

八年级数学试卷(选用)

2024. 1

(考试时间 90 分钟 满分 100 分)

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

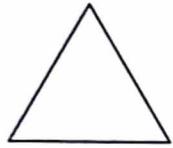
考生须知

- 本试卷共 6 页,共三道大题,26 道小题.
- 在试卷和答题卡上认真填写学校、班级、姓名、考号.
- 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
- 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
- 考试结束,请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回.

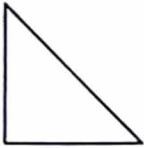
一、选择题(共 24 分,每题 3 分)

下面 1~8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

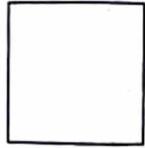
1. 下列图形中,不是轴对称图形的是



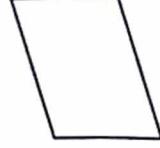
(A)



(B)



(C)



(D)

2. 下列计算正确的是

(A) $x^2 \div x^8 = \frac{1}{x^6}$

(B) $a \cdot a^3 = a^3$

(C) $(ab^2)^3 = ab^6$

(D) $a^2 + a^{-2} = 1$

3. 2023 年 5 月 20 日是第 24 个世界计量日,在湖北省武汉市举办了世界计量日中国主场活动,会上发布了四个国际单位制新词头的中文名称:容、柔、昆、亏. 容表示的数值为
- 10^{27}
- , 柔表示的数值为
- 10^{-27}
- , 昆表示的数值为
- 10^{30}
- , 亏表示的数值为
- 10^{-30}
- . 一个电子的质量约为
- 9.1×10^{-28}
- 克,可以表示为

(A) 91 柔克 (B) 0.91 柔克 (C) 91 亏克 (D) 0.091 亏克

4. 在多项式
- $a^2 - 4a + 4, 1 + 4a^2, 4b^2 + 4b - 1, a^2 + ab + b^2$
- 中,完全平方式有

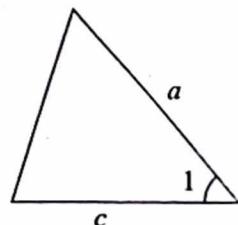
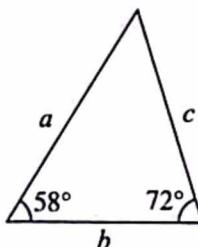
(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

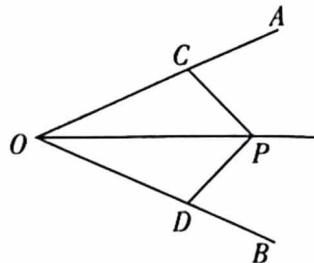
(D) 4 个

5. 右图中的两个三角形全等,则
- $\angle 1$
- 等于

(A) 58° (B) 72° (C) 40° (D) 50° 

6. 如图,点 P 在 $\angle AOB$ 的内部,点 C, D 分别在 OA, OB 上,且 $OC=OD$,只添加一个条件即可证明 $\triangle OPC$ 和 $\triangle OPD$ 全等,这个条件不可以是

- (A) $PC=PD$
- (B) OP 平分 $\angle AOB$
- (C) PO 平分 $\angle CPD$
- (D) $\angle OCP=\angle ODP=90^\circ$



7. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(-5, -6)$ 经过某些运动得到点 $A'(-5, -1)$,对于点 A 的运动描述正确的是

- (A) 向下平移 7 个单位长度
- (B) 向右平移 5 个单位长度
- (C) 先向上平移 7 个单位长度,再关于 x 轴作轴对称
- (D) 先关于 x 轴作轴对称,再向下平移 5 个单位长度

8. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c ,且 $a < b < c$,以下列各式的值为边长,其中不一定能形成三角形的是

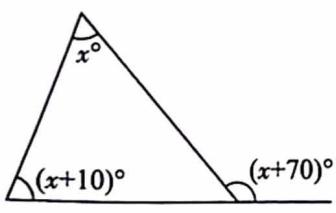
- (A) $a+1, b+1, c+1$
- (B) $2a, 2b, 2c$
- (C) a^2, b^2, c^2
- (D) $|a-b|+1, |b-c|+1, |c-a|+1$

二、填空题(共 24 分,每题 3 分)

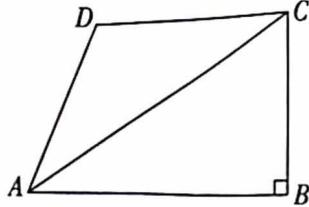
9. 分解因式: $ab^3-ab=$ _____.

10. 当 $x=$ _____ 时,分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 的值为 0.

