

2022 北京清华附中朝阳学校初二（下）期中

数 学

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（ ）

- A. 4, 5, 6 B. 5, 12, 13 C. 2, 3, 4 D. 1, $\sqrt{2}$, 3

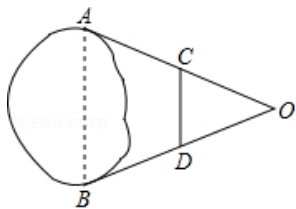
2. 下列二次根式为最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{7a}$ C. $\sqrt{0.2}$ D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

3. 下列计算正确的是（ ）

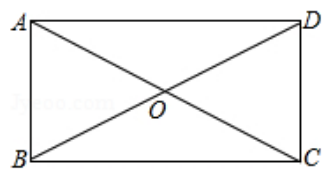
- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$ C. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ D. $\sqrt{10} \div \sqrt{5} = 2$

4. 如图，为测量位于一水塘旁的两点 A , B 间的距离，在地面上确定点 O ，分别取 OA , OB 的中点 C , D ，量得 $CD = 10m$ ，则 A , B 之间的距离是（ ）



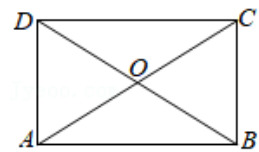
- A. 5m B. 10m C. 20m D. 40m

5. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC , BD 交于点 O ，如果 $\angle ADB = 30^\circ$ ，那么 $\angle AOB$ 的度数是（ ）



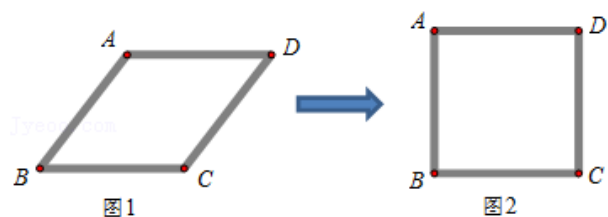
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O 。下列条件不能判定平行四边形 $ABCD$ 为矩形的是（ ）



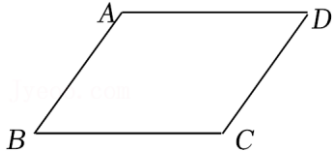
- A. $\angle ABC = 90^\circ$ B. $AC = BD$ C. $AD = AB$ D. $\angle BAD = \angle ADC$

7. 小明用四根长度相同的木条制作了能够活动的菱形学具，他先活动学具成为图 1 所示菱形，并测得 $\angle B = 60^\circ$ ，接着活动学具成为图 2 所示正方形，并测得对角线 $AC = 40cm$ ，则图 1 中对角线 AC 的长为（ ）



- A. 20cm B. 30cm C. 40cm D. $20\sqrt{2}cm$

8. 在 $\square ABCD$ 中, O 为 AC 的中点, 点 E, M 为 $\square ABCD$ 同一边上任意两个不重合的动点 (不与端点重合), EO, MO 的延长线分别与 $\square ABCD$ 的另一边交于点 F, N . 下面四个推断: ① $EF = MN$; ② $EN \parallel MF$; ③ 若 $\square ABCD$ 是菱形, 则至少存在一个四边形 $ENFM$ 是菱形; ④ 对于任意的 $\square ABCD$, 存在无数个四边形 $ENFM$ 是矩形, 其中, 所有正确的有 ()



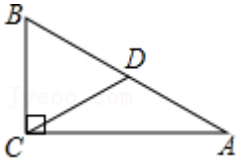
- A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

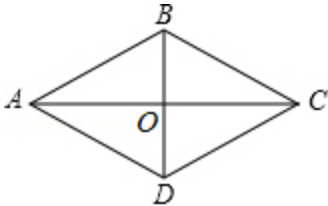
9. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

10. 请写出一个过第二象限且与 y 轴交于点 $(0, -3)$ 的直线表达式_____.

