



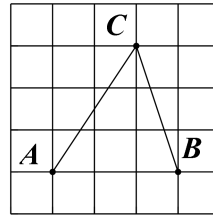
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 如果 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ ($a \neq 0, b \neq 0$)，那么下列比例式变形错误的是

- A. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ C. $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ D. $3a = 2b$

2. 如图，在边长为 1 的小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，则 $\sin \angle ABC$ 的值为



- A. 3 B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

3. $\odot O$ 的半径为 4，点 P 到圆心 O 的距离为 d ，如果点 P 在圆内，则 d

- A. $d < 4$ B. $d = 4$ C. $d > 4$ D. $0 \leq d < 4$

4. 甲、乙、丙三名运动员参加了射击预选赛，他们射击的平均环数 \bar{x} 及其方差 s^2 如下表所示. 需要选一个成绩较好且状态稳定的人去参赛，如果选定的是乙，则乙的情况应为

- A. $\bar{x} = 8, S^2 = 0.7$ B. $\bar{x} = 8, S^2 = 1.2$
C. $\bar{x} = 9, S^2 = 1$ D. $\bar{x} = 9, S^2 = 1.5$

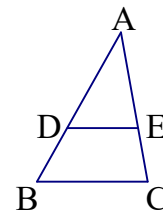
	甲	乙	丙
\bar{x}	8	<input type="checkbox"/>	9
s^2	1	<input type="checkbox"/>	1.2

5. 将抛物线 $y = x^2$ 的图像向左平移 2 个单位后得到新的抛物线，那么新抛物线的表达式是

- A. $y = (x-2)^2$ B. $y = (x+2)^2$
C. $y = x^2 - 2$ D. $y = x^2 + 2$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， DE 分别与 AB 、 AC 相交于点 D 、 E ，

若 $AD=2, DB=1, S_{\triangle ADE} = 4$ ，则 $S_{\text{四边形}DBCE}$



- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

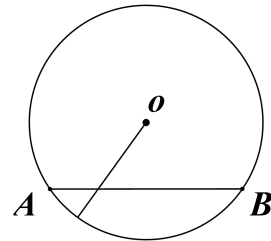
7. 在正三角形、正四边形、正五边形、正六边形、正八边形 5 个图形中既是轴对称又是中心对称的图形有

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



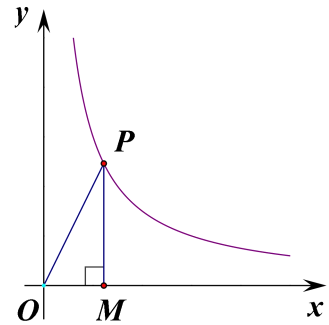
8. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为5, 弦 AB 长为8, 则点 O 到弦 AB 的距离是

- A. 2 B. 3
C. 4 D. $\sqrt{17}$



9. 如图: 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像如下, 在图像上任取一点 P , 过 P 点作 x 轴的垂线交 x 轴于 M , 则三角形 OMP 的面积为

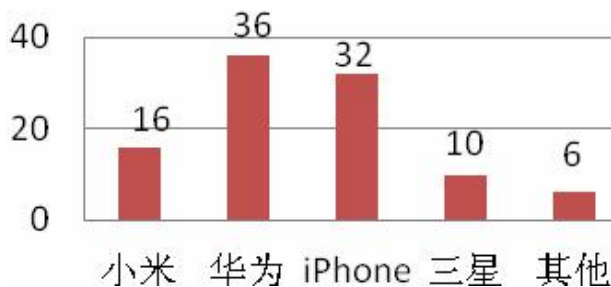
- A. 2 B. 3
C. 6 D. 不确定



10. 在学完二次函数的图像及其性质后, 老师让学生们说出 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图像的一些性质, 小亮说: “此函数图像开口向上, 且对称轴是 $x = 1$ ”; 小丽说: “此函数肯定与 x 轴有两个交点”; 小红说: “此函数与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$ ”; 小强说: “此函数有最小值, $y = -3$ ”……请问这四位同学谁说的结论是错误的

- A. 小亮 B. 小丽 C. 小红 D. 小强

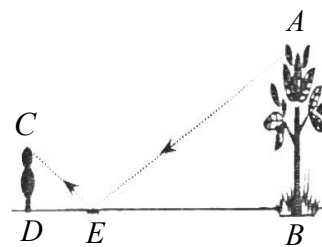
手机使用情况



二、填空题 (本题共 18 分, 每小题 3 分)

11. 若 $\frac{a-b}{a} = \frac{2}{5}$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.

