1．

【点评】本题考查了根的判别式以及一元二次方程的解，解题的关键是：（1）牢记“当$\triangle > 0$时，方程有两个不相等的实数根”；（2）将 $x = 0$ 代入原方程求出 k 值．

21．【分析】（1）证 $\angle BCA = \angle BAC$，得出 $AB = CB$，即可得出结论；

（2）连接 BD，交 AC 于 O，由菱形的性质得 $AD//BC$，$BD \perp AC$，$OA = OC = \frac{1}{2}AC$，再证 $EF//BD$，则四边形 $EFBD$ 是平行四边形，得出 $\angle ADO = \angle F$，$DE = FB = 2$，求出 $AD = 4$，然后由锐角三角函数求出 $OA = \frac{12}{5}$，即可得出结果．

【解答】（1）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，

$\therefore \angle DAC = \angle BCA$，

$\because AC$ 平分 $\angle BAD$，

$\therefore \angle DAC = \angle BAC$，

$\therefore \angle BCA = \angle BAC$，

$\therefore AB = CB$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）解：连接 BD，交 AC 于 O，如图所示：

由（1）得：四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD//BC$，$BD \perp AC$，$OA = OC = \frac{1}{2}AC$，

$\therefore \angle AOD = 90°$，

$\because EF \perp AC$，

$\therefore EF//BD$，

$\therefore$ 四边形 $EFBD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle ADO = \angle F$，$DE = FB = 2$，

$\therefore \sin F = \sin\angle ADO = \frac{3}{5}$，

$\because$ 点 E 为 AD 边中点，

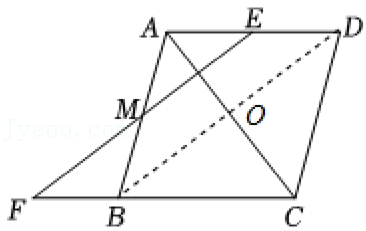
$\therefore AD = 2DE = 4$，

在 RtΔAOD 中，$\sin\angle ADO = \frac{OA}{AD}$，

$\therefore \frac{3}{5} = \frac{OA}{4}$，

$\therefore OA = \frac{12}{5}$，

$\therefore AC = 2OA = 2\times\frac{12}{5} = \frac{24}{5}$．



【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质、菱形的判定与性质、平行线的性质、角平分线定义、锐角三角函数

的定义等知识；熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键．

22．【分析】（1）通过待定系数法将 $A(0,-3)$ 和点 $B(5,2)$ 代入解析式求解即可．

（2）解不等式 $mx+2<x-3$，得到：$(m-1)x<5$，再分情况讨论即可．

【解答】解：（1）将 $A(0,-3)$ 和点 $B(5,2)$ 代入 $y=kx+b$，

得：$\begin{cases}-3=b\\2=5k+b\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=1\\b=-3\end{cases}$，

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=x-3$；

（2）由题意得：$mx+2<x-3$，得：$(m-1)x<-5$，

①当 $m-1>0$ 时，$x<\dfrac{-5}{m-1}$（不合题意，舍去）；

②当 $m-1<0$ 时，$x>\dfrac{-5}{m-1}$，

$\therefore \begin{cases}m-1<0\\\dfrac{-5}{m-1}<2\end{cases}$，解得：$m\geqslant\dfrac{7}{2}$，

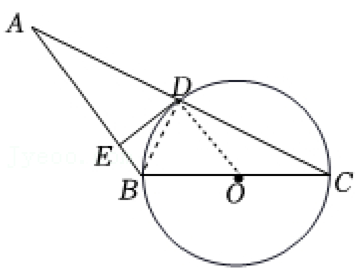
$\therefore m$ 的取值范围为：$m<-\dfrac{3}{2}$．

【点评】本题考查待定系数法解一次函数解析式及一次函数和不等式的关系，解题关键是熟练掌握一次函数的性质．

23．【分析】（1）连接 OD，BD，根据切线的性质可得 $\angle ODE=90^{\circ}$，再利用直径所对的圆周角是直角可得 $\angle BDC=90^{\circ}$，然后再利用等腰三角形的三线合一性质可得 BD 平分 $\angle ABC$，再利用角平分线和等腰三角形证明 $AB//OD$，最后利用平行线的性质，即可解答；

