2023 北京延庆初二（下）期末

数　　学

一、选择题

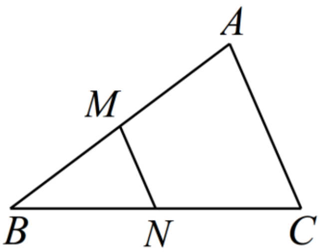
1. 五边形的内角和为【　】

A. 720°　　B. 540°　　C. 360°　　D. 180°

2. 如图是我国几家银行的标志，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， M ， N 分别是 AB ， BC 的中点，若 $MN=3$，则 AC 的长为（　）



A. 1.5　　B. 3　　C. 6　　D. 9

4. 函数 $y=\dfrac{x}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是（　）

A. $x=0$　　B. $x\neq 0$　　C. $x=3$　　D. $x\neq 3$

5. 用配方法解方程 $x^2-4x=1$ 时，原方程应变形为（　）

A. $(x+2)^2=5$　　B. $(x-2)^2=5$　　C. $(x+2)^2=1$　　D. $(x-2)^2=1$

6. 菱形和平行四边形都具有的性质是（　）

A. 对角线相等　　B. 对角线互相垂直

C. 对角线平分一组对角　　D. 对角线互相平分

7. 甲、乙两位同学在射击选拔比赛中，各射击了 5 次，他们的成绩（单位：环）如下表所示：

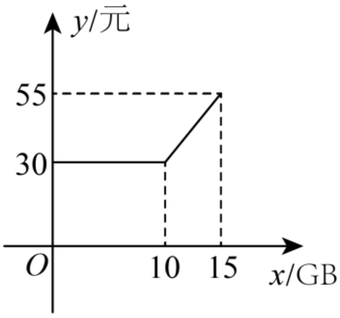
	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
甲	8	10	7	7	8
乙	10	5	10	8	7

设两人射击成绩的平均数依次为 $\bar{x}_{甲},\bar{x}_{乙}$，射击成绩的方差依次为 $S^2_{甲},S^2_{乙}$，则下列关系中完全正确的是（　）

A. $\bar{x}_{甲}=\bar{x}_{乙},S^2_{甲}>S^2_{乙}$　　B. $\bar{x}_{甲}=\bar{x}_{乙},S^2_{甲}<S^2_{乙}$

C. $\bar{x}_{甲} > \bar{x}_{乙}, S_{甲}^2 > S_{乙}^2$　　D. $\bar{x}_{甲} < \bar{x}_{乙}, S_{甲}^2 < S_{乙}^2$

8. 张琳选中某通讯公司的5G极速流量包．已知每月的流量费用 y（单位：元）与所用流量 x（单位：GB）的函数关系如图所示．则超过套餐内流量后，每GB流量的费用为（　）

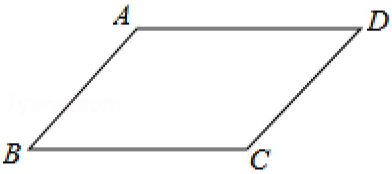


A. 3元　　B. 3.7元　　C. 5元　　D. 55元

二、填空题

9. 方程 $x^2-3x=0$ 的解为__________.

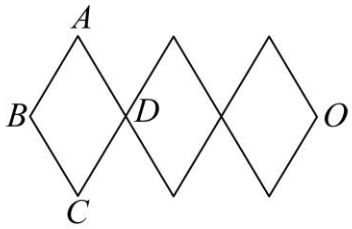
10. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，请你添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 成为平行四边形，你添加的条件是___.



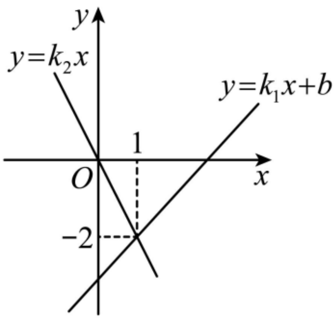
11. 请写出一个 y 随着 x 增大而减小，且过点 $(0,3)$ 的一次函数表达式：__________.

12. 如果一次函数 $y=2x-3$ 的图象经过点 $B(1,a)$，那么 a 的值为__________.

