

2023 北京海淀初一（下）期末

数 学

2023.7

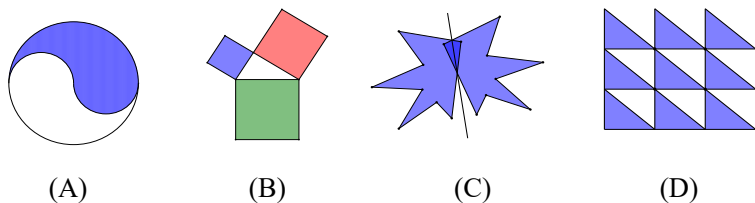
学校_____ 班级_____ 姓名_____

考 生 须 知	1. 本试卷共 7 页，共三道大题，26 道小题。满分 100 分。考试时间 90 分钟。 2. 在试卷上准确填写学校名称、班级名称、姓名。 3. 答案一律填涂或书写在试卷上，用黑色字迹的签字笔作答。 4. 考试结束，请将本试卷交回。
------------------	--

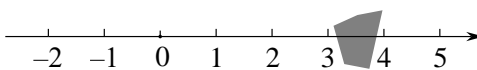
一、选择题（本题共 30 分，每题 3 分）

第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图案中，可以由一个基本图形通过平移得到的是



2. 如图，一条数轴被污渍覆盖了一部分，把下列各数表示在数轴上，则被覆盖的数可能为



- (A) $-\pi$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{17}$

3. 若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax - y = 3$ 的一个解，则 a 的值为

- (A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 2

4. 已知 $a < b$ ，下列变形中，一定正确的是

- (A) $a+1 > b+1$ (B) $3a > 3b$ (C) $-a > -b$ (D) $a^2 < b^2$

5. 小明一家在自驾游时，发现某公路上对行驶汽车的速度有如下规定，设此段公路上小客车的速度为 v 千米/小时，则 v 应满足的条件是

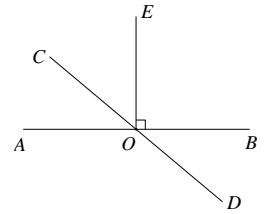
- (A) $v \leq 120$ (B) $v = 120$
 (C) $60 \leq v \leq 120$ (D) $v \geq 60$

最高限速	小客车		120
	大型客车		100
	货车		90
最低限速			60

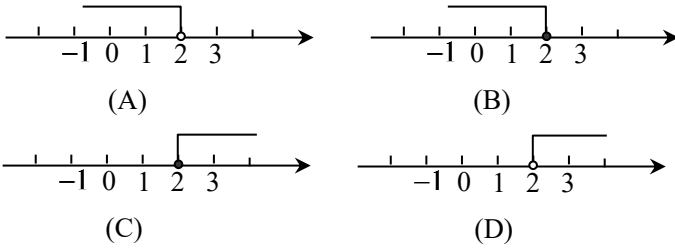
6. 如图，直线 AB 与 CD 交于点 O ， $OE \perp AB$ ，若 $\angle AOD$

$=140^\circ$ ，则 $\angle COE$ 的度数为

- (A) 40° (B) 50°
 (C) 60° (D) 70°



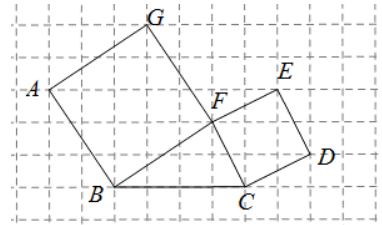
7. 不等式 $2x+1 \leq 5$ 的解集在数轴上表示为



8. 将一个长方形的长减少 5 cm，宽变成现在的 2 倍，就成为了一个正方形，设这个长方形的长为 x cm，宽为 y cm，则下列方程中正确的是

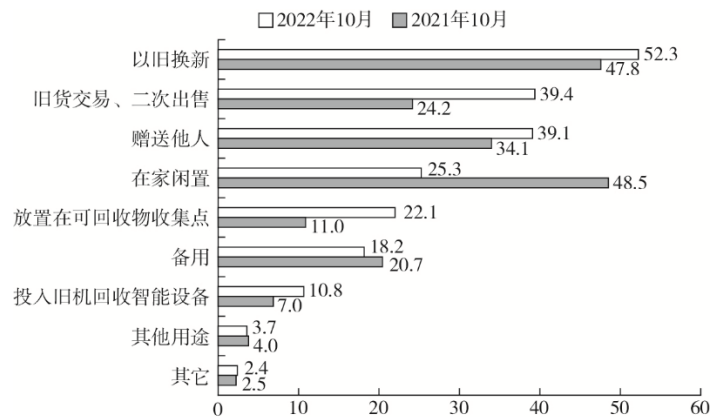
- (A) $x+5=2y$ (B) $x+5=y+2$ (C) $x-5=2y$ (D) $x-5=y+2$