（2）根据等边对等角可得 $\tan A=\tan C=\dfrac{1}{2}$，再在 Rt$\Delta$BDC 中，利用锐角三角函数的定义可得 $\tan C=\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{1}{2}$，然后设 $BD=a$，则 $DC=2a$，从而在 RtΔBDC 中，利用勾股定理求出 BD，DC 的长，进而利用等腰三角形的三线合一性质可得 $AD=DC$，最后证明 $\Delta AED\backsim\Delta CDB$，利用相似三角形的性质进行计算即可解答．

【解答】解：（1）连接 OD，BD，



$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线，点 D 为切点，

$\therefore \angle ODE=90^{\circ}$，

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BDC=90^{\circ}$，

$\because AB = BC$，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$，

$\because OB = OD$，

$\therefore \angle CBD = \angle ODB$，

$\therefore \angle ODB = \angle ABD$，

$\therefore AB//OD$，

$\therefore \angle AED = \angle ODE = 90^\circ$，

$\therefore \angle AED$ 的度数为 90°；

（2）$\because AB = BC$，

$\therefore \angle A = \angle C$，

$\therefore \tan A = \tan C = \frac{1}{2}$，

在 RtΔBDC 中，$\tan C = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$，

$\therefore$ 设 $BD = a$，则 $DC = 2a$，

$\because BD^2 + DC^2 = BC^2$，

$\therefore a^2 + (2a)^2 = 625$，

$\therefore a = 5\sqrt{5}$ 或 $a = -5\sqrt{5}$（舍去），

$\therefore BD = 5\sqrt{5}$，$DC = 10\sqrt{5}$，

$\because AB = BC$，$BD \perp AC$，

$\therefore AD = DC = 10\sqrt{5}$，

$\because \angle AED = \angle BDC = 90^\circ$，

$\therefore \Delta AED \backsim \Delta CDB$，

$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{AD}{CB}$，

$\therefore \frac{DE}{5\sqrt{5}} \frac{10\sqrt{5}}{25}$，

$\therefore DE = 10$，

$\therefore DE$ 的长为 10．

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，解直角三角形，圆周角定理，切线的性质，等腰三角形的性质，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

24．【分析】（1）根据表格中的数据可得答案；

（2）建立坐标系，描点、用平滑的曲线连接即可；

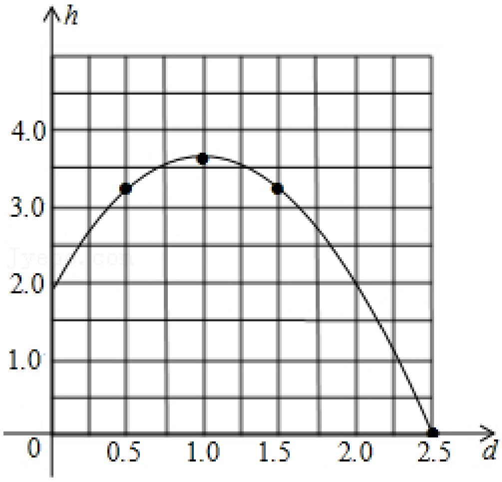
（3）观察图象并根据二次函数图象的性质求出最高点的高度，设二次函数的顶点式，求解即可；