13. 如图所示的木制活动衣帽架，是由三个全等的菱形构成，根据实际需要可以调节 BO 间的距离．菱形边长 $AB=15\text{cm}$，若 BO 间的距离调节到 45cm，则 $\angle ABC$ 的度数是__________.

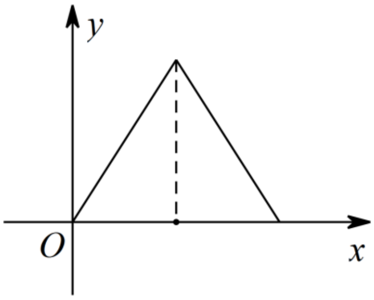


14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=k_1x+b(k_1\neq 0)$ 和 $y=k_2x(k_2\neq 0)$ 的图象如图所示，那么关于 x,y 的二元一次方程组 $\begin{cases} y=k_1x+b \\ y=k_2x \end{cases}$ 的解是__________.



15. “绿水青山就是金山银山”，为了山更绿、水更清，某区大力实施生态修复工程，发展林业产业，2020 年投入资金 128 万元，2022 年投入资金 200 万元．若每年投入资金的增长率 x 相同，则根据题意列出的方程为__________．

16. 下面的三个问题中都有两个变量：



①往水池中匀速注水，注满后停止，立刻再匀速放出水池中的水，直至放完；水池中水的体积 y 与所用时间 x；

②用一定长度的绳子围成一个矩形，矩形的面积 y 与一边长 x；

③周末时小明和妈妈外出散步，从家匀速走到香苑公园，随即从香苑公园匀速原路返回；小明离家的路程 y 与行走时间 x；

在①②③中，变量 y 与变量 x 之间的函数关系可以利用如图所示的图象表示的是__________．（填写序号）

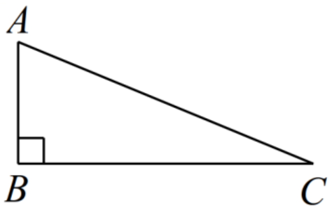
三、解答题

17. 解方程：

（1） $x^2-2x-3=0$；

（2） $2x^2-1=2x$．

18. 已知：如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90°$．求作：矩形 $ABCD$．



作法：①以 A 为圆心，BC 的长为半径画弧；

②以 C 为圆心，AB 的长为半径画弧；两弧交于点 D；

③连接 AD,CD；

则四边形 $ABCD$ 为矩形．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：$\because AB=CD, AD=BC,$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形（__________）（填推理的依据）.

$\because \angle ABC=90^{\circ}$，

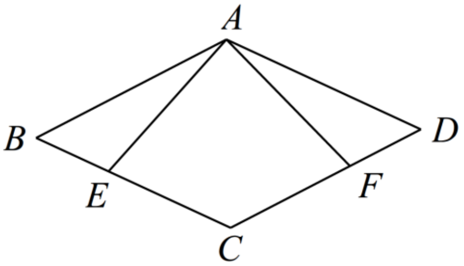
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为矩形（__________）（填推理的依据）.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(1,3\right), B\left(0,2\right)$，且与 x 轴交于点 C.

（1）求 k,b 及点 C 的坐标；

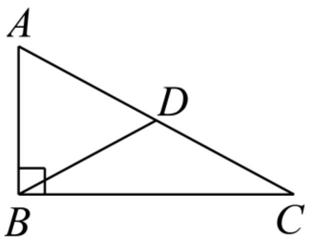
（2）点 P 为 x 轴上一动点，若 $\triangle ACP$ 的面积为 3，求点 P 的坐标.

20. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E,F 分别在 BC,CD 上，且 $BE=DF$. 求证：$\angle BAE=\angle DAF$.



21. 下面是证明直角三角形的性质定理："直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半"的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明.

直角三角形性质定理：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

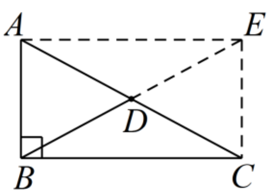


已知：如图，$Rt\triangle ABC, \angle ABC=90^{\circ}, BD$ 是 AC 边上的中线.

求证：$BD=\frac{1}{2}AC$.

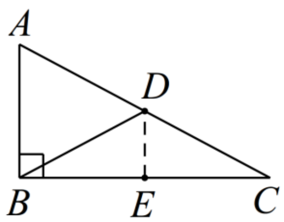
方法一：

证明：如图，延长 BD 到 E，使得 $DE=BD$，连接 AE,CE.