9. 如图，点 A, B, C, D, E, F, G 为正方形网格图中的 7 个格点，建立平面直角坐标系，使点 B, C 的坐标分别为 $(-3, -2)$ 和 $(1, -2)$ ，则上述 7 个格点中在第二象限的点有



- (A) 4 个 (B) 3 个
 (C) 2 个 (D) 1 个

10. 为了解北京市城乡居民可回收物投放情况和资源化利用情况，北京市统计局连续两年分别对全市 16 区的各 3210 名城乡居民开展调研，其中对于“被访者处理废弃电器及电子产品的方式（被访者回答时可以选择）”这一问题的答题统计如下图所示，图中的数据为选择该选项的人数占总调研人数的百分比：



根据上述信息，以下说法中不合理的是

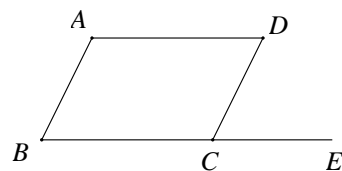
- (A) 北京市城乡居民处理废弃电器及电子产品方式多样，呈现出多元化
 (B) 在 2022 年，将废弃电器及电子产品闲置在家的被访者较 2021 年明显减少
 (C) 与 2021 年相比，2022 年“以旧换新”成为处理废弃电器及电子产品最主要方式
 (D) 在 2022 年，有不足 1000 名被访者选择了“旧货交易、二次出售”的处理方式

二、填空题（本题共 18 分，每题 3 分）

11. 16 的算术平方根是_____.

12. 计算 $\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)=$ _____.

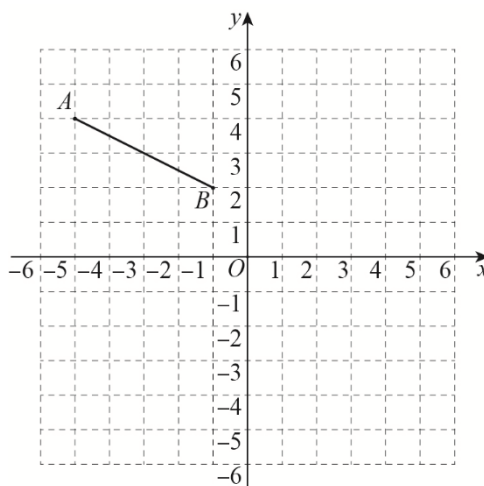
13. 如图，由 $\angle B = \angle DCE$ 可以判定 _____ // _____，其理由是_____.



14. 在平面直角坐标系中，若点 $P(2, m)$ 到 x 轴的距离是 3，则 m 的值是_____.

15. 有一个两位数，它的个位上的数为 a ，十位上的数为 b ，那么这个两位数可以用含有 a, b 的式子表示为_____，如果将它个位和十位上的数对调，使得到的两位数比原来的两位数大，那么 a 与 b 的大小关系为_____.

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-5, 4)$ ， $B(-1, 2)$ ，将线段 AB 平移，得到线段 CD （点 A 的对应点为点 C ，点 B 的对应点为点 D ），线段 AB 上任一点 (x, y) 在平移后的对应点为 $(x+s, y-t)$ ，其中 $s \geq 0, t \geq 0$.



(1) 若点 C 与点 B 恰好重合，则 $s =$ _____， $t =$ _____；

(2) 若 $s+t=6$ ，且平移后三角形 BCD 的面积最大，则此时 $s=$ _____， $t=$ _____.

