



北京市师达中学初三年级第二次质量检测

数学试卷

2019/12/09

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列四个关系式中， y 是 x 的反比例函数的是（ ）

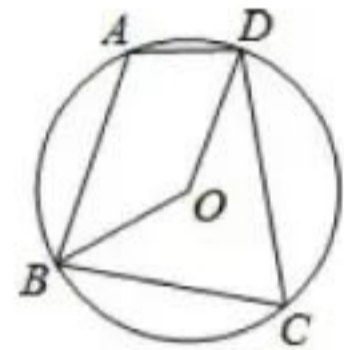
- A. $y = \frac{1}{x^2}$
- B. $xy = -1$
- C. $y = x^2 - 1$
- D. $\sqrt{x} = \frac{1}{y}$

2. 有 12 只型号相同的杯子，其中一等品 7 只，二等品 3 只，三等品 2 只，则从中任取一只，是二等品的概率等于（ ）

- A. $\frac{1}{12}$
- B. $\frac{1}{6}$
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $\frac{7}{12}$

3. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 O ， $\angle A = 110^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数是（ ）

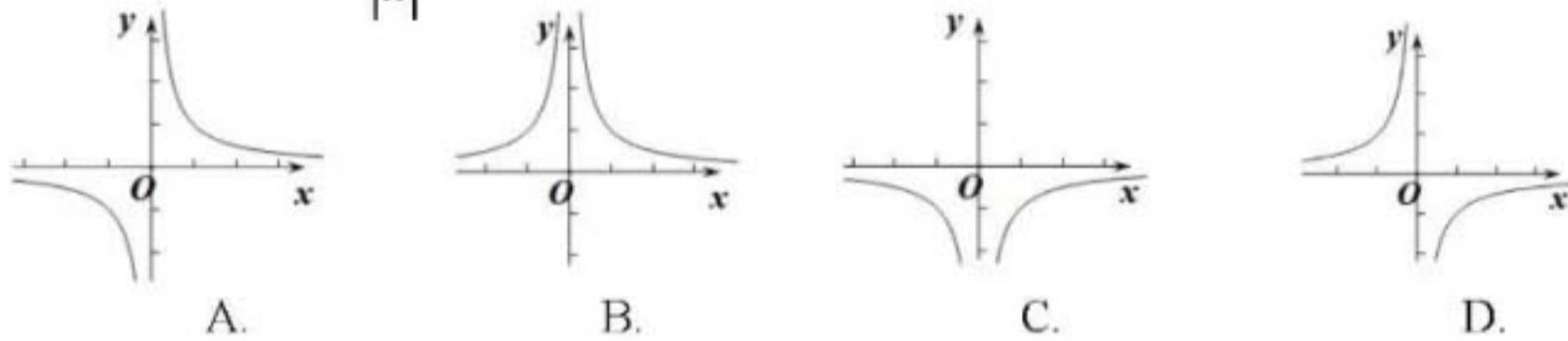
- A. 70°
- B. 110°
- C. 120°
- D. 140°



4. 下列所述图形中不一定是相似图形的是（ ）.

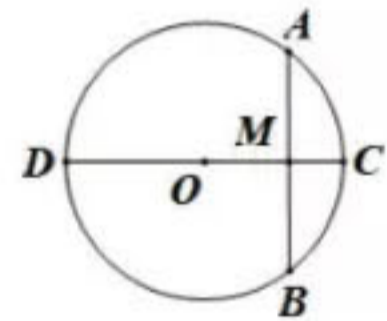
- A. 两个等腰直角三角形
- B. 两个等边三角形
- C. 两个顶角为 100° 的等腰三角形
- D. 两个八边形，所有内角为 135°