12. 为了测量校园内水平地面上一棵不可攀的树的高度, 学校数学兴趣小组做了如下的探索: 根据光的反射定律, 利用一面镜子和一根皮尺, 设计如图所示的测量方案:



把一面很小的镜子放在离树底 (B) 10米的点 E 处,

然后沿着直线 BE 后退到点 D , 这时恰好在镜子里看到树梢顶点 A , 再用皮尺量得 $DE = 2.0$ 米, 观察者目高 $CD = 1.6$ 米, 则树 (AB) 的高度约为_____米.

13. 请写出一个过 $(2, 1)$, 且与 x 轴无交点的函数表达式_____.

14. 扇面用于写字作画, 是我国古代书法、绘画特有的形式之一, 扇面一般都是由两个半径不同的





同心圆按照一定的圆心角裁剪而成，如右图，

此扇面的圆心角是 120° ，大扇形的半径为 20cm ，

小扇形的半径为 5cm ，则这个扇面的面积是_____。

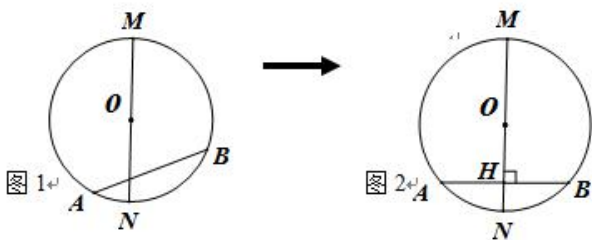
15. 记者随机在北京某街头调查了 100 名路人使用手机的情况，使用的品牌及人数统计如右图，则本组数据的众数为_____。

16. 在进行垂径定理的证明教学中，老师设计了如下活动：

先让同学们在圆中作了一条直径 MN ，然后任意作了一条弦（非直径），如图 1，

接下来老师提出问题：在保证弦 AB 长度不变的情况下，如何能找到它的中点？

在同学们思考作图验证后，小华说了自己的一种想法：只要将弦 AB 与直径 MN 保持垂直关系，如图 2，它们的交点就是弦 AB 的中点。请你说出小华此想法的依据是_____。



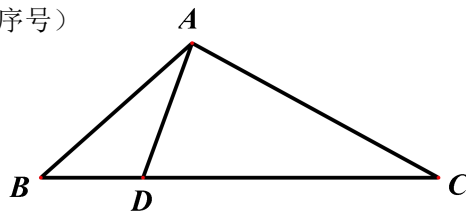
三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 计算： $(\pi - \sqrt{2})^0 + \sqrt{18} - 4\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 。

18. 如图，将① $\angle BAD = \angle C$ ；② $\angle ADB = \angle CAB$ ；③ $AB^2 = BD \cdot BC$ ；④ $\frac{CA}{AD} = \frac{AB}{DB}$ ；⑤ $\frac{BC}{BA} = \frac{DA}{AC}$ 中的一个作为条件，另一个作为结论，组成一个真命题。

(1) 条件是_____，结论是_____；（注：填序号）

(2) 写出你的证明过程。



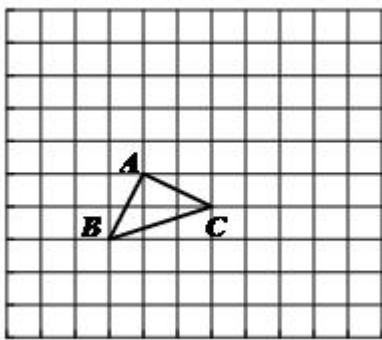


19. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 8$.

- (1) 将 $y = x^2 - 2x - 8$ 用配方法化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 求该二次函数的图象的顶点坐标;
- (3) 请说明在对称轴左侧图象的变化趋势.

