

2018 北京市西城区初二（下）期末

数 学

试卷满分：100 分，考试时间：100 分钟



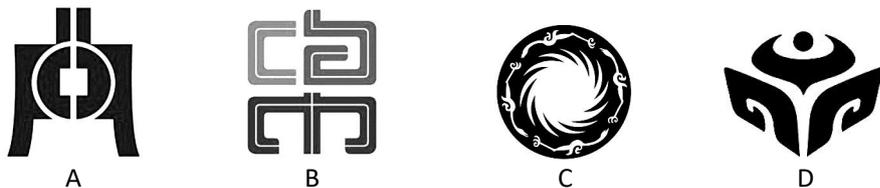
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是 () .

- A. $x < 3$ B. $x \geq 3$ C. $x \geq 0$ D. $x \neq 3$

2. 《国家宝藏》节目立足于中华文化宝库资源，通过对文物的梳理与总结，演绎文物背后的故事与历史，让更多的观众走进博物馆，让一个个馆藏文物鲜活起来。下面四幅图是我国一些博物馆的标志，其中是中心对称图形的是 () .



3. 下列条件中，不能判定一个四边形是平行四边形的是 () .

- A. 两组对边分别平行 B. 两组对边分别相等
C. 两组对角分别相等 D. 一组对边平行且另一组对边相等

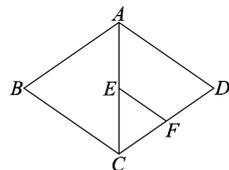
4. 若点 A (1, m), B (4, n) 都在反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象上，则 m 与 n 的大小关系是 () .

- A. $m < n$ B. $m > n$ C. $m = n$ D. 无法确定

5. 如图，菱形 ABCD 中，点 E, F 分别是 AC, DC 的中点。

若 EF=3，则菱形 ABCD 的周长为 () .

- A. 12 B. 16 C. 20 D. 24



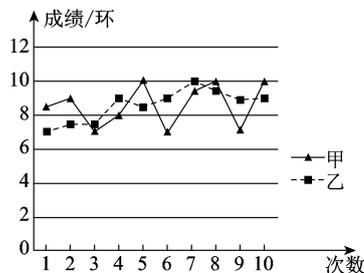
6. 近几年，手机支付用户规模增长迅速，据统计 2015 年手机支付用户约为 3.58 亿人，连续两年增长后，2017 年手机支付用户达到约 5.27 亿人。如果设这两年手机支付用户的年平均增长率为 x ，则根据题意可以列出方程为 () .

- A. $3.58(1+x) = 5.27$ B. $3.58(1+2x) = 5.27$

- C. $3.58(1+x)^2 = 5.27$ D. $3.58(1-x)^2 = 5.27$

7. 甲、乙两位射击运动员的 10 次射击练习成绩的折线统计图如图所示，则下列关于甲、乙这 10 次射击成绩的说法中正确的是 () .

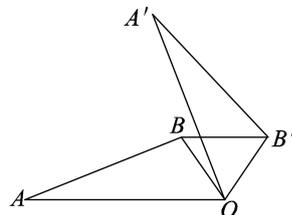
- A. 甲的成绩相对稳定，其方差小
B. 乙的成绩相对稳定，其方差小
C. 甲的成绩相对稳定，其方差大
D. 乙的成绩相对稳定，其方差大



8. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 a, b, c ，且关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2ax + c^2 - b^2 = 0$ 有两个相等的实数根，则可推断 $\triangle ABC$ 一定是 () .

- A. 等腰三角形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 钝角三角形

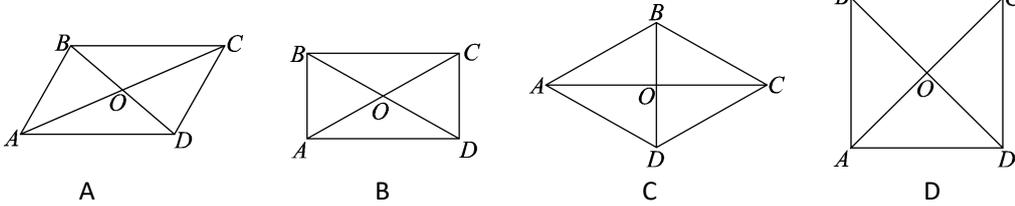
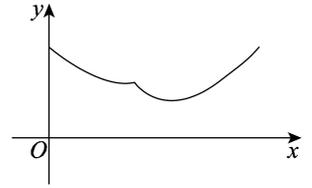
9. 如图，在 $\triangle OAB$ 中， $\angle AOB = 55^\circ$ ，将 $\triangle OAB$ 在平面内绕点 O 顺时针