方法二：

证明：如图，取 BC 的中点 E，连接 DE.



22. 关于 x 的方程 $x^2-4x+2(m+1)=0$ 有两个实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）当 m 为正整数时，求此时方程的根.

23. 白河堡是北京海拔最高的水库，位于延庆区香营乡北部，得名于明代要塞靖安堡，因靖安堡扼守白河峡谷，俗名白河堡．水文站记录了白河堡水库某次蓄水过程中，水位在 4 小时内持续上涨的情况，水位高度 y（单位：m）与时间 x（单位：h）之间满足一次函数关系，其中 $0\le x\le 10$．下表是 x 与 y 的四组对应值.

x	0	1	2	4
y	3	3.5	4	5

回答下列问题：

（1）求水位上涨过程中，y 与 x 之间的函数表达式；

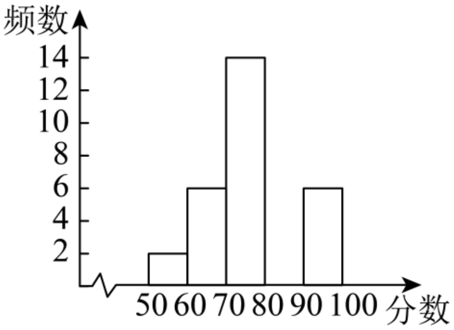
（2）若水位按照这种规律再上涨 2 小时，请利用（1）中的函数计算此时水位的高度是多少米？

24. 2023 年 3 月 22 日是第三十一个“世界水日”，其宗旨是唤起公众的节水意识，加强水资源保护．为进一步提升节水意识，某校举办“节水护家园，我们在行动”主题知识竞赛活动，参赛学生有 2000 人．为了解本次竞赛学生的成绩（满分 100 分），学校从中随机抽取了部分学生的成绩进行统计，并绘制部分的频数分布表和频数分布直方图，如下：

学生成绩频数分布表

分数	频数	频率
$50\le x<60$	2	0.05
$60\le x<70$	6	a
$70\le x<80$	14	0.35
$80\le x<90$	b	0.3
$90\le x\le 100$	6	0.15
合计	c	1.00

学生成绩频数分布直方图

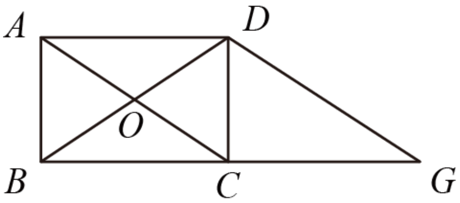


（1）补全频数分布表：$a=$_______，$b=$_______，$c=$_______；

（2）补全频数分布直方图；

（3）若成绩不低于 80 分为良好，估计这次参赛的学生中成绩为良好的约有多少人？

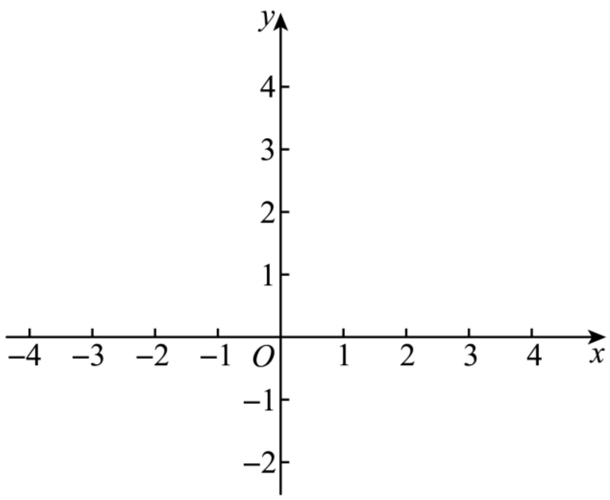
25. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O，延长 BC 到 G，使得 $CG=BC$，连接 DG.



（1）求证：四边形 $ACGD$ 是平行四边形；

（2）连接 OG，若 $AB=2, AD=4$，求 OG 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图像由函数 $y=\frac{1}{3}x$ 的图像平移得到的，且经过点 $A\left(3,2\right)$.