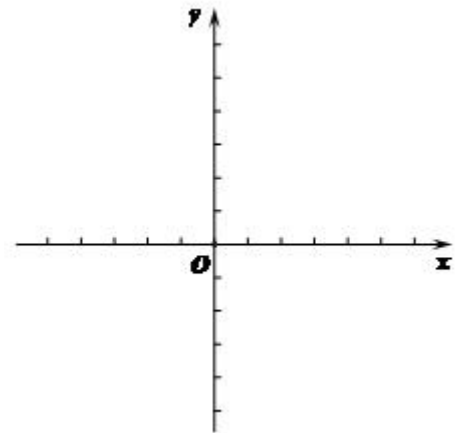
20. 如图, $\triangle ABC$ 在方格纸中

- (1) 请在方格纸上建立平面直角坐标系, 使 $A(2,3)$, $C(4,2)$, 并求出 B 点坐标;
- (2) 以原点 O 为位似中心, 相似比为 2, 在第一象限内将 $\triangle ABC$ 放大, 画出放大后的图形 $\triangle A'B'C'$.



21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象过 $(2,3)$.

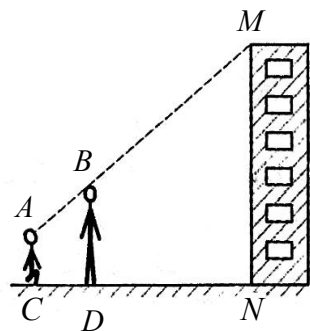
- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;
- (2) 有一次函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限交于点 A , 第三象限交于点 B , 过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M , 过点 B 作 $BN \perp y$ 轴于点 N , 当两条垂线段满足 2 倍关系时, 请在坐标系中作出示意图并直接写出 m 的取值.



21 题备用图

22. 亮亮和颖颖住在同一幢住宅楼，两人准备用测量影子的方法测算其楼高，但恰逢阴天，于是两人商定改用下面方法：如图，亮亮蹲在地上，颖颖站在亮亮和楼之间，两人适当调整自己的位置，当楼的顶部 M ，颖颖的头顶 B 及亮亮的眼睛 A 恰在一条直线上时，两人分别标定自己的位置 C ， D 。然后测出两人之间的距离 $CD=1.25m$ ，颖颖与楼之间的距离 $DN=30m$ (C, D, N 在一条直线上)，颖颖的身高 $BD=1.6m$ ，亮亮蹲地观测时眼睛到地面的距离 $AC=0.8m$ ；

请根据以上测量数据帮助他们求出住宅楼的高度。

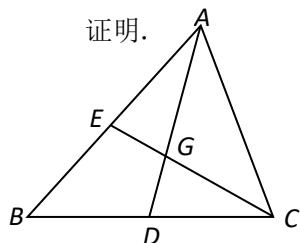


四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

23. 已知二次函数 $y = x^2 + mx + m - 2$.

- (1) 求证：此二次函数的图象与 x 轴总有两个交点；
- (2) 如果此二次函数的图象与 x 轴两个交点的横坐标之和等于 3，求 m 的值.

24. 已知：如图， $\triangle ABC$ 中， D, E 分别是边 BC, AB 的中点， AD, CE 相交于 G ，请写出 $GE:CE$ 的比值，并加以



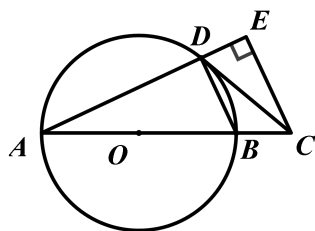
25. 已知二次函数 $y = (m-1)x^2 + 2mx + (m+3)$.

- (1) 如果该二次函数的图象与 x 轴无交点，求 m 的取值范围；
- (2) 在 (1) 的前提下如果 m 取最小的整数，求此二次函数表达式.

26. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , $CE \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 E .

(1) 求证: $\angle BDC = \angle A$;

(2) 若 $CE=4$, $DE=2$, 求 $\odot O$ 的直径.