三、解答题（本题共 52 分，第 17 题 8 分，第 18-20 题，每题 4 分，第 21-22 题，每题 5 分，第 23 题 4 分，第 24-26 题，每题 6 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} y = 2x, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 4y = 13, \\ 2x + y = -1. \end{cases}$$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-1) < 2x+1, \\ \frac{4x+1}{2} - 1 \geq x. \end{cases}$$

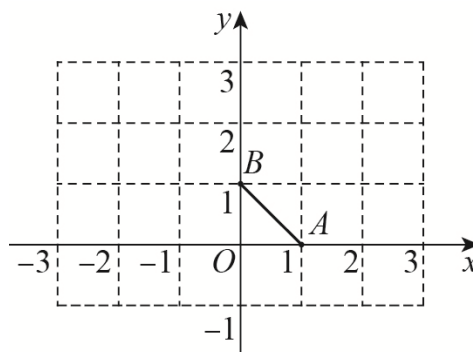
19. 已知正实数 a 的两个平方根分别是 x 和 $x+y$.

(1) 若 $x=2$ ，求 y 的值；

(2) 若 $x-y=3$ ，求 a 的值.

20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,0), B(0,1)$.

- (1) 线段 AB 的长为 _____，请选用合适的工具，描出点 $C(1+\sqrt{2}, 0)$ 的位置；
- (2) 若点 D 的纵坐标为 1，且 $BD = 2$ ，请判断：点 D 的位置 _____（填“唯一”或“不唯一”），若唯一，请说明理由；若不唯一，请在图中标出所有点 D 的位置.

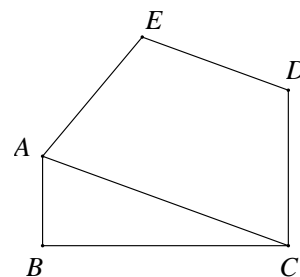


21. 某博物馆有 A, B 两种不同的文创纪念品，花费 400 元可以购买 10 件 A 纪念品和 4 件 B 纪念品，或者购买 5 件 A 纪念品和 10 件 B 纪念品.

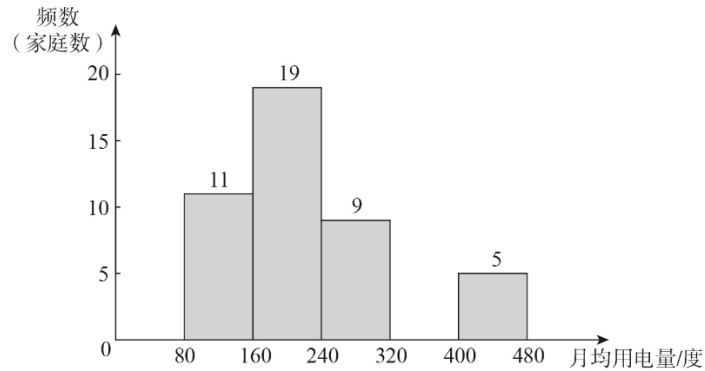
- (1) A, B 两种纪念品的单价各多少元？
- (2) 如果想购买两种纪念品共 20 件，其中 A 纪念品不少于 8 件，最少花费多少元？请说明理由.

22. 如图，已知 $AC \parallel DE$ ， $\angle D + \angle BAC = 180^\circ$.

- (1) 求证： $AB \parallel CD$ ；
- (2) 连接 CE ，恰好满足 CE 平分 $\angle ACD$. 若 $AB \perp BC$ ， $\angle CED = 35^\circ$ ，求 $\angle ACB$ 的度数.



23. 某市在实施居民阶梯电价收费政策前，对居民生活用电情况进行了调查，下图是通过简单随机抽样调查获得的 50 个家庭去年的月均用电量直方图（数据分为如下 5 组： $80 \leq x < 160$ ， $160 \leq x < 240$ ， $240 \leq x < 320$ ， $320 \leq x < 400$ ， $400 \leq x < 480$ ）：



- (1) 请补全直方图;
- (2) 根据直方图可以判断, 在上面 5 个组中, 月均用电量 x (度) 在_____范围内的家庭最多;
- (3) 为鼓励节约用电, 需要确定一个用电量的标准, 将原来单一的 0.50 元/度的电费标准改为按月用电量分为三档, 如下表所示:

档位	月均用电量 x (度)	电费单价 (元/度)
第一档	$0 \leq x \leq m$	0.50
第二档	$m < x \leq 400$	0.55
第三档	$x > 400$	0.80

- ① 根据表中信息, 需要按第三档标准缴纳电费的家庭数约占总家庭数的百分比为_____;
- ② 抽样结果中, 月均用电量 x 为 $240 \leq x < 320$ 的 9 个家庭, 其月均用电量依次为

245.5 257.3 273.2 279.8 296.5 300.1 312.3 313.0 318.2

根据上述信息, 若要使约 70% 的家庭电费支出不受到影响, 请写出一个合理的 m 值为_____.