5. 下列是函数 $y = \frac{2}{|x|}$ 的图象的是（ ）

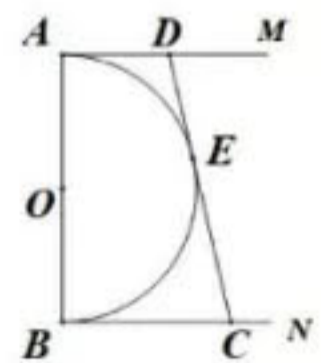
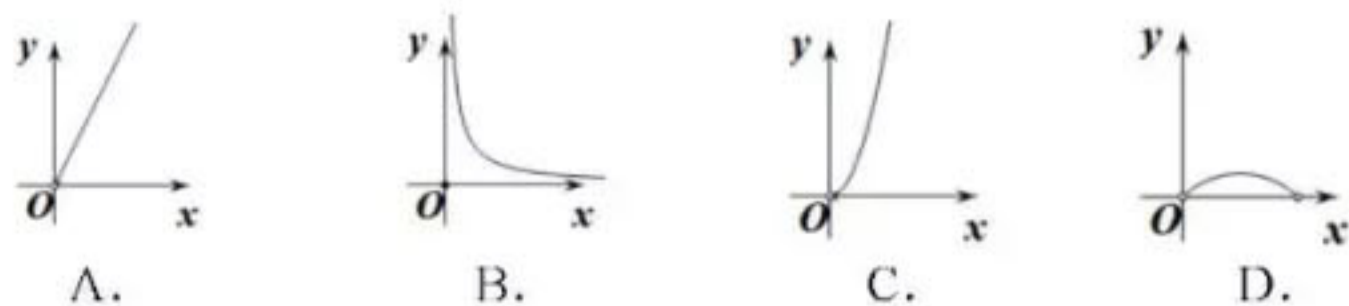


6. 如图，圆 O 的直径 $CD = 10$ ， AB 是圆 O 的弦，且 $AB \perp CD$ ，垂足为 M ， $CM = 2$ ，则 AB 的长为（ ）.

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. $\sqrt{91}$



7. 如图，圆 O 的直径 $AB = a$ ($a > 0$)， AM 和 BN 是它的两条切线， DE 切圆 O 于 E ，交 AM 于 D ，交 BN 于 C ，设 $AD = x$ ， $BC = y$ ，则 y 关于 x 的函数关系的大致图象是（ ）



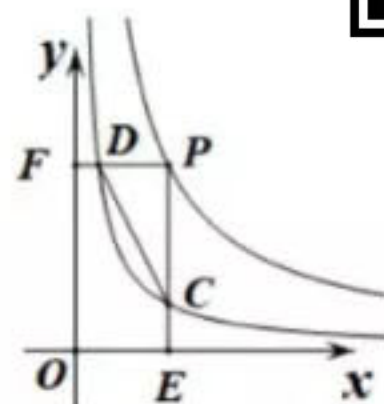


8. 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限内的图象如图所示, 点 P 在

函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, $PE \perp x$ 轴于 E , $PF \perp y$ 轴于 F , PE 、 PF 分别交函

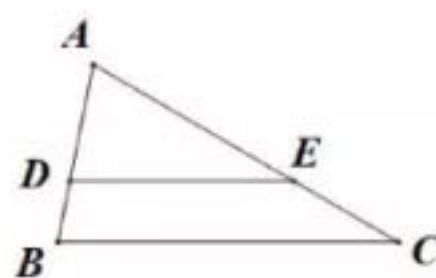
数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象于 D 、 C , 连接 DC , 则 $\triangle PDC$ 的面积是 ()

- A. 1 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{9}{8}$ D. $\frac{6}{5}$



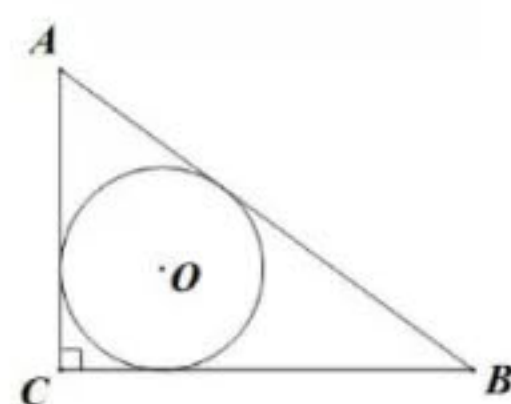
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 且 $DE \parallel BC$, 若 $AD=2$, $BD=1$, $AE=4$, 则 EC 的长为_____.

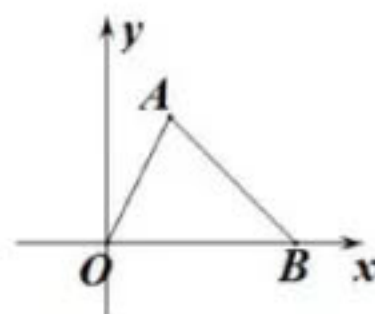


10. 若点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{5}{x}$ 的图象上, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为_____ (用“ $<$ ”号连接).

11. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\triangle ABC$ 的内切圆为圆 O , 已知 $AC=3$, $BC=4$, 则圆 O 的半径长为_____.



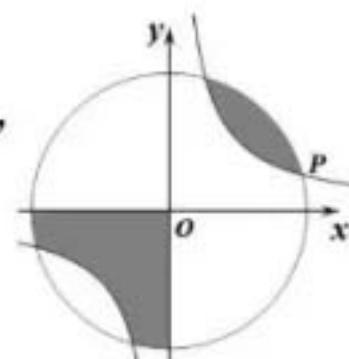
12. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 各顶点的坐标分别为: $O(0, 0)$, $A(1, 2)$, $B(3, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 2, 将 $\triangle OAB$ 放大, 若点 B 的对应点 B' 的坐标为 $(-6, 0)$ 则 A 点的对应点 A' 坐标为_____.



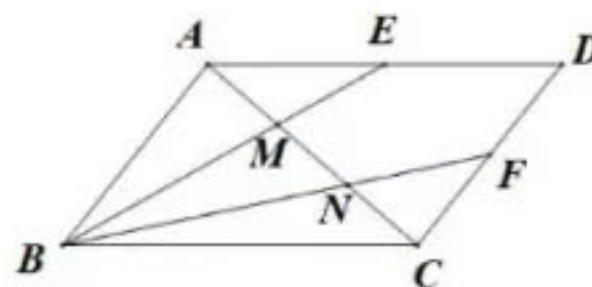
13. 柜子里有颜色不同的黑、白两双鞋, 随机取出两只鞋刚好配成一双的概率是_____.

14. 如图, 点 $P(3a, a)$ 是圆 O 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的交点,

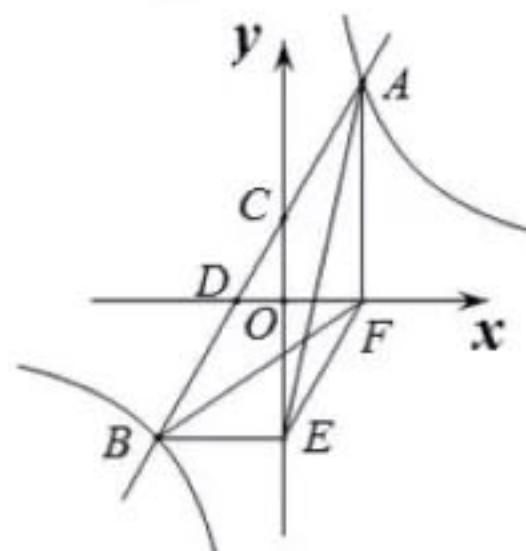
阴影部分的面积为 5π , 则 k 的值为_____.



15. 如图, $\square ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AD 、 CD 的中点, 对角线 AC 交 BE 、 BF 于 M 、 N , 若 $\triangle AME$ 的面积为 1, 则 $\square ABCD$ 的面积是_____.



16. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = mx + n$ ($m > 0, n > 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象交于 A 、 B , 与 x 轴、 y 轴分别交于 D 、 C , $AF \perp x$ 轴于 F , $BE \perp y$ 轴于 E , 连接 AE 、 BF . 下面四个结论中,



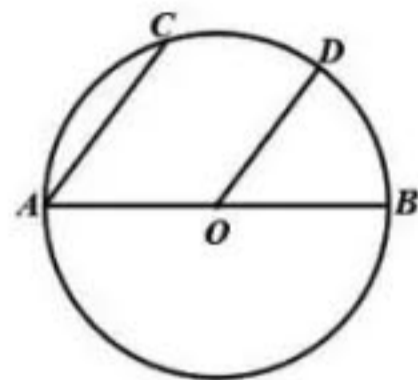


① $\triangle AFE$ 的面积与 $\triangle BEF$ 的面积都等于 $\frac{1}{2}k$; ② $AC=BD$;

③ $\frac{AF}{BE} = m$; ④ $\triangle ABE$ 的面积总等于 k . 所有正确结论的序号是_____.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17—22 题, 每小题 5 分. 第 23—26 题, 每小题 6 分. 第 27—28 题, 每小题 7 分). 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 已知:如图, AB 为圆 O 的直径, $OD \parallel AC$. 求证: 点 D 平分 \widehat{BC} .