旋转到 $\triangle OA'B'$ 的位置,使得 $BB' \parallel AO$,则旋转角的度数为()。

- A. 125° B. 70° C. 55° D. 15°

10. 已知某四边形的两条对角线相交于点 O 。动点 P 从点 A 出发,沿四边形的边按 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径匀速运动到点 C 。设点 P 运动的时间为 x ,线段 OP 的长为 y ,表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如右图所示,则该四边形可能是()。

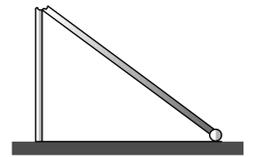


二、填空题(本题共 24 分,每小题 3 分)

11. 计算: $3\sqrt{5} - \sqrt{2} \times \sqrt{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

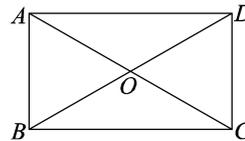
12. 若平行四边形中两个内角的度数比为 1:2,则其中一个较小的内角的度数是 $\underline{\hspace{1cm}}$ °.

13. 如图,一根垂直于地面的木杆在离地面高 3m 处折断,若木杆折断前的高度为 8m,则木杆顶端落在地面的位置离木杆底端的距离为 $\underline{\hspace{1cm}}$ m.



14. 将一元二次方程 $x^2 + 8x + 13 = 0$ 通过配方转化成 $(x+n)^2 = p$ 的形式(n, p 为常数),则 $n = \underline{\hspace{1cm}}$, $p = \underline{\hspace{1cm}}$.

15. 如图,在矩形 ABCD 中,对角线 AC, BD 相交于点 O,若 $\angle AOD = 120^\circ$, $AB = 2$,则 BC 的长为 $\underline{\hspace{1cm}}$.



16. 已知一个反比例函数的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象有交点,请写出一个满足上述条件的反比例函数的表达式: $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 某汽车制造商对新投入市场的两款汽车进行了调查,这两款汽车的各项得分如下表所示:

汽车型号	安全性能	省油效能	外观吸引力	内部配备
A	3	1	2	3
B	3	2	2	2

(得分说明: 3 分——极佳, 2 分——良好, 1 分——尚可接受)

(1) 技术人员认为安全性能、省油效能、外观吸引力、内部配备这四项的占比分别为 30%, 30%, 20%, 20%, 并由此计算得到 A 型汽车的综合得分为 2.2, B 型汽车的综合得分为 $\underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 请你写出一种各项的占比方式,使得 A 型汽车的综合得分高于 B 型汽车的综合得分。(说明: 每一项的占比大于 0, 各项占比的和为 100%)

答: 安全性能: $\underline{\hspace{1cm}}$, 省油效能: $\underline{\hspace{1cm}}$, 外观吸引力: $\underline{\hspace{1cm}}$, 内部配备: $\underline{\hspace{1cm}}$.

18. 已知三角形纸片 ABC 的面积为 48, BC 的长为 8. 按下列步骤将三角形纸片 ABC 进行裁剪和拼图:

第一步: 如图 1, 沿三角形 ABC 的中位线 DE 将纸片剪成两部分. 在线段 DE 上任意取一点 F, 在线段 BC 上任意取一点 H, 沿 FH 将四边形纸片 DBCE 剪成两部分;

第二步: 如图 2, 将 FH 左侧纸片绕点 D 旋转 180° , 使线段 DB 与 DA 重合; 将 FH 右侧纸片绕点 E 旋转 180° , 使线段 EC 与 EA 重合, 再与三角形纸片 ADE 拼成一个与三角形纸片 ABC 面积相等的四边形纸片.