五、解答题 (本题共 22 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数图像所在的位置如图所示:

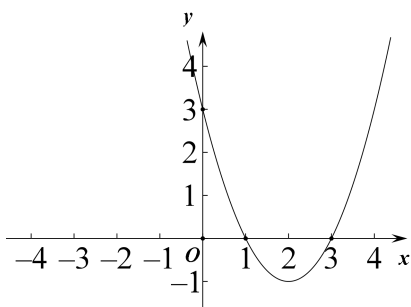
(1) 请根据图像信息求该二次函数的表达式;

(2) 将该图像 ($x > 0$) 的部分, 沿 y 轴翻折得到新的图像, 请直接写出翻折后的二次函数表达式;

(3) 在 (2) 的条件下与原有二次函数图像构成了新的图像, 记为图像 G , 现有一次函数 $y = \frac{2}{3}x + b$ 的图像与

图像 G 有 4 个交点,

请画出图像 G 的示意图并求出 b 的取值范围.



28. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 P 是 AC 的中点.

(1) 当 $\angle A = 30^\circ$ 且点 M 、 N 分别在线段 AB 、 BC 上时, $\angle MPN = 90^\circ$,

请在图 1 中将图形补充完整, 并且直接写出 PM 与 PN 的比值;

(2) 当 $\angle A = 23^\circ$ 且点 M 、 N 分别在线段 AB 、 BC 的延长线上时, (1) 中的其他条件不变, 请写出 PM 与 PN 比值的思路.

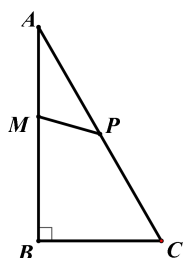


图 1

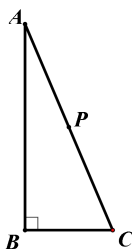


图 2

29. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$ ($x \geq 0$) 的每一个整数点, 给出如下定义:

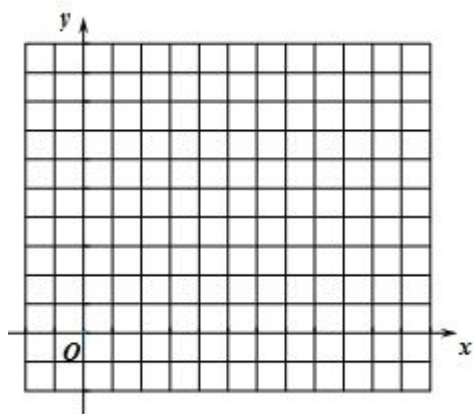
如果 $P'(\sqrt{|x|}, \sqrt{|y|})$ 也是整数点, 则称点 P' 为点 P 的“整根点”.

例如: 点 $(25, 36)$ 的“整根点”为点 $(5, 6)$.

(1) 点 $A(4, 8)$, $B(0, 16)$, $C(25, -9)$ 的整根点是否存在, 若存在请写出整根点的坐标_____;

(2) 如果点 M 对应的整根点 M' 的坐标为 $(2, 3)$, 则点 M 的坐标_____;

(3) 在坐标系内有一开口朝下的二次函数 $y = ax^2 + 4x$ ($a \neq 0$), 如果在第一象限内的二次函数图像内部 (不在图像上), 若存在整根点的点只有三个, 请求出实数 a 的取值范围.



备用图

数学试题答案



一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	D	C	B	B	B	B	B	D

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$\frac{5}{3}$	8	答案不唯一 (一次函数要加定义域)	125 cm^2	华为	半径相等（构成的三角形是等腰三角形）； 等腰三角形三线合一

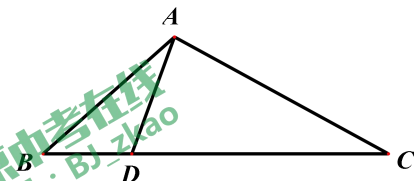
三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17.（本小题满分 5 分）

解：原式 $= 1 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2$ 4 分
 $= \sqrt{2} - 1$ 5 分

18.（本小题满分 5 分）

- (1) 证明：条件正确；1 分
 结论：（条件支持的结论）2 分
- (2) 条件正确3 分
 得出 $\triangle ABD \sim \triangle CBA$,4 分
 得出结论：5 分