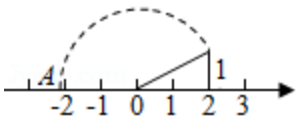
11. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, 若 $\angle A = 26^\circ$, 则 $\angle BDC$ 的度数为_____.



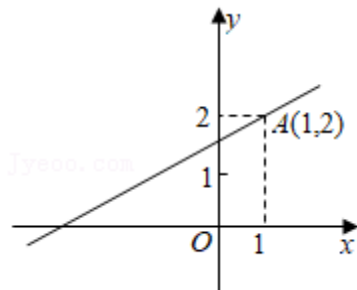
12. 如图, 菱形 $ABCD$ 的两条对角线 AC, BD 交于点 O , 若 $AC = 6, BD = 4$, 则菱形 $ABCD$ 的周长为_____.



13. 如图, 在数轴上点 A 表示的实数是_____.



14. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(1, 2)$, 关于 x 的不等式 $kx + b > 2$ 的解集为_____.



15. 如图 1, 将矩形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 分别沿对角线 AC 和 EG 剪开, 拼成如图 2 所示的平行四边形 $PQMN$, 中间空白部分的四边形 $KRST$ 是正方形. 如果正方形 $EFGH$ 和正方形 $KRST$ 的面积分别是 16 和 1, 则矩形 $ABCD$ 的面积为_____.

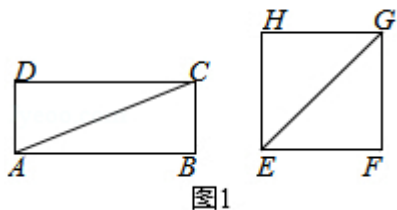


图1

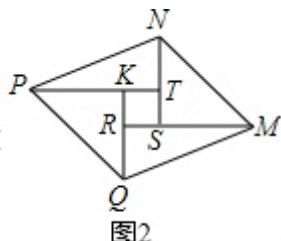


图2

16. 甲、乙两个车间接到加工一批零件的任务，从开始加工到完成这项任务共用了9天。其间，乙车间在加工2天后停止加工，引入新设备后继续加工，直到与甲车间同时完成这项任务为止，设甲、乙两个车间各自加工零件总数 y （单位：件）与加工时间 x （单位：天）的对应关系如图1所示，由工厂统计数据可知，甲车间与乙车间加工零件总数之差 z （单位：件）与加工时间 x （单位：天）的对应关系如图2所示，请根据图象提供的信息回答：

- (1) 图中 m 的值是_____；
- (2) 第_____天时，甲、乙两个车间加工零件总数相同。

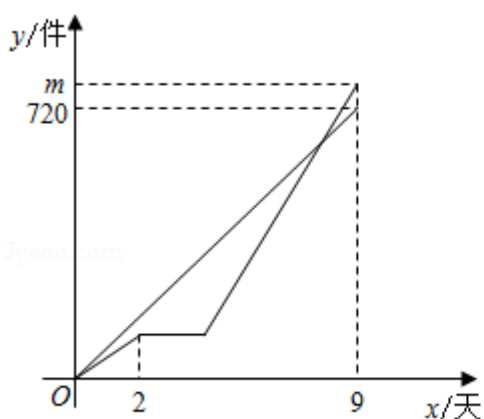


图1

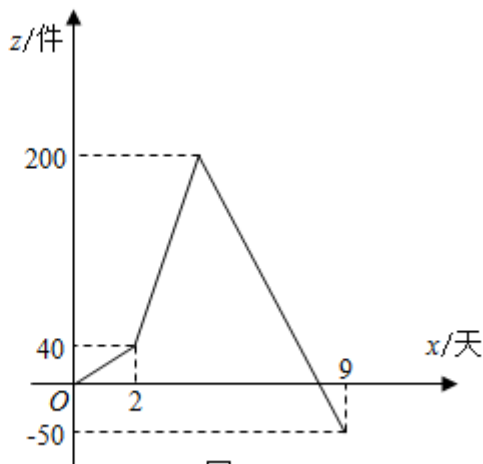


图2

三、解答题（22 每题 4 分，23，25，26 每题 6 分其它题每题 5 分，共 52 分）：

17. (5分) 计算： $|\sqrt{2}-1| + \sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} - (\sqrt{12}-1)^0$.

