



2021 年北京市初中学业水平考试

数 学 试 卷

姓名 _____ 准考证号 考场号 座位号

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 6 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。</p>
------------------	---

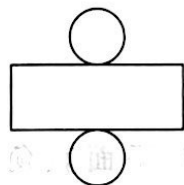
第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分，每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图，该几何体是

- (A) 长方体 (B) 圆柱
(C) 圆锥 (D) 三棱柱

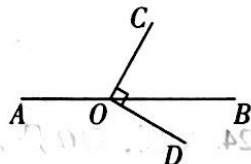


2. 党的十八大以来，坚持把教育扶贫作为脱贫攻坚的优先任务。2014-2018 年，中央财政累计投入“全面改善贫困地区义务教育薄弱学校基本办学条件”专项补助资金 1 692 亿元。将 169 200 000 000 用科学记数法表示应为

- (A) 0.1692×10^{12} (B) 1.692×10^{12} (C) 1.692×10^{11} (D) 16.92×10^{10}

3. 如图，点 O 在直线 AB 上， $OC \perp OD$ 。若 $\angle AOC = 120^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的大小为

- (A) 30° (B) 40°
(C) 50° (D) 60°



4. 下列多边形中，内角和最大的是



(A)



(B)

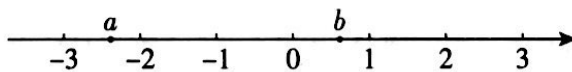


(C)



(D)

5. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- (A) $a > -2$ (B) $|a| > b$ (C) $a + b > 0$ (D) $b - a < 0$

6. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

7. 已知 $43^2 = 1849$, $44^2 = 1936$, $45^2 = 2025$, $46^2 = 2116$. 若 n 为整数, 且 $n < \sqrt{2021} < n + 1$, 则 n 的值为

- (A) 43 (B) 44 (C) 45 (D) 46

8. 如图, 用绳子围成周长为 10 m 的矩形. 记矩形的一边长为 x m, 它的邻边长为 y m, 矩形的面积为 S m². 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x , S 与 x 满足的函数关系分别是



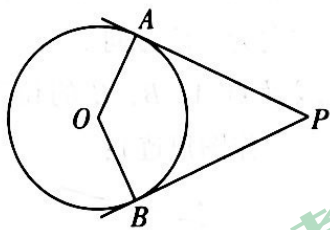
- (A) 一次函数关系, 二次函数关系 (B) 反比例函数关系, 二次函数关系
(C) 一次函数关系, 反比例函数关系 (D) 反比例函数关系, 一次函数关系

第二部分 非选择题

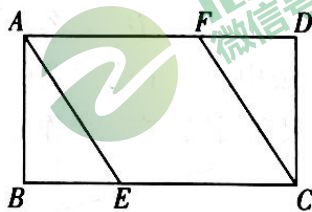


二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-7}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式: $5x^2 - 5y^2 =$ _____.
11. 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(-1, m)$, 则 m 的值为_____.
13. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 是切点. 若 $\angle P = 50^\circ$, 则 $\angle AOB =$ _____.



第 13 题图



第 14 题图

14. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, $AF = EC$. 只需添加一个条件即可证明四边形 $AECF$ 是菱形, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).

15. 有甲、乙两组数据, 如下表所示:

甲	11	12	13	14	15
乙	12	12	13	14	14

甲、乙两组数据的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2, s_{\text{乙}}^2$, 则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ (填“>”, “<”或“=”).

16. 某企业有 A, B 两条加工相同原材料的生产线. 在一天内, A 生产线共加工 a 吨原材料, 加工时间为 $(4a + 1)$ 小时; 在一天内, B 生产线共加工 b 吨原材料, 加工时间为 $(2b + 3)$ 小时. 第一天, 该企业将 5 吨原材料分配到 A, B 两条生产线, 两条生产线都在一天内完成了加工, 且加工时间相同, 则分配到 A 生产线的吨数与分配到 B 生产线的吨数的比为_____ . 第二天开工前, 该企业按第一天的分配结果分配了 5 吨原材料后, 又给 A 生产线分配了 m 吨原材料, 给 B 生产线分配了 n 吨原材料. 若两条生产线都能在一天内加工完各自分配到的所有原材料, 且加工时间相同, 则 $\frac{m}{n}$ 的值为_____ .