19.（本小题满分 5 分）

解：(1) $y = x^2 - 2x - 8$
 $= x^2 - 2x + 1 - 9$ 2 分
 $= (x-1)^2 - 9$3 分

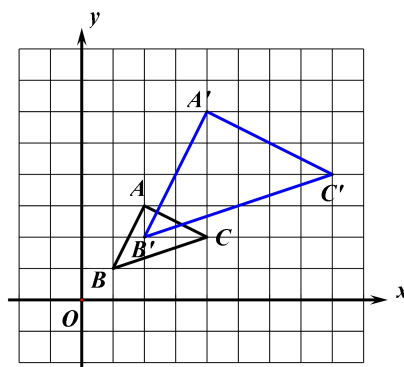
(2) $\because y = (x-1)^2 - 9$,
 \therefore 该二次函数图象的顶点坐标是 $(1, -9)$4 分

(3) 在对称轴左侧， y 随 x 的增大而减小。5 分



20. (本小题满分 5 分)

解: (1) 坐标系正确, 如图所示,1 分
 点 B 的坐标为 $(1, 1)$;2 分
 (2) 画位似图形正确5 分



21. (本小题满分 5 分)

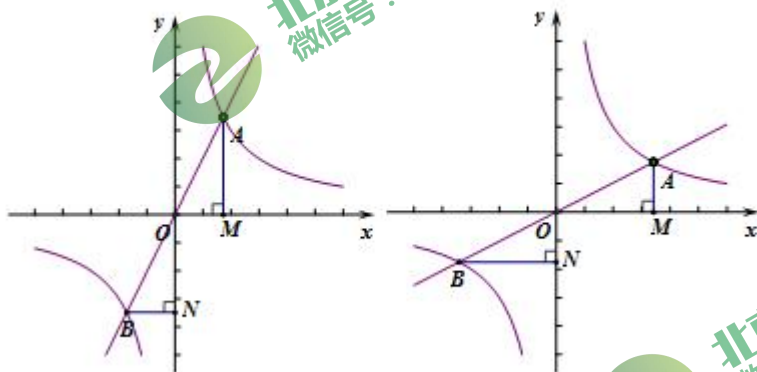
解: (1) \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象过 $(2, 3)$,

$\therefore 3 = \frac{k}{2}$,1 分

解得 $k = 6$ 2 分

\therefore 反比例函数表达式为 $y = \frac{6}{x}$

(2) 草图: 正确3 分



$m = 2$ 或 $m = \frac{1}{2}$ 5 分

22. (本小题满分 5 分)

解: 过 A 作 CN 的平行线交 BD 于 E , 交 MN 于 F1 分

由已知可得 $FN = ED = AC = 0.8m$, $AE = CD = 1.25m$, $EF = DN = 30m$,

$\angle AEB = \angle AFM = 90^\circ$.

又 $\because \angle BAE = \angle MAF$,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle AMF$2 分

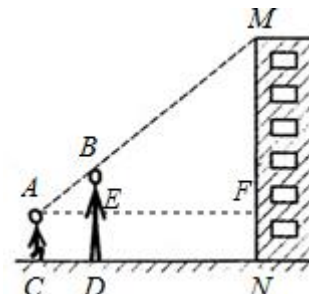
$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{BE}{MF}$3 分

$\frac{1.25}{1.25 + 30} = \frac{0.8}{MF}$.

解得 $MF = 20m$4 分

$\therefore MN = MF + FN = 20 + 0.8 = 20.8m$5 分

答: 住宅楼的高度为 $20.8m$.





四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

23.（本小题满分 5 分）

(1) 证明：∵ $a=1, b=m, c=m-2$

∴ $\Delta = m^2 - 4m + 8$ 1 分

$= (m-2)^2 + 4$2 分

∴ $(m-2)^2 \geq 0,$

∴ $(m-2)^2 + 4 > 0$

∴ 此二次函数的图象与 x 轴总有两个交点. 3 分

(2) 解：令 $y=0$, 得 $x^2 + mx + m - 2 = 0,$

解得 $x_1 = \frac{-m + \sqrt{(m-2)^2 + 4}}{2}, x_2 = \frac{-m - \sqrt{(m-2)^2 + 4}}{2}$ 4 分