（4）由题意知设出二次函数图象平移后的解析式，根据题意求解即可．

【解答】解：（1）水柱最高点距离水面的高度为 3.6 米，

故答案为：3.6；

（2）如图，



（3）设 $h=a(d-1)^2+3.6$，

把 $(2.5,0)$ 代入得，$a=-1.6$，

$\therefore h$ 与 d 的关系式为 $h=-1.6(d-1)^2+3.6$，

当 $d=0$ 时，$m=2$，

答：m 的值是 2；

（4）水柱不会喷到水池外面．

理由：$\because$ 水枪的高度上升 0.4 米，

$\therefore$ 上升后 $h=-1.6(d-1)^2+4$，

令 $h=0$，则 $0=-1.6(d-1)^2+4$，

解得 $d=1\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$（负值舍去），

$\because 1+\dfrac{\sqrt{10}}{2}\approx 2.6<3$，

$\therefore$ 水柱不会喷到水池外面．

【点评】本题考查了二次函数的应用，二次函数解析式，二次函数图象的平移．解题的关键在于熟练掌握二次函数的图象建立二次函数模型．

25．【分析】（1）根据中位数的定义，将乙社区 35 位居民每周使用共享单车的时间数据按从小到大排序，找出处在第 18 位的数据即可．

（2）根据 P_1 和 P_2 表示的意义，结合甲、乙两个社区抽调居民每周使用共享单车的时间数据的平均数和中位数，可得出答案．

（3）根据甲社区抽调居民每周使用共享单车的时间数据的平均数以及社区居民总数进行计算即可．

【解答】解：（1）将乙社区 35 位居民每周使用共享单车的时间数据按从小到大排序，

可知第 18 个数据落在 $9\leqslant x<11$ 这一组，

$\because 2+5+7+4=18$，

$\therefore$ 乙社区抽调居民每周使用共享单车的时间数据的中位数为 10.2．

$\therefore m=10.2$．

（2）$P_1 > P_2$.

理由：$\because$ 甲社区抽调居民每周使用共享单车的时间数据的平均数为 10.8 小时，中位数为 11.0 小时，平均数低于中位数，

$\therefore$ 在甲社区抽调的居民中，每周使用共享单车的时间高于他们的平均时间的居民人数为 $P_1 \geqslant 18$，

$\because$ 乙社区抽调居民每周使用共享单车的时间数据的平均数为 10.5 小时，中位数为 10.2 小时，平均数高于中位数，

$\therefore$ 在乙社区抽调的居民中，每周使用共享单车的时间高于他们的平均时间的居民人数为 $P_2 = 4 + 8 + 3 = 15$，

$\therefore P_1 > P_2$.

（3）根据题意可得，

估计甲社区居民每周使用共享单车的总时长为 $300 \times 10.8 = 3240$（小时）.

答：估计甲社区居民每周使用共享单车的总时长为 3240 小时.

【点评】本题考查频数分布直方图、平均数、中位数，掌握平均数和中位数的意义是解答本题的关键.

26.【分析】（1）将点 $(1,2)$ 代入二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 可得答案；

（2）由（1）得，$y = ax^2 - ax + 2$，再将 $(-1,0)$ 代入 $y = ax^2 - ax + 2$，即可解决问题；

（3）由（1）得，$b = -a$，则二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$，再分当 $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > \frac{1}{2}$，分别可得答案.

【解答】解：（1）将点 $(1,2)$ 代入二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 得，

$a + b + 2 = 2$，

$\therefore b = -a$；

（2）由（1）得，$y = ax^2 - ax + 2$，

再将 $(-1,0)$ 代入 $y = ax^2 - ax + 2$ 得，

$a + a + 2 = 0$，

$\therefore a = -1$，

$\therefore b = 1$，

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = -x^2 + x + 2$；

（3）由（1）得，$b = -a$，

$\therefore$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$，

$\because a < 0$，

$\therefore$ 当 $x < \frac{1}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大，

$\because x_1 = -2$，$y_1 > y_2$，

$\therefore x_2 < -2$，

当 $x > \frac{1}{2}$ 时，y 随 x 的增大而减小，

$\because P(-2, y_1)$ 关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 的对称点坐标为 $(3, y_1)$，

$\therefore x_2 > 3$，

综上：$x_2 < -2$ 或 $x_2 > 3$．

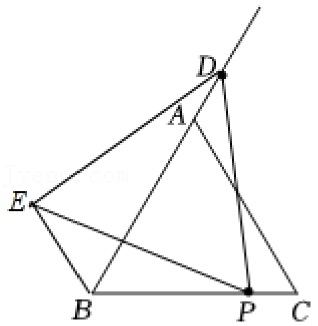
【点评】本题是二次函数综合题，主要考查了二次函数的性质，函数图象上点的坐标的特征，熟练掌握二次函数的增减性是解题的关键．