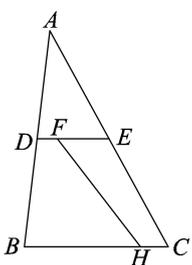


图 1

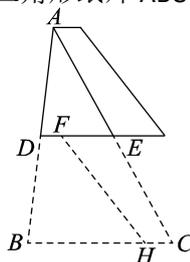


图 2

(1) 当点 F, H 在如图 2 所示的位置时, 请按照第二步的要求, 在图 2 中补全拼接成的四边形;

(2) 在按以上步骤拼成的所有四边形纸片中, 其周长的最小值为_____.

三、解答题 (本题共 46 分, 第 19 题 8 分, 第 24、25 题每小题 7 分, 其余每小题 6 分)

19. 解方程:

(1) $x^2 - 4x - 5 = 0$;

(2) $2x^2 - 2x - 1 = 0$.

解:

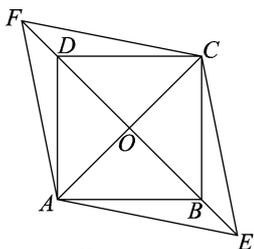
解:

20. 如图, 正方形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 将 BD 向两个方向延长, 分别至点 E 和点 F, 且使 BE=DF.

(1) 求证: 四边形 AECF 是菱形;

(2) 若 AC=4, BE=1, 直接写出菱形 AECF 的边长.

(1) 证明:



(2) 菱形 AECF 的边长为_____.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+1)x + 2k - 2 = 0$.

(1) 求证: 此方程总有两个实数根;

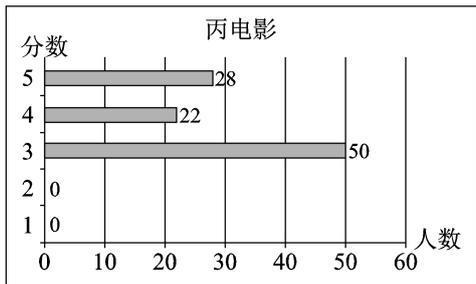
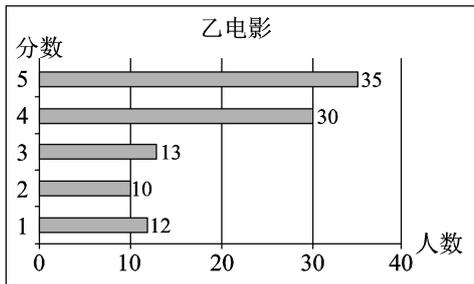
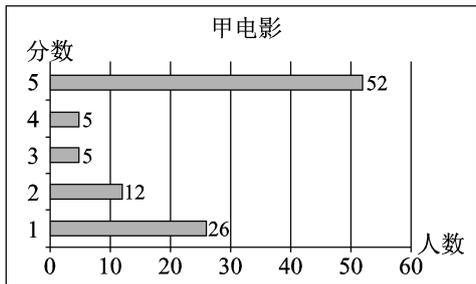
(2) 若此方程有一个根大于 0 且小于 1, 求 k 的取值范围.

(1) 证明:

(2) 解:

22. 小梅在浏览某电影评价网站时, 搜索了最近关注到的甲、乙、丙三部电影, 网站通过对观众的抽样调查, 得到这三部电影的评分数据统计图分别如下:

甲、乙、丙三部电影评分情况统计图



说明: 5分——特别喜欢,
4分——喜欢,
3分——一般,
2分——不喜欢,
1分——很不喜欢.

根据以上材料回答下列问题:

(1) 小梅根据所学的统计知识, 对以上统计图中的数据进行了分析, 并通过计算得到这三部电影抽样调查的样本

容量，观众评分的平均数、众数、中位数，请你将下表补充完整：

甲、乙、丙三部电影评分情况统计表

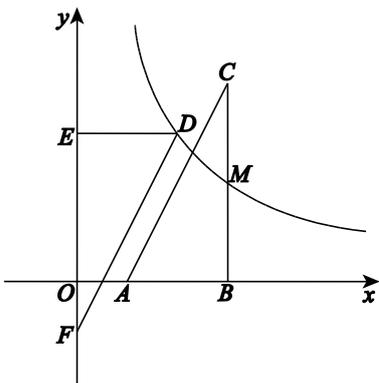
电影	样本容量	平均数	众数	中位数
甲	100	3.45		5
乙		3.66	5	
丙	100		3	3.5