18. (5分) 下面是小东设计的“作矩形”的尺规作图过程

已知：Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$.

求作：矩形 $ABCD$.

作法：如图，

- ①作线段 AC 的垂直平分线交 AC 于点 O ；
- ②连接 BO 并延长，在延长线上截取 $OD = OB$
- ③连接 AD ， CD

所以四边形 $ABCD$ 即为所求作的矩形

根据小东设计的尺规作图过程，

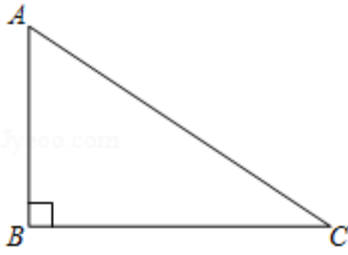
- (1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）
- (2) 完成下面的证明.

证明： $\because OA = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $OD = OB$ ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形(_____)（填推理的依据）.

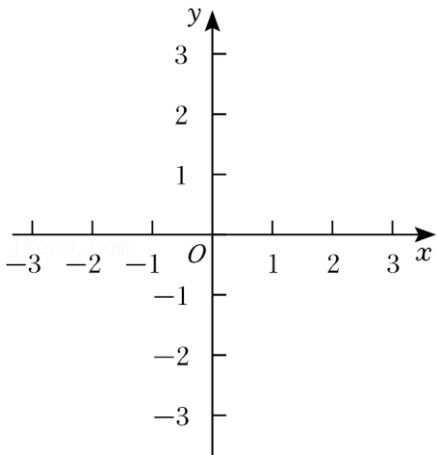
$\because \angle ABC = 90^\circ$ ，

四边形 $ABCD$ 是矩形(____) (填推理的依据)

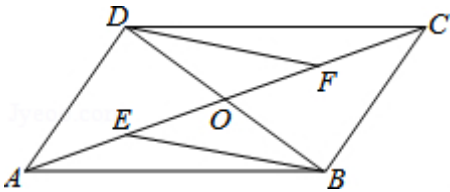


19. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 的图象与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B .

- (1) 求 A, B 两点的坐标;
- (2) 在给定的平面直角坐标系中画出该函数的图象;
- (3) 求直线与坐标轴围成图形的面积.

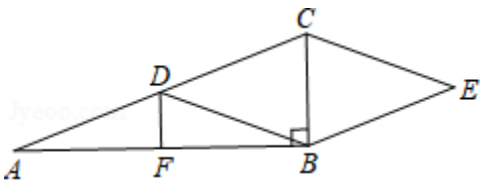


20. (5分) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , E, F 分别是 OA, OC 的中点, 求证:
 $BE = DF$.

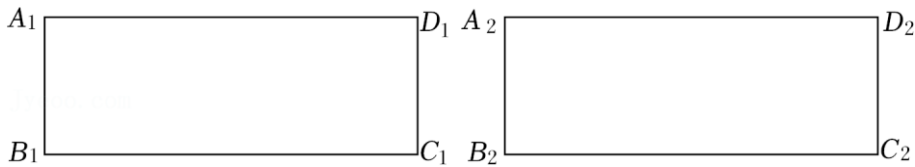


21. (5分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 D, F 分别是 AC, AB 的中点, $CE \parallel DB, BE \parallel DC$.

- (1) 求证: 四边形 $DBEC$ 是菱形;
- (2) 若 $AD = 3, DF = 1$, 求四边形 $DBEC$ 面积.