18. 中国古代有着辉煌的数学成就, 《周髀算经》, 《九章算术》, 《海岛算经》, 《孙子算经》等是我国古代数学的重要文献. (1) 小聪想从这 4 部数学名著中随机选择 1 部阅读, 则他选中《九章算术》的概率为_____; (2) 某中学拟从这 4 部数学名著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容, 求恰好选中《九章算术》和《孙子算经》的概率.

19. 近视镜镜片的焦距 y (单位: 米) 是镜片的度数 x (单位: 度) 的函数, 下表记录了一组数据:

x (单位: 度)	...	100	250	400	500	...
y (单位: 米)	...	1.00	0.40	0.25	0.20	...

(1) 在下列函数中, 符合上述表格中所给数据的是_____;

A. $y = \frac{1}{100}x$

B. $y = \frac{100}{x}$

C. $y = -\frac{1}{200}x + \frac{3}{2}$

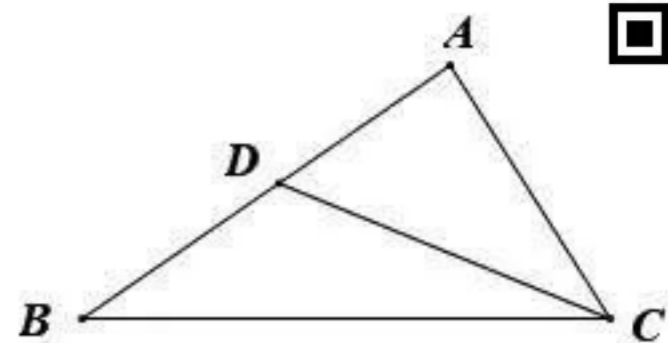
D. $y = \frac{x^2}{40000} - \frac{13}{800}x + \frac{19}{8}$

(2) 利用 (1) 中的结论计算: 当镜片的度数为 200 度时, 镜片的焦距约为_____米.



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AB 边上, $\angle ABC = \angle ACD$,

- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (2) 若 $AD=2$, $AB=5$, 求 AC



21. 古代阿拉伯数学家泰比特·伊本·奎拉对勾股定理进行了推广研究: 如图(图1中 $\angle BAC$ 为锐角, 图2中 $\angle BAC$ 为直角, 图3中 $\angle BAC$ 为钝角).

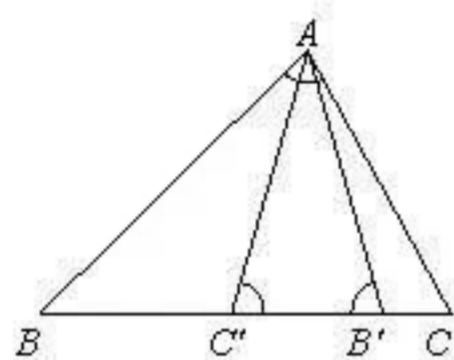


图1

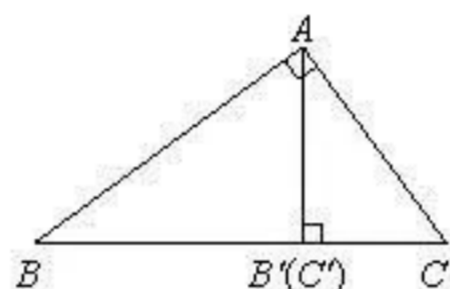


图2

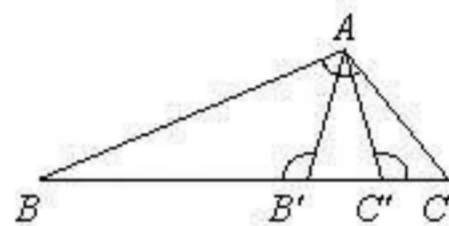


图3

在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上取 B' , C' 两点, 使 $\angle AB'B = \angle AC'C = \angle BAC$,

则 $\triangle B'BA \sim \triangle C'AC \sim \triangle$ (),

$\frac{AB}{B'B} = \frac{BC}{AB}$, $\frac{AC}{C'C} = \frac{AC}{AC}$, 进而可得 $AB^2 + AC^2 =$; (用 BB' , CC' , BC 表示);

若 $AB=4$, $AC=3$, $BC=6$, 则 $B'C' =$.

22. 下面是小明设计的“作平行四边形的高”的尺规作图过程

已知: $\square ABCD$.