(2) 根据统计图和统计表中的数据，可以推断其中_____电影相对比较受欢迎，理由是_____。(至少从两个不同的角度说明你推断的合理性)

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $Rt\triangle ABC$ 的直角边 AB 在 x 轴上， $\angle ABC=90^\circ$ 。点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ，点 C 的坐标为 $(3, 4)$ ， M 是 BC 边的中点，函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 M 。

- 求 k 的值；
- 将 $\triangle ABC$ 绕某个点旋转 180° 后得到 $\triangle DEF$ (点 A, B, C 的对应点分别为点 D, E, F)，且 EF 在 y 轴上，点 D 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，求直线 DF 的表达式。

解：(1)



(2)

24. 在矩形 $ABCD$ 中， BE 平分 $\angle ABC$ 交 CD 边于点 E 。点 F 在 BC 边上，且 $FE \perp AE$ 。

- 如图 1，
 - $\angle BEC =$ _____ $^\circ$ ；
 - 在图 1 已有的三角形中，找到一对全等的三角形，并证明你的结论；
- 如图 2， $FH \parallel CD$ 交 AD 于点 H ，交 BE 于点 M 。 $NH \parallel BE$ ， $NB \parallel HE$ ，连接 NE 。若 $AB=4$ ， $AH=2$ ，求 NE 的长。

解：(1) ② 结论： \triangle _____ \cong \triangle _____；

证明：

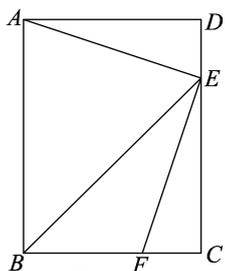


图 1

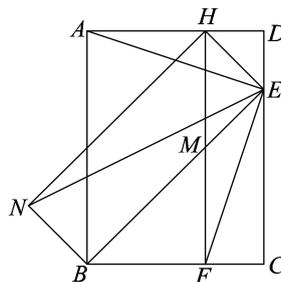


图 2

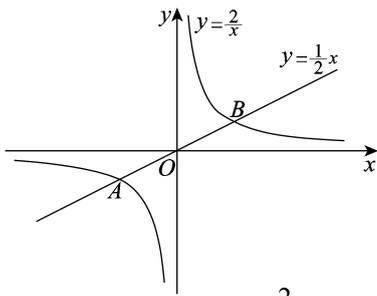
(2)

25. 当 k 值相同时, 我们把正比例函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 叫做“关联函数”, 可以通过图象研究“关联函数”

的性质. 小明根据学习函数的经验, 先以 $y = \frac{1}{2}x$ 与 $y = \frac{2}{x}$ 为例对“关联函数”进行了探究.

下面是小明的探究过程, 请你将它补充完整:

(1) 如图, 在同一坐标系中画出这两个函数的图象. 设这两个函数图象的交点分别为 A, B , 则点 A 的坐标为 $(-2, -1)$, 点 B 的坐标为_____;



(2) 点 P 是函数 $y = \frac{2}{x}$ 在第一象限内的图象上一个动点 (点 P 不与点 B 重合), 设点 P 的坐标为 $(t, \frac{2}{t})$, 其中 $t > 0$ 且 $t \neq 2$.

①结论 1: 作直线 PA, PB 分别与 x 轴交于点 C, D , 则在点 P 运动的过程中, 总有 $PC=PD$.

证明: 设直线 PA 的解析式为 $y = ax + b$, 将点 A 和点 P 的坐标代入,

$$\text{得 } \begin{cases} -1 = -2a + b, \\ \frac{2}{t} = at + b. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{t}, \\ b = \frac{2-t}{t}. \end{cases} \text{ 则直线 } PA \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{t}x + \frac{2-t}{t}.$$

令 $y = 0$, 可得 $x = t - 2$, 则点 C 的坐标为 $(t - 2, 0)$.

