

北京市东直门中学 2023-2024 学年度第一学期期中考试

# 初二数学

2023.11

命题人：王彦杰

审题人：行丹文

考试时间：100 分钟 总分 100 分

班级\_\_\_\_\_

姓名\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_



## 一、选择（每题 3 分，共 30 分）

1. 对称现象无处不在，下列汉字是轴对称图形的是（ ）

A. 吾

B. 爱

C. 东

D. 中

2. 下列长度的三条线段能组成三角形的是（ ）

A. 5, 8, 12

B. 2, 3, 6

C. 3, 3, 6

D. 4, 7, 11

3. 一个七边形的内角和度数为（ ）

A.  $360^\circ$

B.  $720^\circ$

C.  $900^\circ$

D.  $1080^\circ$

4. 下列计算正确的是（ ）

A.  $a + 2a^2 = 3a^3$

B.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$

C.  $(a^3)^2 = a^6$

D.  $(-2a)^2 = -4a^2$

5. 在正方形网格中， $\angle AOB$  的位置如图所示，到  $\angle AOB$  两边距离相等的点应是（ ）

A. M 点

B. N 点

C. P 点

D. Q 点

6. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle C=70^\circ$ ， $D$  为  $BC$  边中点，则  $\angle CAD$  等于（ ）

A.  $15^\circ$

B.  $20^\circ$

C.  $25^\circ$

D.  $30^\circ$

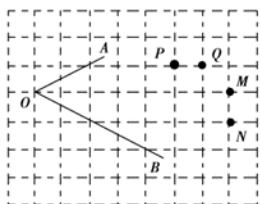
7. 如图，在边长为  $a$  的大正方形中，剪去一个边长为 3 的小正方形，将余下的部分按图中的虚线剪开后，拼成如图 2 所示的长方形，根据两个图形阴影部分面积相等的关系，可验证的等式为（ ）

A.  $(a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9$

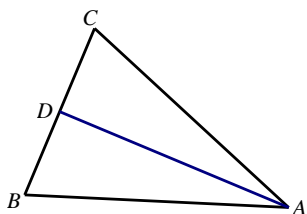
B.  $(a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$

C.  $a(a + 3) = a^2 + 3a$

D.  $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$



T5



T6

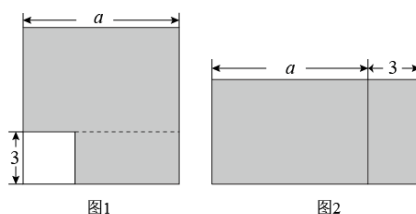


图1

图2

T7

8. 如图,  $AB=AC$ , 点  $D, E$  分别在  $AB, AC$  上, 补充下列一个条件后, 不能判断

$\triangle ABE \cong \triangle ACD$  的是 ( )

A.  $\angle B = \angle C$

B.  $BE = CD$

C.  $\angle BDC = \angle CEB$

D.  $AD = AE$

9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 根据尺规作图痕迹, 下列说法不一定正确的是 ( ).

A.  $AF = BF$

B.  $\angle AFD + \angle FBC = 90^\circ$

C.  $DF \perp AB$

D.  $\angle BAF = \angle CAF$

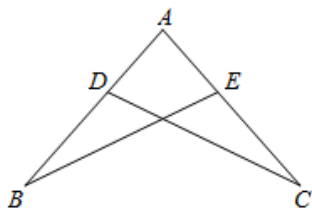
10. 已知, 如图在直角坐标系中, 点  $A$  在  $y$  轴上,  $BC \perp x$  轴于点  $C$ , 点  $A$  关于直线  $OB$  对称点  $D$  恰好在  $BC$  上, 点  $E$  与点  $O$  关于直线  $BC$  对称,  $\angle OBC = 35^\circ$ , 则  $\angle OED$  的度数为 ( ).

A.  $35^\circ$

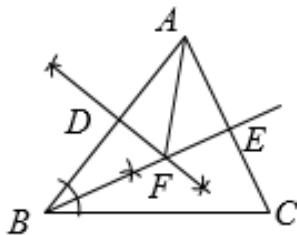
B.  $30^\circ$

C.  $25^\circ$

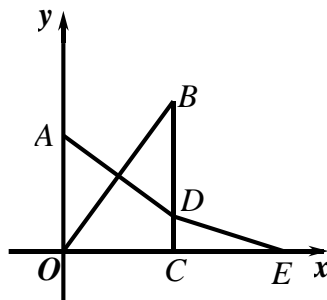
D.  $20^\circ$



T8



T9



T10

二、填空 (每题 2 分, 共 16 分)

11. 若  $(a-2)^0 = 1$ , 则  $a$  需要满足的条件是\_\_\_\_\_.

12. 工程建设中经常采用三角形的结构，如图的屋顶钢架，其中的数学道理是\_\_\_\_\_.