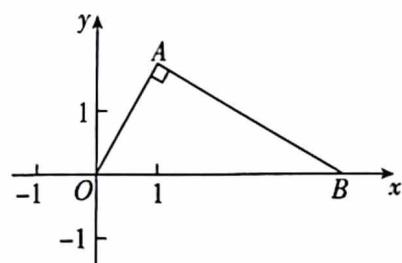
11. 图中 x 的值为 _____.



第 11 题图



第 12 题图



第 13 题图

12. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AD=BC=4$, $AB=6$,若 AC 平分 $\angle BAD$,则四边形 $ABCD$ 的面积为 _____.

13. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $Rt\triangle OAB$ 的斜边 OB 在 x 轴上, $\angle ABO=30^\circ$,若点 A 的横坐标为 1,则点 B 的坐标为 _____.

14. 若分式 $\frac{4}{2x+1}$ 的值为整数,则 x 的整数值为 _____.

15. 在一张凸 n 边形纸片上剪去一个三角形纸片, 得到一个内角和为 720° 的凸多边形纸片, 则 n 的值为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB < AC, D, E$ 是 BC 边上的两点, 且 $BD < BE$, 有下列四个推断:

- ① 若 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 则 AE 可能是 $\triangle ABC$ 的中线;
- ② 若 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 则 AE 不可能是 $\triangle ABC$ 的高;
- ③ 若 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 则 AE 可能是 $\triangle ABC$ 的中线;
- ④ 若 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 则 AE 不可能是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

上述推断中, 所有正确结论的序号是_____.

三、解答题(共 52 分, 第 17-23 题, 每题 5 分, 第 24 题 4 分, 第 25 题 6 分, 第 26 题 7 分)

17. 计算: $a^2 \cdot a^3 + (-a^4)^3 \div a^7$.

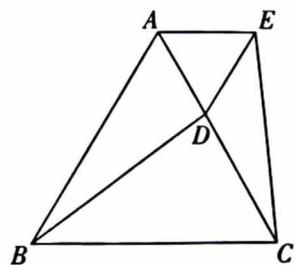
18. 计算: $(x-2y)^2 - (x-y)(x-2y) - 2y^2$.

19. 解分式方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{2x-1}{x^2-1} = 1$.

20. 化简: $\frac{2t}{t+1} - \frac{2t+4}{t^2-1} \div \frac{t+2}{1-2t+t^2}$, 并选择一个适当的 t 的值代入求值.

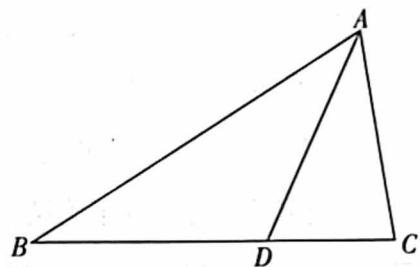
21. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 是 AC 上一点, $\angle ABD = \angle ACE, AE \parallel BC$.

求证: $\triangle ADE$ 是等边三角形.



22. 如图,在锐角三角形 ABC 中, D 为 BC 边上一点, $\angle B = \angle BAD = \angle CAD$, 在 AD 上求作一点 P , 使得 $\angle APC = \angle ADB$.

- (1) 通过尺规作图确定点 P 的位置(保留作图痕迹);
- (2) 证明满足此作图的点 P 即为所求.



23. 某项研究表明在智能手机上输入短信或其他文字信息时, 使用语音输入的速度约为键盘输入速度的 3 倍, 该研究的测试者在手机上输入 300 个单词, 使用语音输入比键盘输入平均快 2.5 分钟, 求测试者使用语音输入平均每分钟输入多少个单词.

24. 下面是一些方程和它们的解.

$$x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2} \text{ 的解为 } x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2};$$

$$x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3} \text{ 的解为 } x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3};$$

$$x + \frac{1}{x} = 4 + \frac{1}{4} \text{ 的解为 } x_1 = 4, x_2 = \frac{1}{4};$$

.....

根据上面的方程和它们的解所反映的规律, 解答下面问题:

$$(1) x + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{5} \text{ 的解为 } \underline{\hspace{2cm}};$$

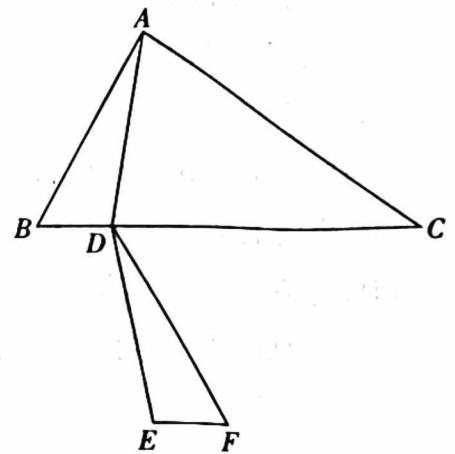
$$(2) \text{关于 } x \text{ 的方程 } x + \frac{1}{x} = n + \frac{1}{n} \text{ 的解为 } \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \text{关于 } x \text{ 的方程 } \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = a + \frac{1}{a - 1} \text{ 的解为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

25. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上一点(不与点 B,C 重合),将 DA 沿直线 BC 翻折得到 DE ,将 BD 平移得到 EF (点 B 与点 E 为对应点),连接 DF .