24. 对于两个关于 x 的不等式, 若有且仅有一个整数使得这两个不等式同时成立, 则称这两个不等式是“互联”的. 例如不等式 $x > 1$ 和不等式 $x < 3$ 是“互联”的.

- (1) 判断不等式 $x - 1 < 2$ 和 $x - 2 \geq 0$ 是否是“互联”的, 并说明理由;
- (2) 若不等式 $2x - a < 0$ 和 $x > 0$ 是“互联”的, 求 a 的最大值;
- (3) 若不等式 $x + 1 > 2b$ 和 $x + 2b \leq 3$ 是“互联”的, 直接写出 b 的取值范围.

25. 如图, 已知线段 AB , 点 C 是线段 AB 外一点, 连接 AC , $\angle CAB = \alpha$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). 将线段 AC 沿 AB 平移得到线段 BD . 点 P 是线段 AB 上一动点, 连接 PC , PD .

- (1) 依题意在图 1 中补全图形, 并证明: $\angle CPD = \angle PCA + \angle PDB$;
- (2) 过点 C 作直线 $l \parallel PD$, 在直线 l 上取点 M , 使 $\angle MDC = \frac{1}{2} \angle CDP$.

- ① 当 $\alpha = 120^\circ$ 时, 画出图形, 并直接用等式表示 $\angle BDM$ 与 $\angle BDP$ 之间的数量关系;

- ② 在点 P 运动的过程中, 当点 P 到直线 l 的距离最大时, $\angle BDP$ 的度数是_____ (用含 α 的式子表示).

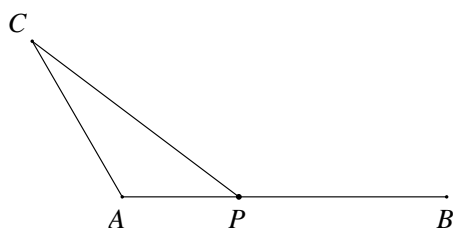
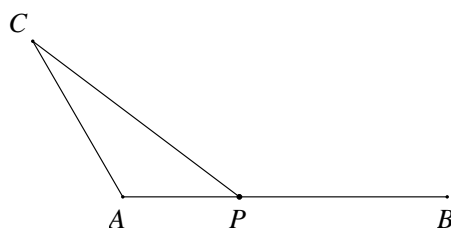


图 1



备用图

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于不重合的两点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$, 给出如下定义:

如果当 $|x_1| > |x_2|$ 时, 有 $|y_1| \geq |y_2|$; 当 $|x_1| < |x_2|$ 时, 有 $|y_1| \leq |y_2|$, 则称点 P 与点 Q 互为“进取点”. 特殊地, 当 $|x_1| = |x_2|$ 时, 点 P 与点 Q 也互为“进取点”. 已知点 $A(2, 2)$, 点 $B(4, 4)$.

- (1) 如图 1, 在点 $C(4, 3)$, $D(-2, 3)$, $E(-1, -3)$, $F(1, -1)$ 中, 其中所有与点 A 互为“进取点”的是_____;

- (2) 如果一个点的横、纵坐标都是整数, 则称这个点为整点. 在满足 $|x| \leq 4, |y| \leq 4$ 的所有整点中 (如图 2):

- ① 已知点 $P(x, y)$ 为第一象限中的整点, 且与点 A , 点 B 均互为“进取点”. 求所有符合题意的点 P 的坐标;

- ② 在所有的整点中取 n 个点, 若这 n 个点中任意两个点都互为“进取点”, 直接写出 n 的最大值.