13. 点  $A(2, -1)$  关于  $x$  轴对称的点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.

14. 若  $a+b=-1$ ，则  $a^2+2ab+b^2=$ \_\_\_\_\_.

15. 已知等腰三角形的周长为 20，其中一边的长为 6，则底边的长为\_\_\_\_\_.

16. 如图，已知在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB$  的平分线  $CD$  交  $AB$  于点  $D$ ， $DE \parallel BC$  交  $AC$  于点  $E$ ，若  $DE=2$ ， $AE=3$ ，则  $AC=$ \_\_\_\_\_.

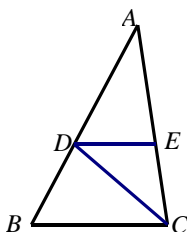
17. 已知  $a^{2x}=2$ ，则  $a^{6x}=$ \_\_\_\_\_.

18. 如图，长方形  $ABCD$  中， $AB=4$ ， $BC=2$ ，以长方形的顶点  $D$  为坐标原点， $DC$  边所在的直线为  $x$  轴建立如图所示坐标系，在长方形  $ABCD$  的对称轴  $l$  上存在点  $P$ ，使得  $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PAD$  均为等腰三角形.

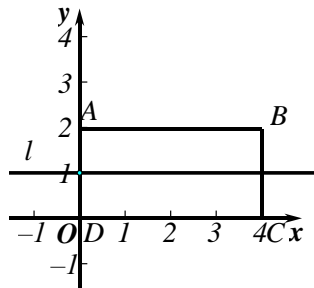
请写出一个符合的点  $P$  坐标：\_\_\_\_\_；满足条件的点  $P$  共有\_\_\_\_\_个.



T12



T16



T18

三、解答（19、20 题每小题 4 分，21、22、25、27、28 每题 5 分，23 题 6 分，24 题 4 分，26 题 3 分）

19. 计算

(1)  $3x^2y \cdot (-2xy^3z)$ ;

(2)  $(9x^3 - 12x^2 + 6x) \div 3x$ .



20. 分解因式:

(1)  $4m^2 - n^2$

(2)  $3a^2 - 6ab + 3b^2$

21. 已知  $3x^2 - x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x + 3)(2x - 3) + 2x(x - 1)$  的值.

22. 画图题:

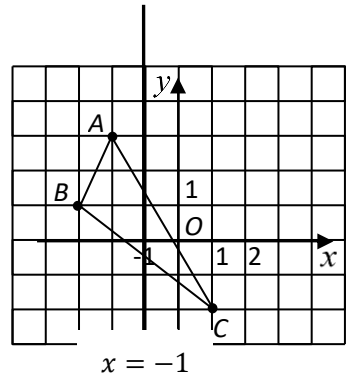
(1) 请画出  $\triangle ABC$  关于直线  $x = -1$  对称的  $\triangle A'B'C'$

(其中  $A', B', C'$  分别是  $A, B, C$  的对应点, 不写画法);

(2) 直接写出  $A', B', C'$  三点的坐标:

$A'(\quad), B'(\quad), C'(\quad)$ ;

(3)  $\triangle A'B'C'$  的面积为\_\_\_\_\_.



23. 数学课上, 王老师布置如下任务:

如图, 已知  $\angle MAN < 45^\circ$ , 点  $B$  是射线  $AM$  上的一个定点, 在射线  $AN$  上求作点  $C$ , 使  $\angle ACB = 2\angle A$ .

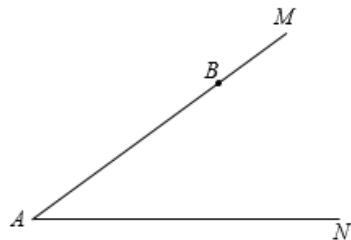
下面是小路设计的尺规作图过程.

作法:

①作线段  $AB$  的垂直平分线  $l$ , 直线  $l$  交射线  $AN$  于点  $D$ , 连接  $BD$ ;

②以点  $B$  为圆心,  $BD$  长为半径作弧, 交射线  $AN$  于另一点  $C$ , 连接  $BC$ , 则点  $C$  即为所求.

根据小路设计的尺规作图过程,



(1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明：

证明：连接  $BD$ ， $BC$ ，

$\because$  直线  $l$  为线段  $AB$  的垂直平分线，

$\therefore DA = \underline{\hspace{2cm}}$ ，(  $\underline{\hspace{2cm}}$  ) (填推理的依据)

$\therefore \angle A = \angle ABD$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 2\angle A$ 。

$\because BC = BD$ ，

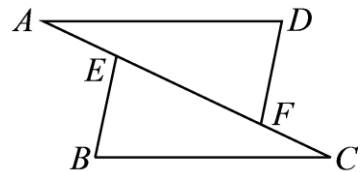
$\therefore \angle ACB = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ ，(  $\underline{\hspace{2cm}}$  ) (填推理的依据)