∴ 二次函数的图象与 x 轴两个交点的横坐标之和等于 3

∴ $-m=3,$

解得, $m=-3$ 5 分

24.（本小题满分 5 分）

(1) 结论： $GE:CE = 1:3$ 1 分

(2) 证明：连结 ED ,2 分

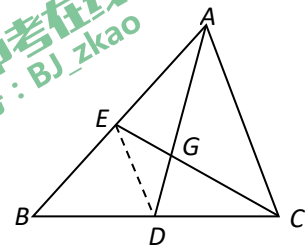
∵ $D、E$ 分别是边 $BC、AB$ 的中点,

∴ $DE \parallel AC, \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2},$ 3 分

∴ $\triangle ACG \sim \triangle DEG,$ 4 分

∴ $\frac{GE}{GC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2},$

∴ $\frac{GE}{CE} = \frac{1}{3}.$ 5 分



25.（本小题满分 5 分）

解：(1) ∵ 二次函数 $y = (m-1)x^2 + 2mx + (m+3)$ 的图象与 x 轴无交点,

∴ $\Delta < 0,$ 1 分

∴ $4m^2 - 4(m-1)(m+3) < 0,$ 2 分

解得 $m > \frac{3}{2}.$ 3 分



(2) 根据题意得 解得 $m=2$.

\therefore 二次函数的表达式是 $y = x^2 + 4x + 5$5 分

26. (本小题满分 5 分)

(1) 证明: 连接 OD ,

$\because CD$ 是 $\odot O$ 切线, $\therefore \angle ODC = 90^\circ$, 即 $\angle ODB + \angle BDC = 90^\circ$,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $\angle ODB + \angle ADO = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDC = \angle ADO$,1 分

$\because OA = OD$, $\therefore \angle ADO = \angle A$, $\therefore \angle BDC = \angle A$;2 分

(2) $\because CE \perp AE$, $\therefore \angle E = \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore DB \parallel EC$, $\therefore \angle DCE = \angle BDC$,3 分

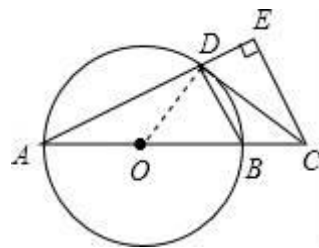
$\therefore \angle DCE = \angle A$, $\because CE = 4$, $DE = 2$

$$\therefore \tan \angle A = \tan \angle DCE = \frac{1}{2}$$

\therefore 在 $Rt\triangle ACE$ 中, 可得 $AE = 8$, $AD = 6$ 4 分

在 $Rt\triangle ADB$ 中 可得 $BD = 3$

\therefore 根据勾股定理可得 $AB = 3\sqrt{5}$ 5 分



五、解答题 (本题共 22 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

27. (本小题满分 7 分)

解: (1) \because 根据图像特征设出解析式代入正确1 分

\therefore 得出表达式: $y = x^2 - 4x + 3$2 分

(2) 表达式为 $y = x^2 + 4x + 3$ ($x < 0$)3 分

(3) 示意图正确4 分

$$\text{另 } x^2 + 4x + 3 = \frac{2}{3}x + b$$

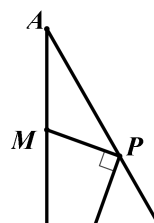
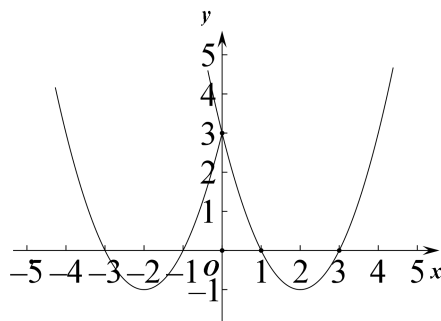
$$\text{整理得: } x^2 + \frac{10}{3}x + 3 - b = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{10}{3}\right)^2 - 4 \times 1 \cdot (3 - b) > 0$$

解得: $b > \frac{2}{9}$ 5 分

当 $y = \frac{2}{3}x + b$ 过 $(0, 3)$ 时, $b = 3$ 6 分

所以综上所述符合题意的 b 的取值范围是 $\frac{2}{9} < b < 3$ 7 分



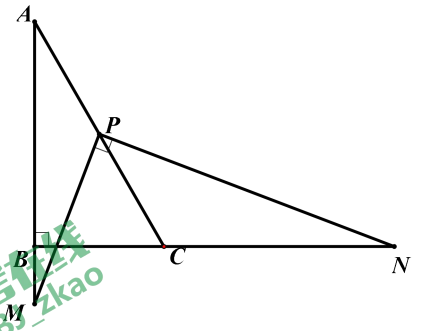


28. (本小题满分 7 分)