(1)求证: $\triangle ADB \cong \triangle DEF$;

(2)连接 CF ,若在点 D 的运动过程中,始终有 $AD=CF$,写出 $\triangle ABC$ 需要满足的条件,并证明.



26. 通常把脏衣服用洗衣液清洗后会进行拧干,但由于不可能拧净衣服上的全部污水,所以还需要用清水进行多次漂洗,不断降低衣服中污水的含量.

某小组研究了如何用清水漂洗衣服效果更好,部分内容如下,请补充完整:

实验研究:先准备几件相同的洗过一次并拧干(存留一些污水)的衣服,把每件衣服分别用一定量的清水浸泡,经过充分搓洗,使清水与衣服上存留的污水混合均匀,然后拧干,视为一次漂洗.称重、记录每次漂洗后衣服上存留的污水重量和比例,如:把一件存留1斤污水的衣服用10斤清水漂洗后,拧干到仍然存留1斤污水,则漂洗后衣服中存有的污物是原来的 $\frac{1}{11}$.在多次实验后,通过对收集的数据进行分析,该小组决定使用20斤清水,采用三种不同的方案,对每件衣服分别进行漂洗,并假设每次拧干后的衣服上都存留约1斤的污水.

数据计算:对三种漂洗方案进行计算、比较.

方案一:采用一次漂洗的方式.将20斤清水一次用掉,漂洗后衣服中存有的污物是原来的_____;

方案二:采用两次漂洗的方式,且两次用水量不同.如第一次用12斤清水,第二次用8斤清水,漂洗后衣服中存有的污物是原来的_____;

方案三:采用两次漂洗的方式,且两次用水量相同.每次用10斤清水,漂洗后衣服中存有的污物是原来的_____.

实验结论:对比可知,在这三种方案中,方案_____的漂洗效果最好(填“一”“二”或“三”).

推广证明:将脏衣服用洗衣液清洗后,再用清水进行漂洗,假设每次拧干后还存留 $a(a>0)$ 斤污水.现用 $m(m>0)$ 斤清水漂洗(方案二中第一次用水量为 x 斤),证明上面实验中得到的结论.

北京市朝阳区 2023~2024 学年度第一学期期末检测

八年级数学试卷参考答案及评分标准

2024. 1

一、选择题(共 24 分,每题 3 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	A	D	C	C	C

二、填空题(共 24 分,每题 3 分)

题号	9	10	11	12
答案	$ab(b+1)(b-1)$	-1	60	20
题号	13	14	15	16
答案	(4,0)	0 或 -1	5 或 6 或 7	①②③

三、解答题(共 52 分,第 17-23 题,每题 5 分,第 24 题 4 分,第 25 题 6 分,第 26 题 7 分)

19. 解:去分母,得 $x(x+1)-(2x-1)=x^2-1$ 2 分
 解得 $x=2$ 4 分
 经检验, $x=2$ 是原分式方程的解.
 所以原分式方程的解是 $x=2$ 5 分

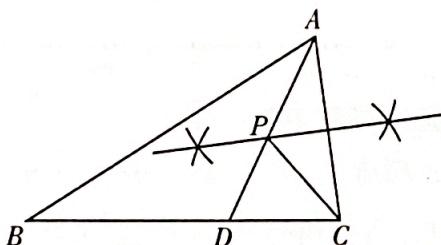
答案不唯一.

如:当 $t=0$ 时,原式=2. 5分

21. 证明: ∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore AB=AC, \angle BAC=\angle ACB=60^\circ$ 1分
 $\because AE \parallel BC$,
 $\therefore \angle CAE=\angle ACB=60^\circ$ 2分
 $\therefore \angle BAD=\angle CAE$.
 $\therefore \angle ABD=\angle ACE$,
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ 3分
 $\therefore AD=AE$ 4分
 $\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形. 5分

22. 法一：

(1) 如图所示.



2分

(2) 证明:由作图可知 $AP=CP$ 3 分

$$\therefore \angle B = \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD = \angle CAD = \angle PCA.$$

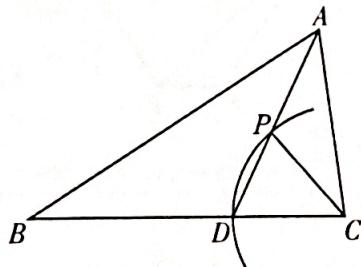
$$\therefore \angle APC + \angle CAD + \angle PCA = 180^\circ, \quad \angle ADB + \angle B + \angle BAD = 180^\circ,$$

$\therefore \angle APC = \angle ADB$ 5 分

\therefore 点 P 即为所求.