求作: $AE \perp BC$, 垂足为点 E .

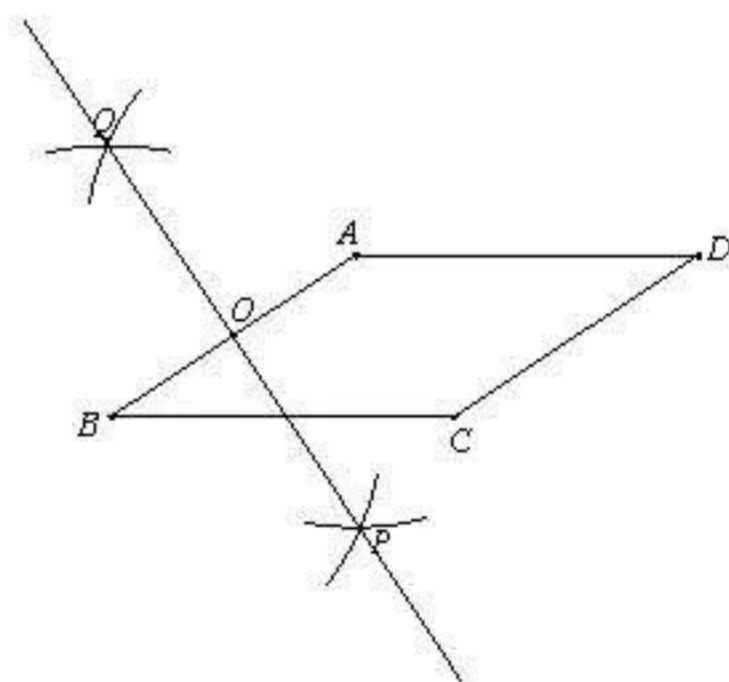
作法: 如图,

①分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧,

②两弧相交于 P, Q 两点;

③作直线 PQ , 交 AB 于点 O ;

④以点 O 为圆心, OA 长为半径做圆, 交线段 BC 于点 E ; 连接 AE , 线段 AE 就是所求作的高.



根据小明设计的尺规作图过程(1)使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明

证明: $\because AP=BP$, $AQ=$ ① ,



$\therefore PQ$ 为线段 AB 的垂直平分线.

$\therefore O$ 为 AB 中点.

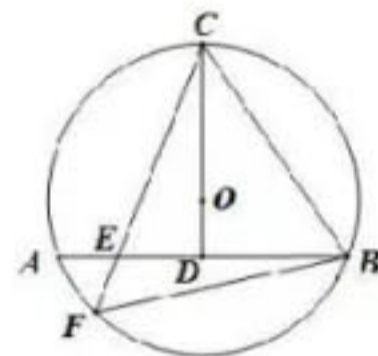
$\because AB$ 为直径, 圆 O 与线段 BC 交于点 E ,

$\therefore \angle AEB =$ ② $^\circ$, (_____ ③ _____) (填推理的依据)

$\therefore AE \perp BC$.

23. 如图所示, 在 $\odot O$ 中, CD 过圆心 O , 且 $CD \perp AB$ 于 D , 弦 CF 交 AB 于 E .

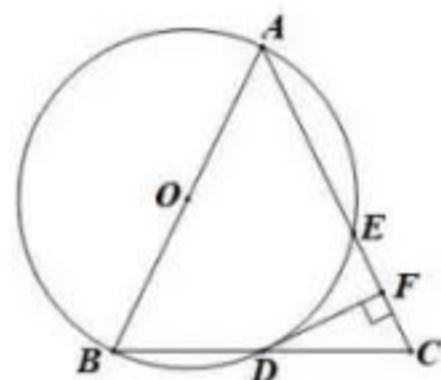
求证: (1) $\angle CFB = \angle CBA$; (2) $CB^2 = CF \cdot CE$.



24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径的圆 O 与边 BC ,

AC 分别交于点 D, E , DF 是圆 O 的切线, 交 AC 于点 F .

(1) 求证: $DF \perp AC$; (2) 若 $AE = 4$, $DF = 3$, 求圆 O 的半径.