22. (4分) 请用两种不同的方法, 在下图所给的两个矩形中各画一个不为正方形的菱形, 且菱形的四个顶点都在矩形的边上 (尺规作图, 保留作图痕迹).



23. (6分) 某学习小组在学习了函数及函数图象的知识后, 想利用此知识来探究周长一定的矩形其边长分别为多少时面积最大. 请将他们的探究过程补充完整.

(1) 列函数表达式: 若矩形的周长为 8, 设矩形的一边长为 x , 面积为 y , 则有 $y = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 上述函数表达式中, 自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

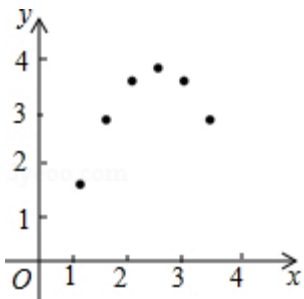
(3) 列表:

x	...	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	...
y	...	1.75	3	3.75	4	3.75	3	m	...

写出 $m = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) 画图: 在平面直角坐标系中已描出了上表中部分各对应值为坐标的点, 请你画出该函数的图象;

(5) 结合图象可得, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 矩形的面积最大; 写出该函数的其它性质 (一条即可): $\underline{\hspace{2cm}}$.



24. (5分) 阅读下面的材料:

如果函数 $y = f(x)$ 满足: 对于自变量 x 取值范围内的任意 x_1, x_2 ,

(1) 若 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是增函数;

(2) 若 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是减函数.

例题: 证明函数 $f(x) = x^2 (x > 0)$ 是增函数.

证明: 任取 $x_1 < x_2$, 且 $x_1 > 0, x_2 > 0$.

则 $f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$.

$\because x_1 < x_2$ 且 $x_1 > 0, x_2 > 0$,

$\therefore x_1 + x_2 > 0, x_1 - x_2 < 0$.

$\therefore (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) < 0$, 即 $f(x_1) - f(x_2) < 0, f(x_1) < f(x_2)$.

\therefore 函数 $f(x) = x^2 (x > 0)$ 是增函数.

根据以上材料解答下列问题:

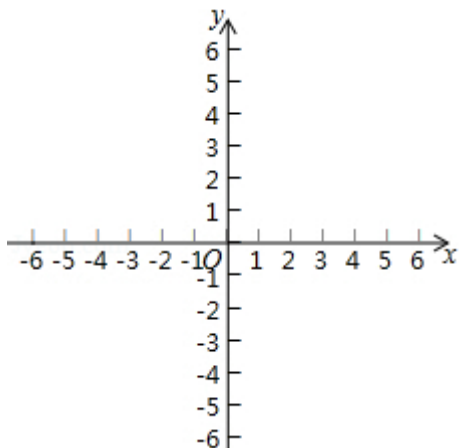
(1) 函数 $f(x) = \frac{1}{x} (x > 0)$, $f(1) = \frac{1}{1} = 1, f(2) = \frac{1}{2} \dots f(10) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 猜想 $f(x) = \frac{1}{x} (x > 0)$ 是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 函数 (填“增”或“减”), 并证明你的猜想.

25. (6分) 已知直线 $y = kx + 2$ 与 y 轴交于点 A . 将点 A 向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 得到点 B .

(1) 求点 A , B 坐标;

(2) 点 B 关于 x 轴的对称点为点 C , 若直线 $y = kx + 2$ 与线段 BC 有公共点, 求 k 的取值范围.