（1）求这个一次函数的表达式；

（2）画出一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图像；

（3）当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x+m$ 的值总大于函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

27. 如图，AC 是正方形 $ABCD$ 的对角线，点 E 为射线 AB 上一个动点，连接 CE，以点 E 为圆心，CE

为半径画弧，与直线 CA 交于点 F，连接 EF．若 $\angle BCE=\alpha$，且 $0^\circ<\alpha<45^\circ$．

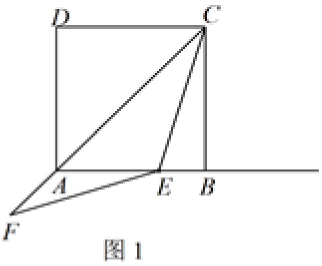


图 1

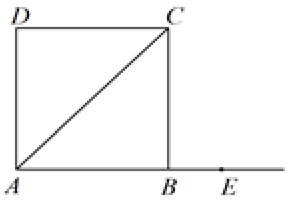


图 2

（1）如图 1，当点 E 在边 AB 上时，求 $\angle AEF$ 的度数（用含 α 的式子表示）；

（2）如图 2，当点 E 在边 AB 的延长线上时，

①请你依题意补全图形；

②用等式表示线段 AD, AE, AF 之间的数量关系，并证明．

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于直线 l 和图形 W 给出如下定义：若直线 l 与图形 W 有且只有一个交点，则称直线 l 是图形 W 的“独立关联直线”．如图 1，直线 l 是菱形 $ABCD$ 的“独立关联直线”．

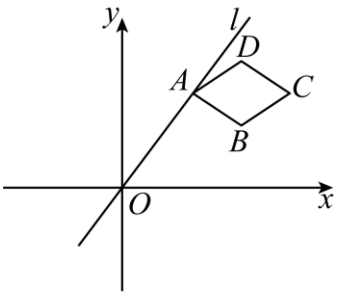


图1

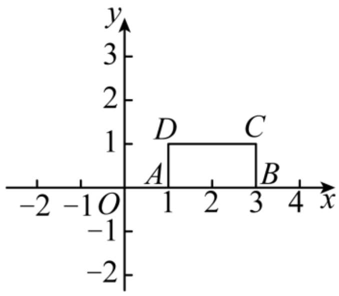
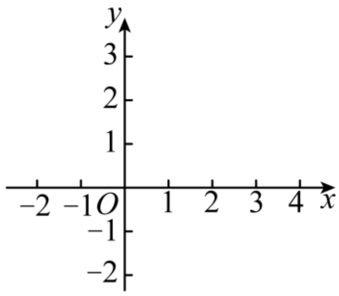


图2



备用图

（1）如图 2，点 $A(1,0)$，点 $C(3,1)$ 是矩形 $ABCD$ 的顶点，若一次函数 $y=kx-1(k\neq 0)$ 的图象是这个矩形的“独立关联直线”，求 k 的值；

（2）点 F,H 是直线 $y=x$ 上的两点，点 F 的横坐标为 a，点 H 的横坐标为 $a+1$；将正方形 $EFGH$ 的边 HE,EF,FG 称为图形 M（其中点 E 的横坐标为 a），若直线 l：$y=-2x+2$ 是图形 M 的“独立关联直线”，直接写出 a 的取值范围．

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	B	D	B	C

二、填空题

9. $\mathbf{x_1=0}$，$\mathbf{x_2=3}$.　　10. $AB=DC$（答案不唯一）　　11. $y=-x+3$（答案不唯一）

12. -1.　　13. $120°$　　14. $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$　　15. $128(1+x)^2=200$.　　16.①③.

三、解答题

17.（1）解：$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0,$

$\therefore x-3=0, x+1=0.$

$\therefore x_1=3, x_2=-1.$

（2）解：$2x^2-1=2x$

$2x^2-2x-1=0,$

$\because a=2, b=-2, c=-1,$

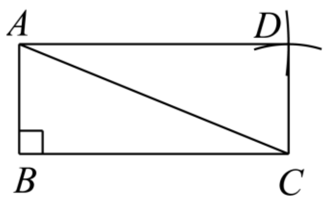
$\therefore b^2-4ac=(-2)^2-4\times2\times(-1)=4+8=12.$

$\therefore x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{2\pm\sqrt{12}}{4}=\dfrac{2\pm2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x_1=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}, x_2=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

18.（1）

解：如图，



（2）

证明：$AB=CD, AD=BC,$,

$\therefore$四边形$ABCD$为平行四边形（有两组对边分别相等的四边形是平行四边形）.