$\therefore \angle ACB = 2\angle A$ 。

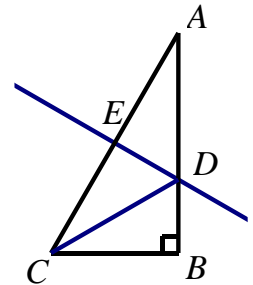
24. 已知：如图，点  $A$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $C$  在同一条直线上， $DF = BE$ ， $\angle B = \angle D$ ， $AD \parallel BC$

(1) 求证： $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 。

(2) 若  $AE = 3$ ，求  $CF$  的长。



25. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $DE$  垂直平分  $AC$ ，交  $AB$  于  $D$ ，垂足为  $E$ ，连接  $CD$ ， $CD$  为  $\angle ACB$  的角平分线，若  $ED = 1$ ， $DC = 2$ ，求  $AB$  的长。



26. 阅读材料:

我们已经学习过完全平方公式  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ . 对于多项式  $x^2 + 2x + 2$ , 虽然不能写成某个代数式的平方形式, 但是可以写成  $x^2 + 2x + 1 + 1 = (x + 1)^2 + 1$ , 即一个含  $x$  的代数式的平方与另一个数的和的形式. 更一般的, 对于二次项系数不为 1 的二次三项式  $ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ , 它总是可以化为  $a(x + h)^2 + k$  的形式, 我们把这种代数式的恒等变形叫做配方. 例如:  $2x^2 + 4x - 3 = 2(x^2 + 2x + 1) - 5 = 2(x + 1)^2 - 5$ , 这就是一个配方的过程. 根据以上内容回答下列问题:

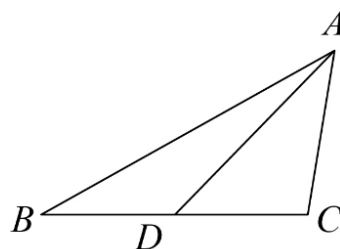
(1) 将代数式  $x^2 - 4x + 1$  配方;

(2) 已知  $4a^2 + 4(a - b) + b^2 + 5 = 0$ , 那么  $ab$  的值为\_\_\_\_\_.

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  的中点, 将线段  $AB$  沿  $AD$  所在直线翻折, 得到线段  $AB'$ , 作  $CE \parallel AB$  交直线  $AB'$  于点  $E$ .

(1) 依题意补全图形;

(2) 用等式表示线段  $AB, AE, CE$  之间的数量关系, 并证明.



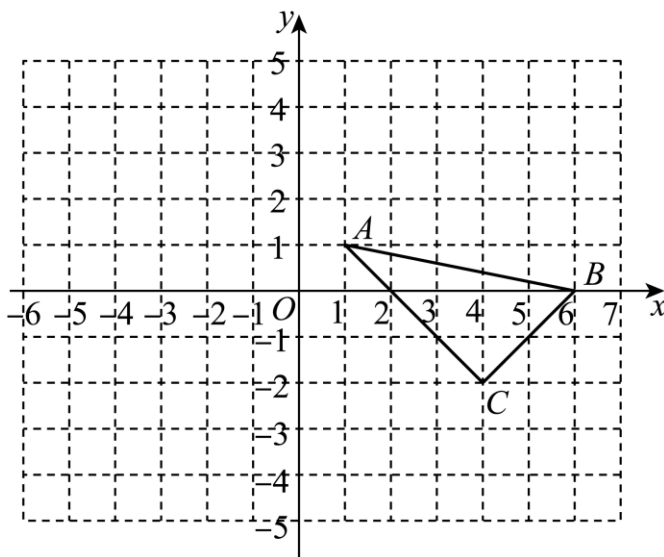
28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和图形  $W$ ，给出如下定义：图形  $W$  关于经过点  $(m, 0)$  且垂直于  $x$  轴的直线的对称图形为  $W'$ ，若点  $P$  恰好在图形  $W'$  上，则称点  $P$  是图形  $W$  关于点  $(m, 0)$  的“关联点”。

(1) 若点  $P$  是点  $Q(3, 2)$  关于原点的“关联点”，则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $A(1, 1)$ ， $B(6, 0)$ ， $C(4, -2)$ 。

①点  $C$  关于  $x$  轴的对称点为  $C'$ ，将线段  $BC'$  沿  $x$  轴向左平移  $d$  ( $d > 0$ ) 个单位长度得到线段  $EF$  ( $E, F$  分别是点  $B, C'$  的对应点)，若线段  $EF$  上存在两个  $\triangle ABC$  关于点  $(1, 0)$  的“关联点”，则  $d$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

②已知点  $M(m + 1, 0)$  和点  $N(m + 3, 0)$ ，若线段  $MN$  上存在  $\triangle ABC$  关于点  $(m, 0)$  的“关联点”，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。



草稿纸

---