法二：

(1) 如图所示.



2分

(2) 证明:由作图可知 $CP=CD$ 3 分

$$\therefore \angle APC + \angle CPD = 180^\circ, \angle ADB + \angle CDP = 180^\circ,$$

$\therefore \angle APC = \angle ADB$ 5分

\therefore 点 P 即为所求.

23. 解: 设测试者使用键盘输入平均每分钟输入 x 个单词, 则使用语音输入平均每分钟输入 $3x$ 个单词. 1 分

由题意, 得 $\frac{300}{x} - \frac{300}{3x} = 2.5$ 2 分

解得 $x = 80$ 3 分

经检验, $x = 80$ 是原分式方程的解, 且符合题意. 4 分

所以 $3x = 240$.

答: 测试者使用语音输入平均每分钟输入 240 个单词. 5 分

24. 解: (1) $x_1 = 5, x_2 = \frac{1}{5}$; 1 分

(2) $x_1 = n, x_2 = \frac{1}{n}$; 2 分

(3) $x_1 = a, x_2 = \frac{a}{a-1}$ 4 分

25. (1) 证明: \because 将 DA 沿直线 BC 翻折得到 DE ,

$\therefore AD = ED, \angle ADB = \angle EDB$ 1 分

\because 将 BD 平移得到 EF (点 B 与点 E 为对应点),

$\therefore BD = EF, BD \parallel EF$ 2 分

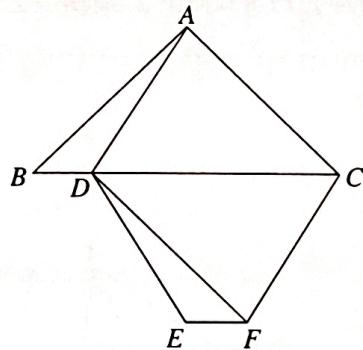
$\therefore \angle E = \angle EDB$.

$\therefore \angle ADB = \angle E$.

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle DEF$ 3 分

(2) $\triangle ABC$ 需要满足的条件为 $AB = AC$ 4 分

证明: 此时图形如图所示.



由(1)可知 $\triangle ADB \cong \triangle DEF$.

$\therefore AB = DF, \angle B = \angle DFE$ 5 分

$\because AB = AC$,

$\therefore AC = DF, \angle B = \angle ACB$.

$\because BD \parallel EF$,

$\therefore \angle DFE = \angle FDC$.

$\therefore \angle ACB = \angle FDC$.

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle FDC$ 6 分

$\therefore AD = CF$.

26. 数据计算: $\frac{1}{21}, \frac{1}{117}, \frac{1}{121}$ 3 分

实验结论: 三. 4 分
推广证明: 依题意可得,

选择方案一进行一次漂洗后, 衣服中存有的污物是原来的 $\frac{a}{a+m}$, 可化为 $\frac{a^2}{a^2+am}$;

选择方案二进行两次漂洗后, 衣服中存有的污物是原来的 $\frac{a}{a+x} \cdot \frac{a}{a+(m-x)}$, 整理得 $\frac{a^2}{a^2+am+mx-x^2}$;

选择方案三进行两次漂洗后, 衣服中存有的污物是原来的 $\frac{a^2}{(a+\frac{m}{2})^2}$, 整理得

$\frac{a^2}{a^2+am+\frac{m^2}{4}}$; 5 分

因为三个分式的分子、分母都是正数, 且分子相同,
所以要判断三个分式值的大小, 只需比较分母的大小.

因为 $a^2+am+mx-x^2-(a^2+am)=mx-x^2=x(m-x)$,

且 $m>x, x>0$,

所以 $x(m-x)>0$.

所以 $a^2+am+mx-x^2>a^2+am$.

所以 $\frac{a}{a+m}>\frac{a^2}{a^2+am+mx-x^2}$ 6 分

即方案二比方案一的漂洗效果好.

因为 $a^2+am+\frac{m^2}{4}-(a^2+am+mx-x^2)=\frac{m^2}{4}-mx+x^2=(x-\frac{m}{2})^2$,

且 $x \neq \frac{m}{2}$,

所以 $(x-\frac{m}{2})^2>0$.

所以 $a^2+am+\frac{m^2}{4}>a^2+am+mx-x^2$.

所以 $\frac{a^2}{a^2+am+mx-x^2}>\frac{a^2}{a^2+am+\frac{m^2}{4}}$ 7 分

即方案三比方案二的漂洗效果好.

综上, 在这三种方案中, 方案三的漂洗效果最好.

说明: 各解答题的其他正确解法请参照以上标准给分.

祝各位老师寒假愉快!