27．【分析】（1）依照题意可画出图形；

（2）由旋转的性质可证 ΔPDE 是等边三角形，由三角形的内角和定理可求解；

（3）由“SAS”可证 $\Delta DEF \cong \Delta PEB$，可得 $EF = BF$，$\angle EBP = \angle EFD$，可得结论．

【解答】解：（1）如图所示：



（2）$\angle BDE = \angle BPE$，理由如下：

$\because$ 将线段 PD 绕点 P 逆时针旋转 $60°$ 得到线段 PE，

$\therefore PD = PE$，$\angle DPE = 60°$，

$\therefore \Delta PDE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DPE = \angle PDE = 60°$，

$\therefore \angle BPE + \angle DPC = 120°$，

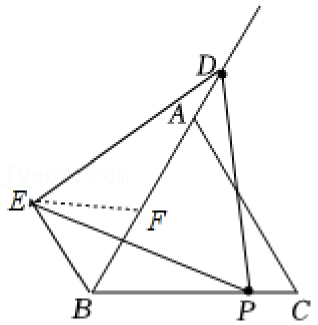
$\therefore \angle BPE = 120° - \angle DPC$，

$\because \angle BDP = \angle DPC - 60°$，

$\therefore \angle BDE = 60° - \angle BDP = 60° - (\angle DPC - 60°) = 120° - \angle DPC$，

$\therefore \angle BDE = \angle BPE$；

（3）$BD = BE + BP$，理由如下：



如图，在 BD 上截取 $DF = BP$，连接 EF，

由（2）可知：$\angle BDE = \angle BPE$，

在 ΔDEF 和 ΔPEB 中，

$\begin{cases} DE = PE \\ \angle BDE = \angle BPE \\ DF = BP \end{cases}$，

$\therefore \Delta DEF \cong \Delta PEB(SAS)$，

$\therefore EF = BF$， $\angle EBP = \angle EFD$，

$\therefore \angle EBF = \angle EFB$，

$\because \angle EFB + \angle EFD = 2\angle EBF + \angle DBC = 180^\circ$，

$\therefore \angle EBF = 60^\circ$，

$\therefore \Delta BEF$ 是等边三角形，

$\therefore BE = BF$，

$\because BD = BF + DF$，

$\therefore BD = BE + BP$．

【点评】本题是几何变换综合题，考查了全等三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，旋转的性质等知识，灵活运用这些性质解决问题是解题的关键．

28．【分析】（1）①根据“宽距”的定义分别计算线段 AB 关于点 P 的“宽距”和 $\odot O$ 关于点 P 的“宽距”；

②分两种情况：当 $0 < m < 2$ 时，“宽距” $= PA - PM < 2$，不符合题意；当 $m \geqslant 2$ 时，可得最大值是 5，列式为 $\sqrt{(m-2)^2+3^2} = 5$，可解答；

（2）先计算点 D 和 E 的坐标，分两种情况：①当点 $C(x_C$， $0)$ 在点 D 的左侧，如图 2，且 $\odot C$ 经过点 D 时，②当点 $C(x_C$， $0)$ 在点 D 的右侧，且 $\odot C$ 与直线 $y = x + 1$ 相切于点 N，如图 3，连接 CN，则 $CN \perp DE$，同理可得结论．