$\because \angle ABC=90°$，

$\therefore$平行四边形$ABCD$为矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）.

19.（1）

$\because$ 函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $(1,3),(0,2)$，

$\therefore \begin{cases}3=k+b\\2=b\end{cases}$，

解方程组，得 $\begin{cases}k=1\\b=2\end{cases}$，

$\therefore$ 一次函数的表达式为：$y=x+2$，

令 $y=0$，则 $x=-2$，

$\therefore$ 一次函数的图象与 x 轴交于 $C(-2,0)$.

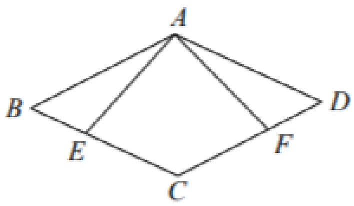
（2）由题意，得 $S_{\triangle ACP}=\dfrac{1}{2}CP\cdot|y_A|$，

$\therefore 3=\dfrac{1}{2}CP\cdot 3$，

$\therefore CP=2$，

$\therefore P$ 点坐标为：$(0,0),(-4,0)$.

20.证明：$\because$ 菱形 $ABCD$，



$\therefore AB=AD,\angle B=\angle D$.

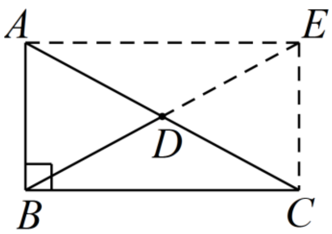
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中

$\begin{cases}AB=AD,\\\angle B=\angle D,\\BE=DF,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ADF(\text{SAS})$，

$\therefore \angle BAE=\angle DAF$.

21.方法一：证明：如图，延长 BD 到 E，使得 $DE=BD$，连接 AE,CE .



$\because$ 点 D 为 AC 的中点，

$\therefore AD=CD$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because \angle ABC=90^\circ$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形.

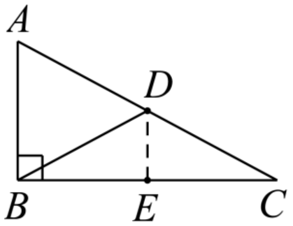
$\therefore AC = BE$.

$\because CD = \frac{1}{2}AC, BD = \frac{1}{2}BE$，

$\therefore BD = \frac{1}{2}AC$.

方法二：

证明：如图，取 BC 的中点 E，连接 DE.



$\because$ 点 D 为 AC 的中点，

$\therefore DE \parallel AB$.

$\because \angle ABC = 90^\circ$，

$\therefore \angle DEC = 90^\circ$.

$\therefore DE$ 是边 BC 的垂直平分线.

$\therefore BD = CD$.

$\because CD = \frac{1}{2}AC$，

$\therefore BD = \frac{1}{2}AC$.

22.（1）

解：$\because a = 1, b = -4, c = 2(m+1)$，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times1\times2(m+1) = 16 - 8m - 8 = 8 - 8m$.

$\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 2(m+1) = 0$ 有两个实数根，

$\therefore \Delta \geq 0$.

$\therefore 8 - 8m \geq 0$.

$\therefore m \leq 1$.

（2）解：$\because$ 当 m 为正整数时，且 $m \leq 1$，

$\therefore m = 1$.

$\therefore x^2 - 4x + 4 = 0$.

$\therefore x_1 = x_2 = 2$.

23.（1）解：设一次函数的表达式为：$y = kx + b$.

$\because$ 一次函数的图象经过点 $(0,3)$ 和 $(2,4)$，

$\therefore \begin{cases} 3 = b, \\ 4 = 2k + b. \end{cases}$

解方程组得 $\begin{cases} k = \dfrac{1}{2} \\ b = 3. \end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的表达式为：$y = \dfrac{1}{2}x + 3\left(0 \le x \le 10\right)$.

（2）由题意可知：$x = 6$，

$\therefore y = \dfrac{1}{2}x + 3 = \dfrac{1}{2} \times 6 + 3 = 6$.