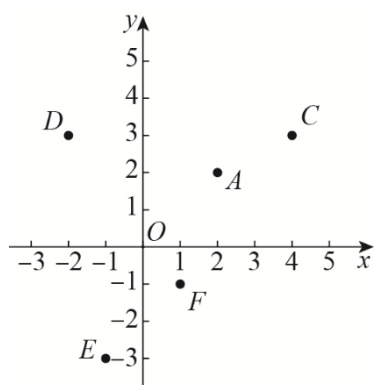


图 1

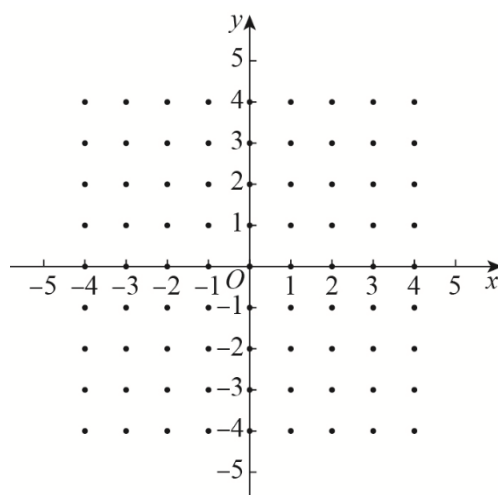


图 2

海淀区七年级练习

数学 参考答案

2023.07

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	D	C	C	B	B	C	C	D

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 4.

12. $3-\sqrt{3}$

13. AB, CD (1分), 同位角相等, 两直线平行 (2分)

14. ± 3 (只答 3 或者只答 -3 , 给 2 分, 有错不给分)

15. $10b+a$ (1分), $a > b$ (2分)

16. (1) 4, 2 (2分, 每空 1分), (2) 0, 6 (1分)

三、解答题（本题共 52 分，第 17 题 8 分，第 18-20 题，每题 4 分，第 21-22 题，每题 5 分，第 23 题 4 分，第 24-26 题，每题 6 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. (本题 8 分，每小题各 4 分)

解：(1) 原方程组为：
$$\begin{cases} y = 2x & \text{①} \\ 3x + 2y = 7 & \text{②} \end{cases}$$

将①代入②，得： $3x + 4x = 7$ 1分

$x = 1$ 2分

将 $x = 1$ 代入①，得： $y = 2$ 3分

\therefore 方程组的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 4分

(2) 原方程组为: $\begin{cases} x-4y=13 & \text{①} \\ 2x+y=-1 & \text{②} \end{cases}$

②×4, 得: $8x+4y=-4$ ③,1分

③+①, 得: $9x=9,$

$x=1.$ 2分

将 $x=1$ 代入②, 得 $2+y=-1,$

$y=-3$ 3分

∴ 方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ 4分

18. (本题 4 分)

解: 原不等式组为: $\begin{cases} 3(x-1) < 2x+1 & \text{①} \\ \frac{4x+1}{2} - 1 \geq x & \text{②} \end{cases}$

由①得: $x < 4,$ 2分

由②得: $x \geq \frac{1}{2}$ 3分

∴ 不等式组的解集是 $\frac{1}{2} \leq x < 4$ 4分

19. (本题 4 分)

解: ∵ 正实数 a 的两个平方根分别是 x 和 $x+y,$

∴ $x+(x+y)=0,$ 即 $y=-2x$ 1分

(1) 当 $x=2$ 时, $y=-2x=-4$ 2分

(2) 当 $x-y=3$ 时, 得方程组 $\begin{cases} y=-2x \\ x-y=3 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 3分

∴ a 的两个平方根分别为 1 和 -1

∴ $a=1$ 4分

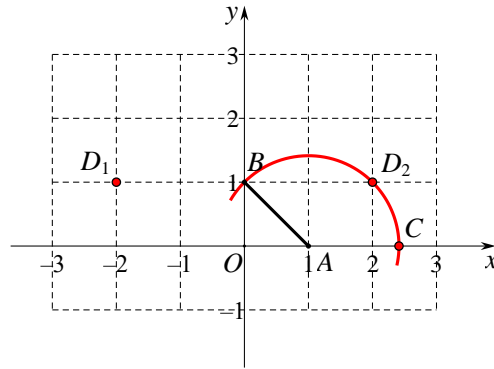
20. (本题 4 分)

(1) $\sqrt{2}$;1 分

如图所示 (方法不唯一, 位置准确即可)2 分

(2) 不唯一;3 分

如图, 点 D 可能为 $(-2,1)$ 或 $(2,1)$ 4 分



21. (本题 5 分)

(1) 解: 设 A 纪念品单价为 x 元, B 纪念品单价为 y 元, 依题意:

$$\begin{cases} 10x + 4y = 400 \\ 5x + 10y = 400 \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

解得: $\begin{cases} x = 30 \\ y = 25 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