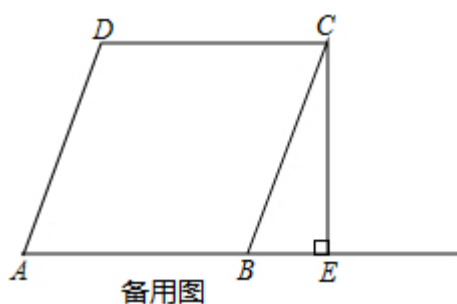
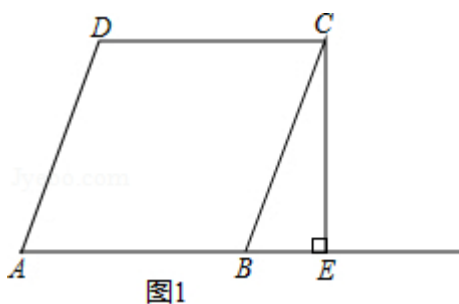


26. (6分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $CE \perp AB$ 交 AB 延长线于点 E , 点 F 为点 B 关于 CE 的对称点, 连接 CF , 分别延长 DC , CF 至点 G , H , 使 $FH = CG$, 连接 AG , DH 交于点 P .

(1) 依题意补全图 1;

(2) 猜想 AG 和 DH 的数量关系并证明;

(3) 若 $\angle DAB = 70^\circ$, 是否存在点 G , 使得 $\triangle ADP$ 为等边三角形? 若存在, 求出 CG 的长; 若不存在, 说明理由.



参考答案

一、选择题（每题3分，共24分）

1. 【分析】根据勾股定理的逆定理：如果三角形有两边的平方和等于第三边的平方，那么这个是直角三角形判定则可。如果有这种关系，这个就是直角三角形。

【解答】解：A、 $\because 4^2 + 5^2 \neq 6^2$ ， \therefore 该三角形不符合勾股定理的逆定理，故不可以构成直角三角形；

B、 $\because 5^2 + 12^2 = 13^2$ ， \therefore 该三角形符合勾股定理的逆定理，故可以构成直角三角形；

C、 $\because 2^2 + 3^2 \neq 4^2$ ， \therefore 该三角形不符合勾股定理的逆定理，故不可以构成直角三角形；

D、 $\because 1^2 + (\sqrt{2})^2 \neq 3^2$ ， \therefore 该三角形不符合勾股定理的逆定理，故不可以构成直角三角形。

故选：B。

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，在应用勾股定理的逆定理时，应先认真分析所给边的大小关系，确定最大边后，再验证两条较小边的平方和与最大边的平方之间的关系，进而作出判断。

2. 【分析】根据最简二次根式的概念判断即可。

【解答】解：A、 $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$ ，被开方数中含能开得尽方的因数，不是最简二次根式，不符合题意；

B、 $\sqrt{7a}$ 是最简二次根式，符合题意；

C、 $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，被开方数含分母，不是最简二次根式，不符合题意；

D、 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，被开方数含分母，不是最简二次根式，不符合题意；

故选：B。

【点评】本题考查的是最简二次根式，被开方数不含分母、被开方数中不含能开得尽方的因数或因式的二次根式，叫做最简二次根式。

3. 【分析】根据二次根式的加减运算法则以及乘除运算法则即可求出答案。

【解答】解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故A不符合题意。

B、原式 $= 2\sqrt{2}$ ，故B不符合题意。

C、原式 $= \sqrt{6}$ ，故C符合题意。

D、原式 $= \sqrt{2}$ ，故D不符合题意。

故选：C。

【点评】本题考查二次根式的运算，解题的关键是熟练运用二次根式的加减运算以及乘除运算法则，本题属于基础题型。

4. 【分析】根据三角形中位线定理解答即可。

【解答】解： \because 点C，D分别是OA，OB的中点，

$\therefore AB = 2CD = 20(m)$ ，

故选：C。

【点评】本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半是解题的关键。

5. 【分析】只要证明 $OA = OD$ ，根据三角形的外角的性质即可解决问题；

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC, OD = \frac{1}{2}BD, AC = BD$$

$$\therefore OA = OD$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle OAD + \angle ODA = 60^\circ.$$

故选：C.

【点评】本题考查矩形的性质、等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

6. 【分析】利用矩形的判定、菱形的判定、平行四边形的性质对选项进行逐一判断即可解答.