【解答】解：（1）①如图 1，连接 PA，PB，

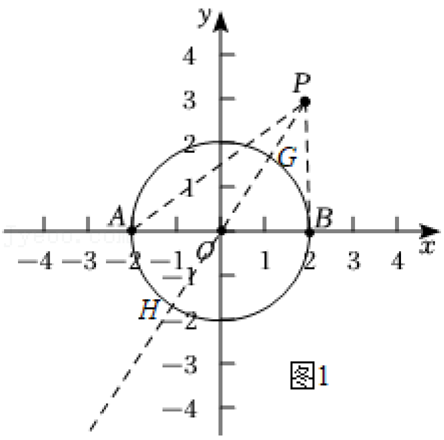


图1

由图可知：$A(-2,0)$，$B(2,0)$，

$\therefore AB = 4$，

$\because P(2,3)$，

$\therefore PB \perp x$ 轴，

$\therefore PB = 3$， $PA = \sqrt{(2+2)^2+3^2} = 5$，

$\therefore$线段 AB 关于点 P 的“宽距”为 $5 - 3 = 2$；

作射线 PO 交 $\odot O$ 于 G， H，

则点 P 与 $\odot O$ 上各点连接的所有线段中，线段 PH 长度最大， PG 的长度最小，

$\therefore \odot O$ 关于点 P 的“宽距”为 $PH-PG=GH=4$，

故答案为：2，4；

②$\because$ 点 $M(m,0)$ 为 x 轴正半轴上的一点，

$\therefore m>0$，

当 $0<m<2$ 时， PA 长度是最大值， PM 长度是最小值，“宽距” $=PA-PM<2$，不符合题意；

当 $m\geqslant 2$ 时，

$\because P(2,3)$，

$\therefore$ 点 P 到 x 轴的最短距离为 3，即点 P 到 AM 的最短距离为 3，

$\because$ 线段 AM 关于点 P 的“宽距”为 2，

$\therefore$ 当 PM 长度是最大时，最大值是 $2+3=5$，

$\therefore PM$ 的最大值 $=\sqrt{(m-2)^2+3^2}=5$，

解得： $m=6$ 或 $m=-2$（舍），

$\therefore 2\leqslant m\leqslant 6$；

（2）如图 2，在直线 $y=x+1$ 中，令 $x=0$ 时， $y=1$，令 $y=0$ 时， $x=-1$，

$\therefore D(-1,0)$， $E(0,1)$，

$\therefore OD=OE=1$，

$\therefore \angle ODE=45^\circ$，

当点 $C(x_C,\ 0)$ 在点 D 的左侧，如图 2，且 $\odot C$ 经过点 D 时，

$\because \odot C$ 的半径为 1，

$\therefore x_C=-2$，

由（1）①第二空可知，当 $x_C\leqslant -2$ 时，线段 DE 上任意一点 K 都能使得 $\odot C$ 关于 K 的“宽距”为 2，

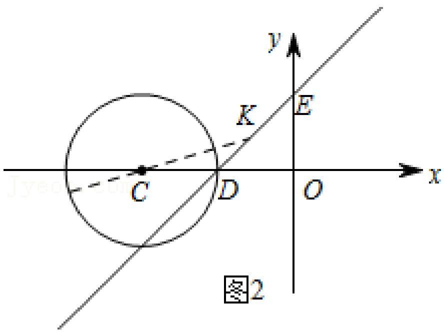


图2

当点 $C(x_C,\ 0)$ 在点 D 的右侧，且 $\odot C$ 与直线 $y=x+1$ 相切于点 N，如图 3，连接 CN，则 $CN\perp DE$，

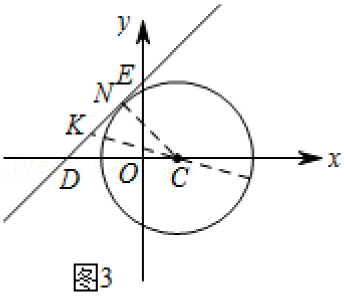


图3

$\therefore CN=1$，

$\because \angle ODE=45^{\circ}$，

$\therefore \angle DCN=90^{\circ}-\angle ODE=45^{\circ}$，

$\therefore DN=CN=1$，

$\therefore CD=\sqrt{DN^{2}+CN^{2}}=\sqrt{1^{2}+1^{2}}=\sqrt{2}$，

$\therefore OC=CD-OD=\sqrt{2}-1$，

由（1）①第 2 空可知：当 $x_{C}\geqslant\sqrt{2}-1$时，线段 DE 上任意一点 K 都能使得$\odot C$ 关于 K 的"宽距"为 2，

综上，圆心 C 的横坐标 xC 的取值范围为 $x_{C}\leqslant-2$ 或 $x_{C}\geqslant\sqrt{2}-1$．

【点评】此题是圆与一次函数综合题，也是新定义问题，主要考查了平面内一点到圆上各点的最大值和最小值问题，"宽距"的定义，点到直线的距离和点到圆上最近距离的特点，掌握新定义是解本题的关键．