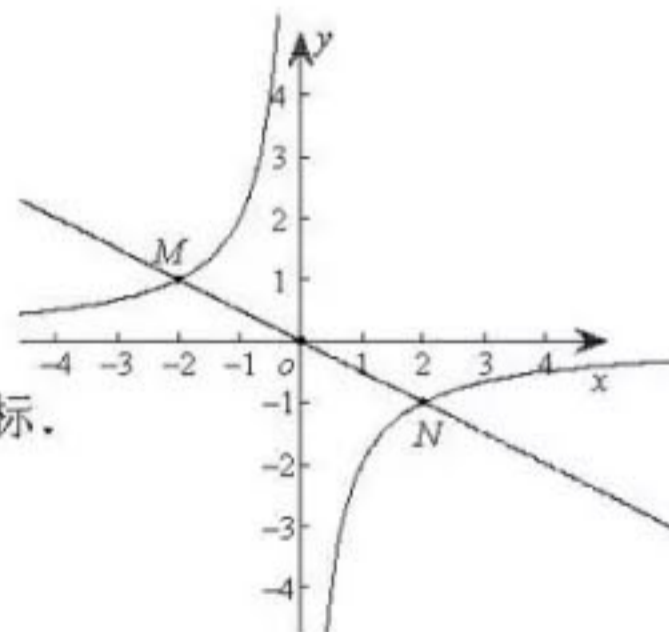


25. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图象

分别交于 M, N 两点, 已知点 $M(-2, m)$.

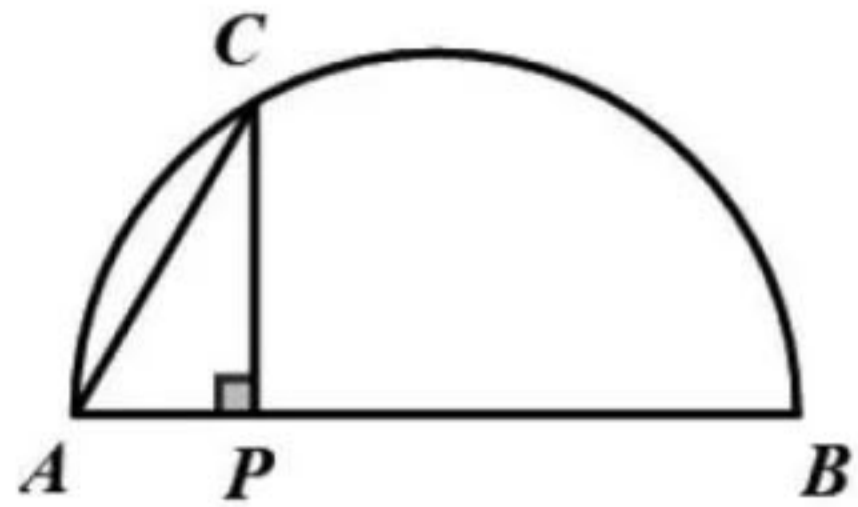
(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 点 P 为 y 轴上的一点, 当 $\angle MPN$ 为直角时, 直接写出点 P 的坐标.





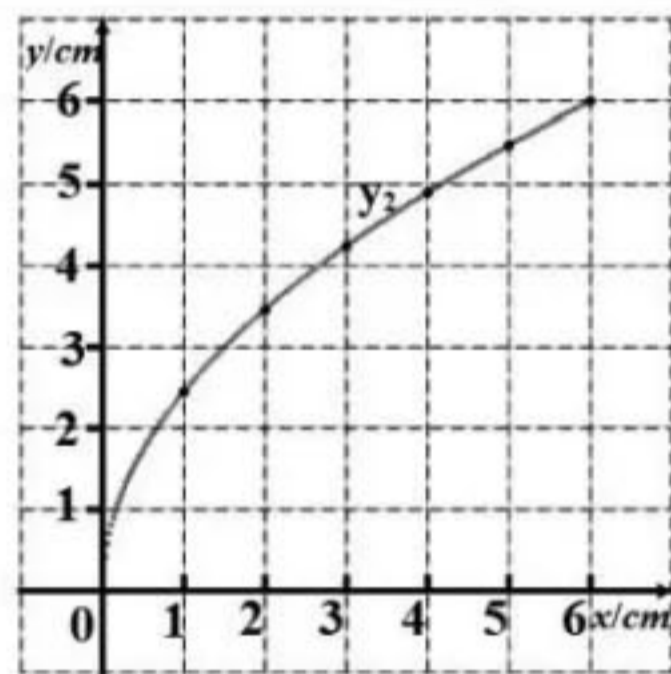
26. 在如图所示的半圆中, P 是直径 AB 上一动点, 过点 P 作 $PC \perp AB$ 于点 P , 交半圆于点 C , 连接 AC . 已知 $AB=6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$, A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$. 小聪根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小聪的探究过程, 请补充完整:



(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值:

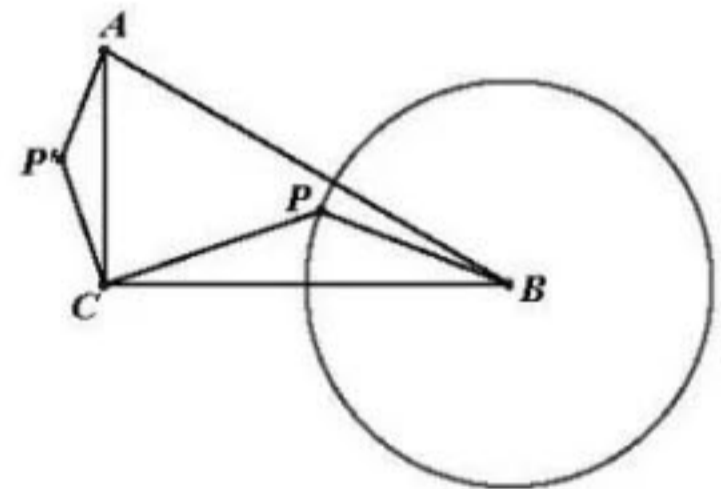
x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	2.24	2.83		2.83	2.24	0
y_2/cm	0	2.45	3.46	4.24	4.90	5.48	6

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1, y_2 的图象;



(3) 结合函数图象, 解决问题:
当 $\triangle APC$ 有一个角是 30° 时,
 AP 的长度约为 _____ cm .

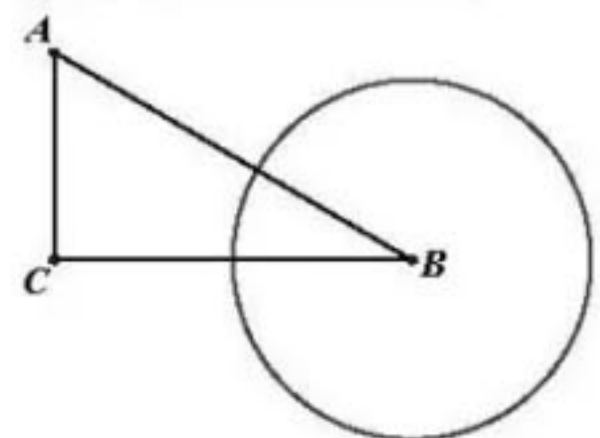
27. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=2$, $BC=2\sqrt{3}$, 以点 B 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径作圆. 点 P 为圆 B 上的动点, 连接 PC , 作 $P'C \perp PC$, 使点 P' 落在直线 BC 的上方, 且满足 $P'C:PC=1:\sqrt{3}$, 连接 BP, AP' .



(1) 求 $\angle BAC$ 的度数, 并证明 $\triangle AP'C \sim \triangle BPC$;

(2) 若点 P 在 AB 上时, ①在图 2 中画出 $\triangle AP'C$; ②连接 BP' , 线段 BP' 的长为 _____;

(3) 点 P 在运动过程中, BP' 是否有最大值或最小值? 若有, 请直接写出 BP' 取得最大值或最小值时 $\angle PBC$ 的度数; 若没有, 请说明理由.





28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 G , 给出如下定义: 若在图形 G 上存在两个点 A, B , 使得以 P, A, B 为顶点的三角形为等边三角形, 则称 P 为图形 G 的“等边依附点”. 特殊地规定, 图形 G 上的点都是图形 G 的“等边依附点”.

(1) 已知 $M(-3, -\sqrt{3}), N(3, -\sqrt{3})$.

①在点 $C(-2, 2), D(0, 1), E(1, \sqrt{3})$ 中, 是线段 MN 的“等边依附点”的是_____;

②点 $P(m, 0)$ 在 x 轴上运动, 若 P 为线段 MN 的“等边依附点”, 求点 P 的横坐标 m 的取值范围;

(2) 已知 $\odot O$ 的半径为 1, 若 $\odot O$ 上所有点都是某条线段的“等边依附点”, 直接写出这条线段长 n 的取值范围.