【解答】解：A. 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形能判定平行四边形 $ABCD$ 为矩形，故此选项不符合题意；

B. 根据对角线相等的平行四边形是矩形能判定平行四边形 $ABCD$ 为矩形，故此选项不符合题意；

C. 根据邻边相等的平行四边形是菱形能判定平行四边形 $ABCD$ 为菱形，不能判定平行四边形 $ABCD$ 为矩形，故此选项符合题意；

D. ∵ 平行四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle BAD = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ,$$

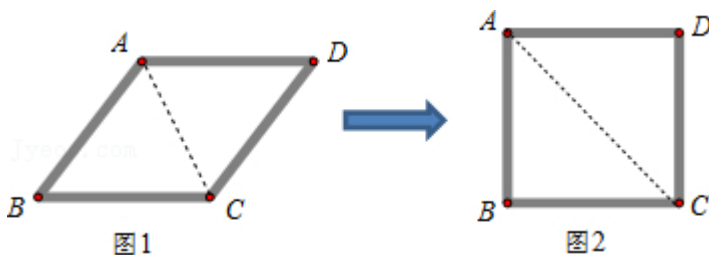
根据有一个角是直角的平行四边形是矩形能判定平行四边形 $ABCD$ 为矩形，故此选项不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查了矩形的判定、菱形的判定以及平行四边形的性质；熟练掌握矩形的判定是解题的关键.

7. 【分析】如图 1, 2 中，连接 AC . 在图 2 中，理由勾股定理求出 BC ，在图 1 中，只要证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形即可解决问题.

【解答】解：如图 1, 2 中，连接 AC .



在图 2 中，∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = BC, \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = 40\text{cm},$$

$$\therefore AB = BC = 20\sqrt{2}(\text{cm}),$$

在图 1 中，∵ $\angle B = 60^\circ$ ， $BA = BC$ ，

∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

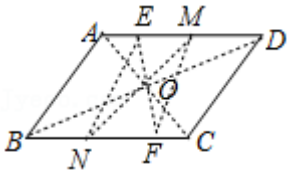
$$\therefore AC = BC = 20\sqrt{2}(cm),$$

故选：D.

【点评】本题考查菱形的性质、正方形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

8. 【分析】由“ASA”可证 $\triangle EAO \cong \triangle FCO$ ，可得 $EO = FO$ ，可证四边形 $EMFN$ 是平行四边形，可得 $EN \parallel MF$ ， EF 与 MN 不一定相等，故①错误，②正确，由菱形的判定和性质和矩形的判定可判断③错误，④正确，即可求解.

【解答】解：如图，连接 EN ， MF ，



\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AO = CO, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle FCA,$$

在 $\triangle EAO$ 和 $\triangle FCO$ 中，

$$\begin{cases} \angle EAC = \angle FCA \\ AO = CO \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EAO \cong \triangle FCO(ASA),$$

$$\therefore EO = FO,$$

同理可得 $OM = ON$ ，

\therefore 四边形 $EMFN$ 是平行四边形，

$\therefore EN \parallel MF$ ， EF 与 MN 不一定相等，故①错误，②正确，

若四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD,$$

\because 点 E ， M 为 AD 边上任意两个不重合的动点（不与端点重合），

$$\therefore \angle EOM < \angle AOD = 90^\circ,$$

\therefore 不存在四边形 $ENFM$ 是菱形，故③错误，

当 $EO = OM$ 时，则 $EF = MN$ ，

又 \because 四边形 $ENFM$ 是平行四边形，

\therefore 四边形 $ENFM$ 是矩形，故④正确，

故选：D.

【点评】本题考查了矩形的性质，菱形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，证明四边形 $ENFM$ 是菱形是解题的关键.

二、填空题（每题3分，共24分）

9. 【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于0，就可以求解.