同理可求, 直线 PB 的解析式为 $y = -\frac{1}{t}x + \frac{t+2}{t}$, 点 D 的坐标为_____.

请你继续完成证明 $PC=PD$ 的后续过程:

②结论 2: 设 $\triangle ABP$ 的面积为 S , 则 S 是 t 的函数. 请你直接写出 S 与 t 的函数表达式.

考试结束后, 你可以对点 P 在函数 $y = \frac{2}{x}$ 的第三象限内图象上的情况进行类似的研究哟!

附加题

试卷满分: 20 分

一、填空题 (本题共 12 分, 每小题 6 分)

1. 观察下面的表格, 探究其中的规律并填空:

(3) 如图 3, 点 D, E 在 $\angle BAC$ 的内部, $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 分别是以 AB, AC 为斜边的直角三角形, 且 $\angle BAD = \angle CAE = \alpha$, 连接 MD, ME . 直接写出 $\angle DME$ 的度数 (用含 α 的式子表示).

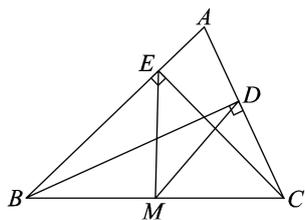


图 1

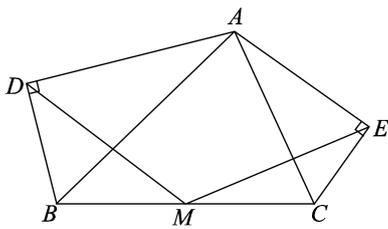


图 2

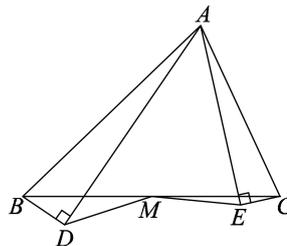


图 3

解: (2) ①

②

(3) $\angle DME =$





数学试题答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	A	D	C	B	C	B	A

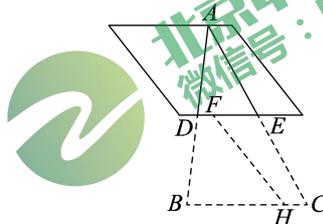
二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

11. $\sqrt{5}$. 12. 60. 13. 4. 14. 4, 3. (第一个空 2 分, 第二个空 1 分)

15. $2\sqrt{3}$. 16. 答案不唯一. 如: $y = \frac{1}{x}$.

17. (1) 2.3; (2 分)
(2) 答案不唯一. 如: 30%, 10%, 10%, 50%. (1 分)

18. (1) 如图所示; (2 分)
(2) 28. (1 分)



三、解答题（本题共 46 分，第 19 题 8 分，第 24、25 题每小题 7 分，其余每小题 6 分）

19. (1) 解: 配方, 得 $x^2 - 4x + 4 = 5 + 4$.
 即 $(x-2)^2 = 9$ 2 分
 由此可得 $x-2 = \pm 3$.

原方程的根为 $x_1 = 5, x_2 = -1$ 4 分

(2) 解: $a = 2, b = -2, c = -1$ 1 分

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 12 > 0 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

方程有两个不相等的实数根

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

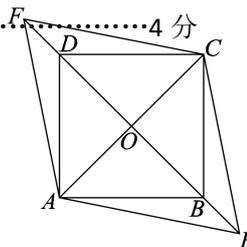
$$= \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

原方程的根为 $x_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ 4 分

20. (1) 证明: 如图.

\because 正方形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O,
 \therefore OA=OC, OB=OD, 1 分
 AC \perp BD. 2 分

\because BE=DF,
 \therefore OB+BE=OD+DF, 即 OE=OF.
 \therefore 四边形 AECF 是平行四边形. 3 分
 \because AC \perp EF,



∴ 四边形 AECF 是菱形.4 分

(2) $\sqrt{13}$6 分

21. (1) 证明: $\Delta = b^2 - 4ac = [-(k+1)]^2 - 4 \times (2k-2)$

$= k^2 - 6k + 9$ 1 分

$= (k-3)^2$2 分

∴ $(k-3)^2 \geq 0$, 即 $\Delta \geq 0$,

∴ 此方程总有两个实数根.3 分

(2) 解: $x = \frac{(k+1) \pm \sqrt{(k-3)^2}}{2}$

解得 $x_1 = k-1, x_2 = 2$5 分

∴ 此方程有一个根大于 0 且小于 1, 而 $x_2 > 1$,

∴ $0 < x_1 < 1$, 即 $0 < k-1 < 1$.