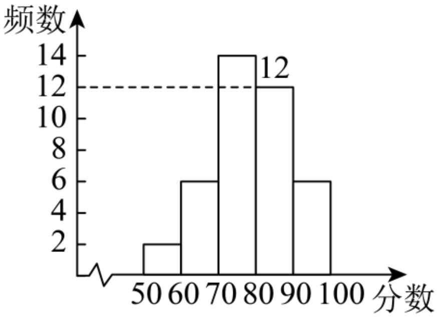
答：再过 2 个小时，水位的高度为 6m.

24.（1）解：$c = \dfrac{2}{0.05} = 40$（人），

$\therefore a = \dfrac{6}{40} = 0.15$，

$b = 40 \times 0.3 = 12$.

（2）解：补全频数分布直方图如图所示：



（3）解：$2000 \times \dfrac{12+6}{40} = 900$（人）

答：估计这次参赛的学生中成绩为良好的约有 900 人.

25.（1）$\because$ 矩形 $ABCD$，

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC$.

$\therefore AD \parallel CG$.

$\because BC = CG$，

$\therefore AD = CG$.

$\therefore$ 四边形 $ACGD$ 是平行四边形.

（2）过点 O 作 $OE \perp BC$ 于点 E.

$\because$ 矩形 $ABCD$，

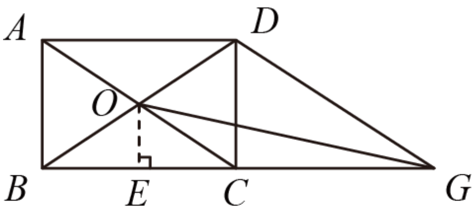
$\therefore AO = CO = BO = DO, BC = AD = 4$，

$\therefore BE = CE$.

$\therefore OE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 2=1$，

$EC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 4=2$.

$\because$四边形$ACGD$是平行四边形，



$\therefore CG=AD=4$.

$\therefore EG=EC+CG=6$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OEG, OE=1, EG=6$，

$\therefore$由勾股定理得，$OG=\sqrt{EG^2+OE^2}=\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}$.

26.（1）解：由题意，可得$y=\frac{1}{3}x+b$，

$\because$一次函数的图像经过点$A(3,2)$，

$\therefore 2=\frac{1}{3}\times 3+b$，

解得：$b=1$.

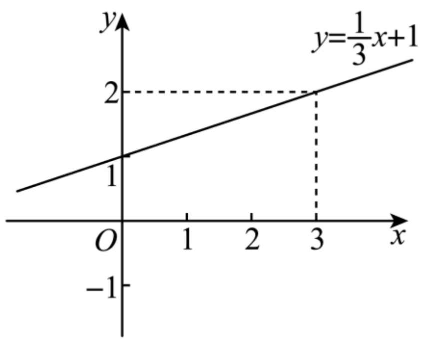
$\therefore$一次函数的表达式为$y=\frac{1}{3}x+1$.

（2）当$x=0$时，$y=\frac{1}{3}\times 0+1=1$，

$\therefore$一次函数$y=\frac{1}{3}x+1$的图像经过点$(0,1)$，

又$\because$一次函数$y=\frac{1}{3}x+1$的图像经过点$(3,2)$，

$\therefore$过点$(0,1)$和点$(3,2)$画直线，如图所示，即得一次函数$y=\frac{1}{3}x+1$的图像.



（3）把 $x=-1$ 代入函数解析式 $y=\frac{1}{3}x+1$，得：$y=\frac{1}{3}\times(-1)+1=\frac{2}{3}$，

把 $x=-1$ 代入函数解析式 $y=x+m$，得：$y=-1+m$，

∵当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x+m$ 的值总大于函数 $y=kx+b$ 的值，

∴ $-1+m\geq\frac{2}{3}$，

解得：$m\geq\frac{5}{3}$.

27.（1）解：∵正方形 $ABCD$，

∴ $\angle CAB=\angle BCA=45°$.

∵ $CE=EF$，

∴ $\angle AFE=\angle ACE$.

∵ $\angle CAB=\angle AFE+\angle AEF, \angle BCA=\angle ACE+\angle BCE$，

∴ $\angle AEF=\angle BCE$.