三、解答题(共 68 分, 第 17 - 20 题, 每题 5 分, 第 21 - 22 题, 每题 6 分, 第 23 题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27 - 28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

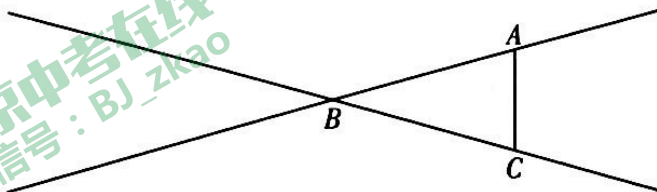
17. 计算: $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi + \sqrt{2})^0$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x - 5 > x + 1, \\ \frac{3x - 4}{2} < x. \end{cases}$$

19. 已知 $a^2 + 2b^2 - 1 = 0$, 求代数式 $(a - b)^2 + b(2a + b)$ 的值.

20. 《淮南子·天文训》中记载了一种确定东西方向的方法, 大意是: 日出时, 在地面上点 A 处立一根杆, 在地面上沿着杆的影子方向取一点 B, 使 B, A 两点间的距离为 10 步(步是古代的一种长度单位), 在点 B 处立一根杆; 日落时, 在地面上沿着点 B 处的杆的影子方向取一点 C, 使 C, B 两点间的距离为 10 步, 在点 C 处立一根杆. 取 CA 的中点 D, 那么直线 DB 表示的方向为东西方向.

(1) 上述方法中, 杆在地面上的影子所在直线及点 A, B, C 的位置如图所示. 使用直尺和圆规, 在图中作 CA 的中点 D (保留作图痕迹);



(2) 在上图中, 确定了直线 DB 表示的方向为东西方向. 根据南北方向与东西方向互相垂直, 可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向. 完成如下证明.

证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $BA =$ _____, D 是 CA 的中点,

$\therefore CA \perp DB$ (_____)(填推理的依据).

\therefore 直线 DB 表示的方向为东西方向,

\therefore 直线 CA 表示的方向为南北方向.



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$.

(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

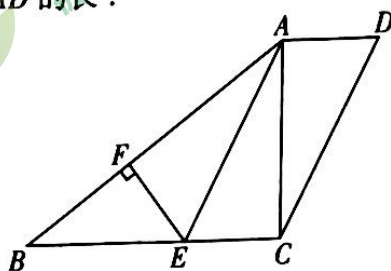
(2) 若 $m > 0$, 且该方程的两个实数根的差为 2, 求 m 的值.



22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$, 点 E 在 BC 上, $AE \parallel DC$, $EF \perp AB$, 垂足为 F .

(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是平行四边形;

(2) 若 AE 平分 $\angle BAC$, $BE = 5$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 求 BF 和 AD 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象向下平移 1 个单位长度得到.

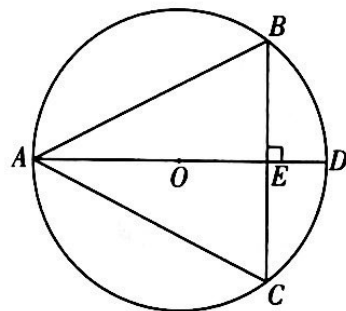
(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > -2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值大于一次函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

24. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$ 于点 E .

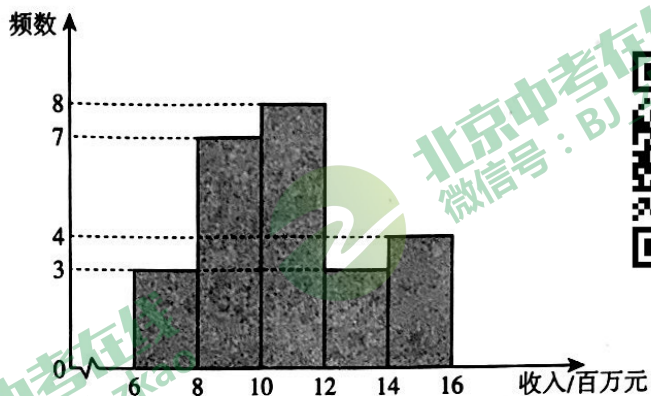
(1) 求证: $\angle BAD = \angle CAD$;

(2) 连接 BO 并延长, 交 AC 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , 连接 GC . 若 $\odot O$ 的半径为 5, $OE = 3$, 求 GC 和 OF 的长.