∴ $1 < k < 2$6 分

22. 解: (1) 补全表格如下表所示:4 分

甲、乙、丙三部电影评分情况统计表

电影	样本容量	平均数	众数	中位数
甲			5	
乙	100			4
丙		3.78		

(2) 答案不唯一, 合理即可. 如: 丙, ①丙电影得分的平均数最高; ②丙电影得分没有低分.

.....6 分

23. 解: (1) ∵ Rt△ABC 的直角边 AB 在 x 轴上, ∠ABC=90°, 点 C 的坐标为 (3, 4),

∴ 点 B 的坐标为 (3, 0), CB=4.

∵ M 是 BC 边的中点,

∴ 点 M 的坐标为 (3, 2).2 分

∵ 函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 M,

∴ $k = 3 \times 2 = 6$3 分

(2) ∵ △ABC 绕某个点旋转 180° 后得到 △DEF,

∴ △DEF ≅ △ABC.

∴ DE=AB, EF=BC, ∠DEF=∠ABC=90°.

∴ 点 A 的坐标为 (1, 0), 点 B 的坐标为 (3, 0),

∴ AB=2.

∴ DE=2.

∵ EF 在 y 轴上,

∴ 点 D 的横坐标为 2.

∵点 D 在函数 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

当 $x = 2$ 时, $y = 3$.

∴点 D 的坐标为 (2, 3).4 分

∴点 E 的坐标为 (0, 3).

∵EF=BC=4,

∴点 F 的坐标为 (0, -1).5 分

设直线 DF 的表达式为 $y = ax + b$, 将点 D, F 的坐标代入,

$$\begin{cases} 3 = 2a + b, \\ -1 = b. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = 2, \\ b = -1. \end{cases}$$

∴直线 DF 的表达式为 $y = 2x - 1$6 分

24. 解: (1) ①45;1 分

②ADE, ECF;2 分

证明: 如图 1.

∵四边形 ABCD 是矩形,

∴ $\angle ABC = \angle C = \angle D = 90^\circ$,

AD=BC.

∵FE ⊥ AE,

∴ $\angle AEF = 90^\circ$.

∴ $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle AEF = 90^\circ$.

∴ $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$,

∴ $\angle 2 = \angle 3$3 分

∵BE 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 45^\circ$.

∴ $\angle BEC = 45^\circ$.

∴ $\angle EBC = \angle BEC$.

∴BC=EC.

∴AD=EC.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ECF$ 中,

$\angle 3 = \angle 2$,

AD=EC,

$\angle D = \angle C$,

∴ $\triangle ADE \cong \triangle ECF$4 分

(2) 连接 HB, 如图 2,

∵FH // CD,

∴ $\angle HFC = 180^\circ - \angle C = 90^\circ$.

∴四边形 HFCD 是矩形.

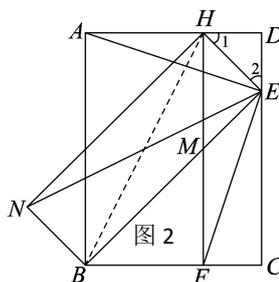
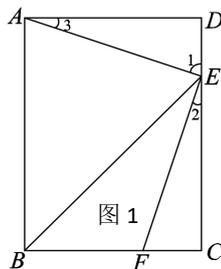
∴DH=CF.5 分

∵ $\triangle ADE \cong \triangle ECF$,

∴DE=CF.

∴DH=DE.

∴ $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$.