答: A 纪念品单价为 30 元, B 纪念品单价为 25 元.3 分

(2) 答: 买 A 纪念品 8 件, B 纪念品 12 件时, 最少花费为 540 元.4 分

法一: 理由: 若都购买 B 纪念品, 那么需要花费 $20 \times 25 = 500$ 元, 由于 A 纪念品单价比 B 纪念品单价贵 5 元, 因此将一件 B 纪念品换成 A 纪念品, 总花费需要增加 5 元, 所以买 A 纪念品越少, 则总花费越少, 而 A 纪念品不少于 8 件, 所以刚好买 8 件 A 纪念品, 12 件 B 纪念品时, 总花费最少.5 分

法二: 买 A 纪念品 8 件, B 纪念品 12 件时, 最少花费为 540 元.4 分

设买 z 件 A 纪念品, 则买 $20 - z$ 件 B 纪念品,

此时花费 $30z + 25(20 - z) = 5z + 500$

$\because z \geq 8, \therefore 5z + 500 \geq 540,$

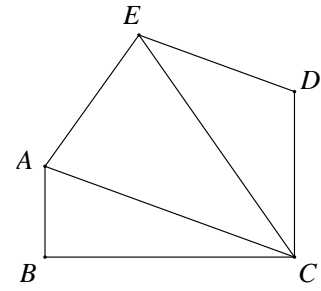
\therefore 刚好买 8 件 A 纪念品, 12 件 B 纪念品时, 总花费最少.5 分

注: 此问方法不唯一, 表达合理且逻辑清楚即可

22. (本题 5 分)

(1) 证明:

- $\because AC \parallel DE,$
- $\therefore \angle D + \angle ACD = 180^\circ.$ 1 分
- $\because \angle D + \angle BAC = 180^\circ.$
- $\therefore \angle ACD = \angle BAC.$
- $\therefore AB \parallel CD.$ 2 分

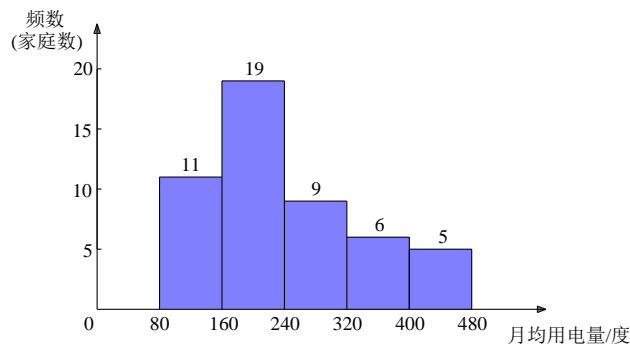


(2) 解:

- $\because DE \parallel AC, \angle CED = 35^\circ,$
- $\therefore \angle ACE = \angle CED = 35^\circ.$ 3 分
- $\because CE$ 平分 $\angle ACD,$
- $\therefore \angle ACD = 2\angle ACE = 70^\circ.$ 4 分
- $\because AB \perp BC,$
- $\therefore \angle B = 90^\circ.$
- $\because AB \parallel CD,$
- $\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle B = 90^\circ.$
- $\therefore \angle ACB = \angle BCD - \angle ACD = 20^\circ.$ 5 分

23. (本题 4 分)

(1) 如图所示.



- (2) $160 \leq x < 240;$ 2 分
- (3) ① 答案不唯一, 例如 10%.3 分
- ② 答案不唯一, 例如 300.0.4 分

24. (本题 6 分)

(1) 是,1 分

理由: 分别解两个不等式, 得 $x < 3$ 和 $x \geq 2$, 当两个不等式同时成立时,

x 的取值范围是 $2 \leq x < 3$, 满足条件的整数只有 $x = 2$.

按定义, 这两个不等式是“互联”的.2 分

(2) 解: 两个不等式的解集分别为 $x < \frac{a}{2}$ 和 $x > 0$.

当 $a \leq 0$ 时, 不存在 x 同时满足不等式 $x < \frac{a}{2}$ 和 $x > 0$,

当 $a > 0$ 时, 使两个不等式同时成立的 x 的范围是 $0 < x < \frac{a}{2}$.