∵ $\angle BCE=\alpha$，

∴ $\angle AEF=\alpha$.

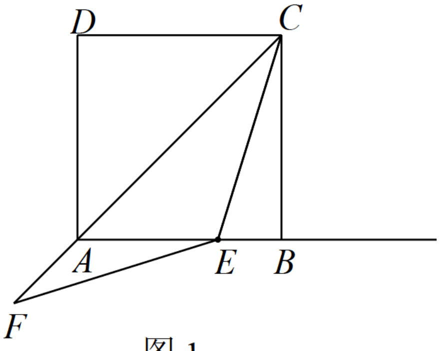
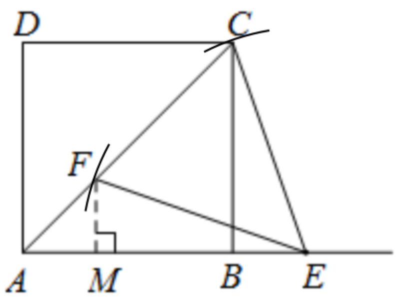


图 1

（2）①由题意可作图，如下：



②过点 F 作 $FM\perp AB$ 于点 M.

∴ $\angle FMB=90°$.

∵正方形 $ABCD$，

$\therefore \angle CBA = 90°$，$AB = BC = AD$，$\angle BAC = \angle BCA = 45°$，则$\triangle AFM$为等腰直角三角形，即$AM = FM$，

$\therefore \angle CBE = \angle FME$．

$\because EF = EC$，

$\therefore \angle EFC = \angle ECF$．

$\because \angle EFC = \angle AEF + 45°$，

$\angle ECF = \angle BCE + 45°$，

$\therefore \angle AEF = \angle BCE$．

在$\triangle EFM$和$\triangle CBE$中

$$\begin{cases} \angle AEF = \angle BCE, \\ \angle FME = CBE, \\ EF = CE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle EFM \cong \triangle CBE(\mathrm{AAS})$．

$\therefore FM = BE$．

在$\mathrm{Rt}\triangle AMF$中，由勾股定理得，$AF = \sqrt{2}FM$．

$\therefore AF = \sqrt{2}BE$

$\because AE = AB + BE$．

$\therefore AE = AD + \frac{1}{\sqrt{2}}AF$．

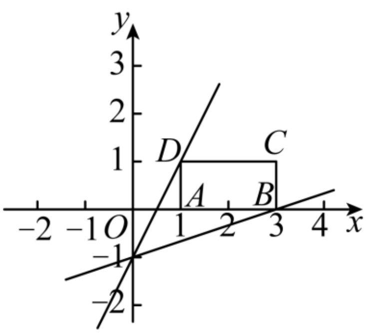
即：$\sqrt{2}AE = AF + \sqrt{2}AD$．

28.（1）

$\because$四边形$ABCD$是矩形，点A 1,0 ，点$C(3,1)$，

$\therefore B(3,0), D(1,1)$，

如图，当$y = kx - 1(k \neq 0)$经过点$D(1,1)$或$B(3,0)$时满足条件；



$\therefore 1 = k - 1$或$3k - 1 = 0$．

$\therefore k = 2$或$k = \frac{1}{3}$．

（2）$\because$正方形$EFGH$中点F的横坐标为a，点H的横坐标为$a+1$，点E的横坐标为a，

$\therefore E\left(a,a+1\right),G\left(a+1,a\right)$，$F\left(a,a\right),H\left(a+1,a+1\right)$

$\because$直线l：$y=-2x+2$是图形M的"独立关联直线"，

$\therefore$当直线$y=-2x+2$经过点F或经过线段EH时满足条件，

将点F坐标代入$y=-2x+2$，得$a=-2a+2$，故$a=\frac{2}{3}$；

将点E坐标代入$y=-2x+2$，得$a+1=-2a+2$，故$a=\frac{1}{3}$；

将点H坐标代入$y=-2x+2$，得$a+1=-2\left(a+1\right)+2$，故$a=-\frac{1}{3}$，

$\therefore -\frac{1}{3}\le a<\frac{1}{3}$，

将点G坐标代入$y=-2x+2$，得$a=-2\left(a+1\right)+2$，故$a=0$，

$\therefore -\frac{1}{3}\le a<0$或$a=\frac{2}{3}$.