$\because \angle BEC=45^\circ$,
 $\therefore \angle HEB=180^\circ - \angle 2 - \angle BEC = 90^\circ$6分
 $\because NH \parallel BE, NB \parallel HE$,
 \therefore 四边形 NBEH 是平行四边形.
 \therefore 四边形 NBEH 是矩形.
 $\therefore NE=BH$.
 \because 四边形 ABCD 是矩形,
 $\therefore \angle BAH=90^\circ$.
 \because 在 $Rt\triangle BAH$ 中, $AB=4, AH=2$,
 $\therefore BH = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

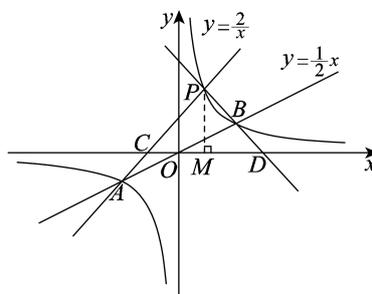
$\therefore NE = 2\sqrt{5}$7分

25. 解: (1) $(2, 1)$;1分

(2) ① $\frac{2}{t} = at + b$, $(t+2, 0)$;3分

后续证明:

如图, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M,
 则点 M 的横坐标为 t .



$\therefore CM = t - (t-2) = 2$,

$DM = (t+2) - t = 2$.

$\therefore CM = DM$.

$\therefore M$ 为 CD 的中点.

$\therefore PM$ 垂直平分 CD .

$\therefore PC = PD$5分

② 当 $0 < t < 2$ 时, $S = \frac{4}{t} - t$;

当 $t > 2$ 时, $S = t - \frac{4}{t}$7分

附加题答案

一、填空题 (本题共 12 分, 每小题 6 分)

1. $+\frac{1}{4}, +2$;2分

$\frac{1}{2}, 3, 2(x - \frac{1}{2})(x - 3)$;5分

$a(x - m)(x - n)$6分

2. (1) 平行四边形, $S_{\text{四边形}AMNC}, S_{\text{四边形}QATH}, S_{\text{四边形}QATH}$;4分

(2) AMD, ABC, AM. (或 CNE, ABC, CN)6分

二、解答题 (本题 8 分)

3. 解: (1) $MD=ME, 40$;2分

(2) ①MD=ME 仍然成立;

证明: 分别取 AB, AC 的中点 F, H, 连接 FD, FM, HE, HM, 如图 1.

∵ 点 F, M 分别是 AB, BC 的中点,
∴ FM 是△ABC 的中位线.

$$\therefore FM \parallel AC, FM = \frac{1}{2} AC.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle BAC.$$

∵ H 是 AC 的中点,

∴ EH 是 Rt△AEC 的中线.

$$\therefore EH = \frac{1}{2} AC = AH.$$

$$\therefore FM = EH. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

同理可证 MH=DF.

$$\therefore DF = \frac{1}{2} AB = AF,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle FAD.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 + \angle FAD = 2\angle FAD.$$

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle DFM = \angle 3 + \angle 1 = 60^\circ + \angle BAC.$$

同理可证 $\angle MHE = 60^\circ + \angle BAC.$

$$\therefore \angle DFM = \angle MHE. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在△DFM 和△MHE 中,

$$\left. \begin{array}{l} DF = MH, \\ \angle DFM = \angle MHE, \\ FM = HE, \end{array} \right\}$$

$$\therefore \triangle DFM \cong \triangle MHE.$$

$$\therefore MD = ME. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

②如图 2.

∵ HM ∥ AB,

$$\therefore \angle 4 = \angle 1.$$

$$\therefore \triangle DFM \cong \triangle MHE,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6.$$

$$\therefore \angle DME = \angle 7 + \angle 4 + \angle 6$$

$$= \angle 7 + \angle 1 + \angle 5$$

$$= 180^\circ - \angle 3$$

$$= 120^\circ. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(3) 180^\circ - 2\alpha. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

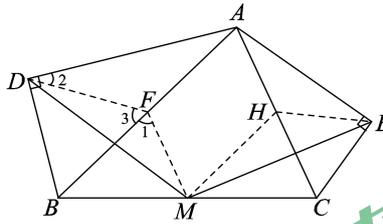


图 1



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

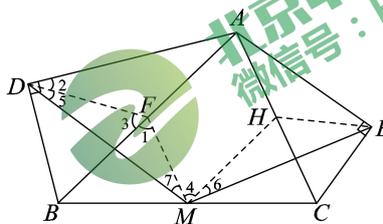


图 2