依题意, 唯一能够使两个不等式同时成立的 x 的值为 1,3 分

$\therefore 1 < \frac{a}{2} \leq 2, \therefore 2 < a \leq 4.$

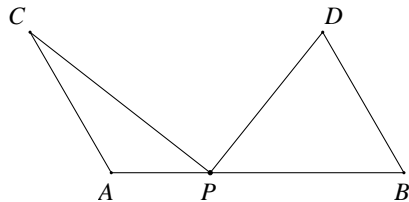
$\therefore a$ 的最大值为 44 分

(3) $\frac{1}{2} < b < 1$ 6 分

注: 这个不等式对一边给 1 分.

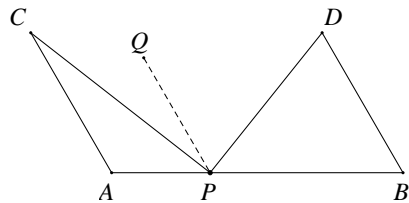
25. (本题 6 分)

(1) 如图所示



.....1 分

证明: 如图, 作 $PQ \parallel AC$.



\therefore 线段 AC 沿 AB 平移到线段 BD ,

$\therefore AC \parallel BD$.

$\therefore PQ \parallel AC$,

$\therefore PQ \parallel BD$.

$\therefore \angle PDB = \angle DPQ$2 分

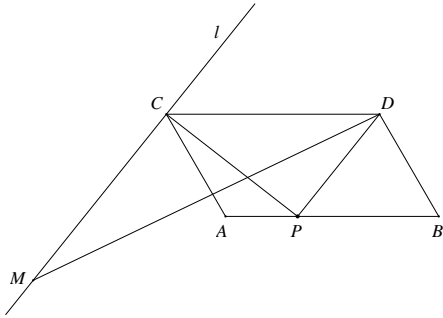
$\therefore PQ \parallel AC$,

$\therefore \angle PCA = \angle CPQ$.

$\therefore \angle CPD = \angle CPQ + \angle DPQ = \angle PCA + \angle PDB$3 分

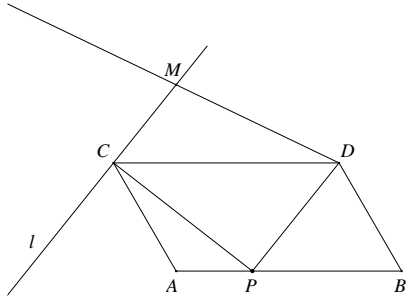
(2) ① 分两种情况:

情形 1: 点 M 在直线 CD 下方时, $2\angle BDM - \angle BDP = 120^\circ$.



.....4 分

情形 2: 点 M 在直线 CD 上方时, $2\angle BDM + \angle BDP = 360^\circ$



.....5 分

(注: 每种情况 1 分, 必须是图形和关系式同时正确才能得分, 仅画对两个图但关系式不对, 或者是仅关系式对, 图不对, 均不能得分)

② $\alpha = 90^\circ$ 6 分

26. (本题 7 分)

(1) C, D, F ;2 分

(全对得 2 分, 写对 1 个或者 2 个, 得 1 分, 有错不给分)

(2) ①

解: 对于点 $B(4, 4)$ 来说, 第一象限中除了点 B 之外的 15 个整点, 横坐标分别为 1, 2, 3, 4, 当 $|x| < 4$ 时, 均满足 $|y| \leq 4$, 故这些点均与点 B 互为“进取点”, 当 $x = 4$ 时, 按定义, 这样的点也与点 B 互为“进取点”.

所以这 15 个点均与点 B 互为“进取点”.3 分

所以只需要找出与点 A 互为“进取点”的点即可.

对于点 $A(2, 2)$ 来说, 第一象限中除点 A , 点 B 外的 14 个点中,

当横坐标为 $x=1$ 时, 点 $(1, 1), (1, 2)$ 与点 A 互为“进取点”,

当横坐标为 $x=2$ 时, 点 $(2, 1), (2, 3), (2, 4)$ 与点 A 互为“进取点”,

当横坐标为 $x=3$ 时, 点 $(3, 2), (3, 3), (3, 4)$ 与点 A 互为“进取点”,

当横坐标为 $x=4$ 时, 点 $(4, 2), (4, 3)$ 与点 A 互为“进取点”.

.....4分

综上, 在第一象限中满足 $|x| \leq 4, |y| \leq 4$ 的整点中, 同时与点 A , 点 B 互为“进取

点”的点共有 10 个, 坐标为: $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 3), (2, 4),$

$(3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3)$5分

② 31.6分