25. 为了解甲、乙两座城市的邮政企业 4 月份收入的情况，从这两座城市的邮政企业中，各随机抽取了 25 家邮政企业，获得了它们 4 月份收入(单位：百万元)的数据，并对数据进行整理、描述和分析。下面给出了部分信息。

a. 甲城市邮政企业 4 月份收入的数据的频数分布直方图如下(数据分成 5 组： $6 \leq x < 8$, $8 \leq x < 10$, $10 \leq x < 12$, $12 \leq x < 14$, $14 \leq x \leq 16$)：



b. 甲城市邮政企业 4 月份收入的数据在 $10 \leq x < 12$ 这一组的是：

10.0 10.0 10.1 10.9 11.4 11.5 11.6 11.8

c. 甲、乙两座城市邮政企业 4 月份收入的数据的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
甲城市	10.8	m
乙城市	11.0	11.5

根据以上信息，回答下列问题：

- 写出表中 m 的值；
- 在甲城市抽取的邮政企业中，记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 p_1 。在乙城市抽取的邮政企业中，记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 p_2 。比较 p_1, p_2 的大小，并说明理由；
- 若乙城市共有 200 家邮政企业，估计乙城市的邮政企业 4 月份的总收入(直接写出结果)。

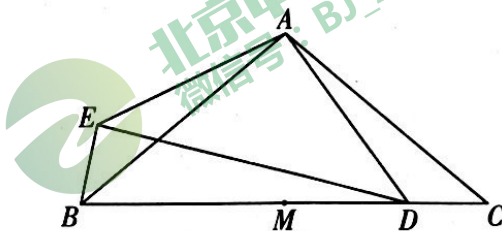
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1, m)$ 和点 $(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$) 上。

- 若 $m = 3, n = 15$ ，求该抛物线的对称轴；
- 已知点 $(-1, y_1), (2, y_2), (4, y_3)$ 在该抛物线上。若 $mn < 0$ ，比较 y_1, y_2, y_3 的大小，并说明理由。

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$, M 为 BC 的中点, 点 D 在 MC 上, 以点 A 为中心, 将线段 AD 顺时针旋转 α 得到线段 AE , 连接 BE , DE .

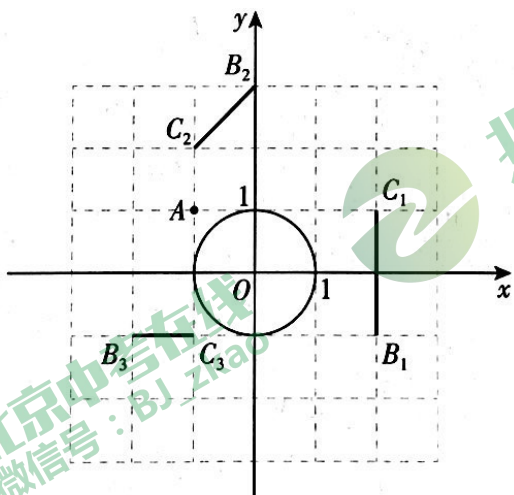
(1) 比较 $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$ 的大小; 用等式表示线段 BE , BM , MD 之间的数量关系, 并证明;

(2) 过点 M 作 AB 的垂线, 交 DE 于点 N , 用等式表示线段 NE 与 ND 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1. 对于点 A 和线段 BC , 给出如下定义: 若将线段 BC 绕点 A 旋转可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ (B' , C' 分别是 B , C 的对应点), 则称线段 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”.

(1) 如图, 点 $A, B_1, C_1, B_2, C_2, B_3, C_3$ 的横、纵坐标都是整数. 在线段 B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 中, $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”是_____;



(2) $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, 点 $A(0, t)$, 其中 $t \neq 0$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 求 t 的值;

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1, AC = 2$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 直接写出 OA 的最小值和最大值, 以及相应的 BC 长.