(1) 补充图形正确1 分

$\frac{PM}{PN} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 2 分

(2) 作出示意图3 分



思路：在 $Rt\triangle ABC$ 中，过点 P 作 $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp BC$ 于点 F4 分

由 $PF \perp BC$ 和 $\angle ABC = 90^\circ$ 可以得到 $AB \parallel PF$ ， $\angle PFC = 90^\circ$ 进而得到

$\angle A = \angle FPC$ ；由 $\angle PFC = \angle AEP = 90^\circ$ ， $AP = PC$ 可以得到

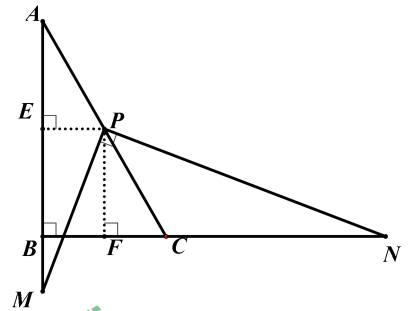
$\triangle AEP \cong \triangle PFC$ ，进而推出 $AE = PF$ 。

由点 P 处的两个直角可以得到 $\angle EPM = \angle FPN$ ，

进而可以得到 $\triangle MEP \sim \triangle NPF$ ，由此可以得到 $\frac{PF}{PE} = \frac{PN}{PM}$

等量代换可以得到 $\frac{PM}{PN} = \frac{PE}{AE}$ ；在 $Rt\triangle AEP$ 中

$\tan \angle A = \frac{PE}{AE}$ ，可以得到 $\frac{PM}{PN} = \tan 23^\circ$7 分



29. (本小题满分 8 分)

解：(1) $B' (0, 4)$ ， $C' (5, 3)$ ；2 分

(2) $M (4, 9)$ 或 $M (4, -9)$ ；3 分

(3) 由于图像开口向下，根据表达式特点及对称轴所在位置的变化，将分为以下两种情况进行讨论

当图像经过 $(4, 4)$ 时，如图：根据轴对称性，此时恰有 1 个整根点在图像上，2 个整根点在图像内部

因此：代入表达式得： $4 = 16a + 16$

解得 $a = -\frac{3}{4}$ 5 分

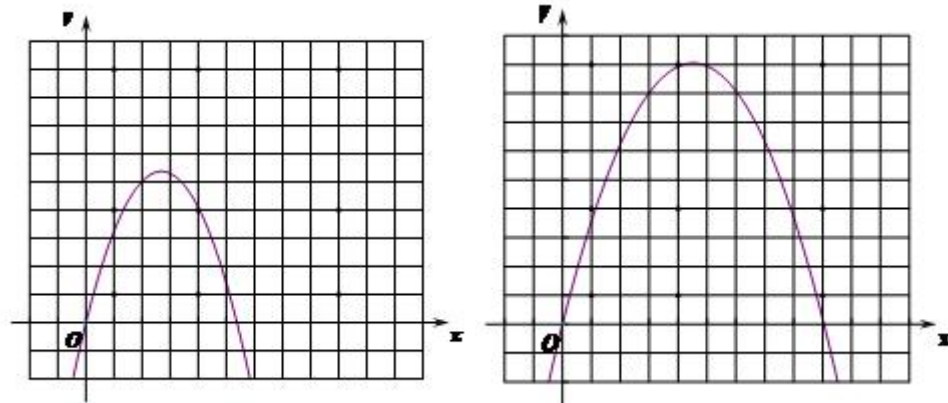
当图像过 $(4, 9)$ 时，代入表达式得： $9 = 16a + 16$

解得 $a = -\frac{7}{16}$

根据图像的轴对称性可以验证 $(1, 4)$ $(9, 1)$ 都不在图像内部，

因此此时有 3 个整根点在图像内部，7 分

综合上述分析当 $-\frac{3}{4} < a \leq -\frac{7}{16}$ 8分



说明:

若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分。