【解答】解：依题意，得 $x-2 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 2$ ，

故答案为： $x \geq 2$ 。

【点评】本题主要考查函数自变量的取值范围，考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数。

10. 【分析】根据直线过第二象限，则 $k < 0$ ，与 y 轴交于点 $(0, -3)$ ，则 $b = -3$ 即可。

【解答】解：∵ 直线过第二象限，

∴ $k < 0$ ，

∵ y 轴交于点 $(0, -3)$ ，

∴ $b = -3$ ，

∴ 直线表达式为： $y = -x - 3$ 。

故答案为： $y = -x - 3$ （答案不唯一）。

【点评】本题考查了一次函数的图象与性质，熟记一次函数的图象和性质是解题的关键。

11. 【分析】根据直角三角形的性质得到 $DC = AD$ ，根据等腰三角形的性质、三角形的外角性质计算，得到答案。

【解答】解：∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是 AB 的中点，

∴ $DC = \frac{1}{2} AB = AD$ ，

∴ $\angle DCA = \angle A = 26^\circ$ ，

∴ $\angle BDC = \angle DCA + \angle A = 52^\circ$ ，

故答案为： 52° 。

【点评】本题考查的是直角三角形的性质，掌握在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键。

12. 【分析】首先根据菱形的性质可知菱形的对角线垂直平分，然后在 $Rt\triangle AOD$ 中利用勾股定理求出 AD 的长，再由菱形的四边相等，可得菱形 $ABCD$ 的周长。

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AC \perp BD$ ， $AO = \frac{1}{2} AC = 3$ ， $DO = \frac{1}{2} BD = 2$ ，

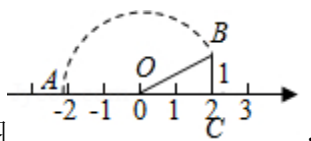
在 $Rt\triangle AOD$ 中， $AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ ，

∴ 菱形 $ABCD$ 的周长为 $4\sqrt{13}$ 。

故答案为： $4\sqrt{13}$ 。

【点评】本题考查了菱形的性质以及勾股定理的知识，解答本题的关键是掌握菱形的对角线互相垂直且平分以及勾股定理等知识。

13. 【分析】根据勾股定理，可得圆的半径，根据圆的性质，可得答案。



【解答】解：如图

由勾股定理，得

$OB = \sqrt{OC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ，

由圆的性质，得

$$OA = OB = \sqrt{5},$$

\therefore 点 A 表示的实数是 $-\sqrt{5}$,

故答案为: $-\sqrt{5}$.

【点评】本题考查了实数与数轴，利用勾股定理得出 OB 的长是解题关键.

14. 【分析】根据已知条件和一次函数的图象得出答案即可.

【解答】解: \because 次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、三象限,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

\because 点 $A(1, 2)$ 在直线 $y = kx + b$ 上,

\therefore 当 $x = 1$ 时, $y = kx + b = 2$,

\therefore 当 $x > 1$ 时, $kx + b > 2$,

即不等式 $kx + b > 2$ 的解集为 $x > 1$.

故答案为 $x > 1$.

【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式，能正确识图是解此题的关键.

15. 【分析】根据正方形的面积公式求得正方形 $EFGH$ 和正方形 $KRST$ 的边长，再根据线段的和差关系可求矩形 $ABCD$ 的长和宽，再根据矩形的面积公式即可求解.

【解答】解: \because 正方形 $EFGH$ 和正方形 $KRST$ 的面积分别是 16 和 1,

\therefore 正方形 $EFGH$ 和正方形 $KRST$ 的边长分别是 4 和 1,

则矩形 $ABCD$ 的面积为 $(4+1) \times (4-1) = 15$.

故答案为: 15.

【点评】本题考查图形的拼剪，矩形的性质，正方形的性质等知识，解题的关键是学会利用数形结合的思想解决问题.

16. 【分析】(1) 根据题意和函数图象中的数据可以求得 m 的值;

(2) 根据题意和函数图象中的数据可以求得甲的速度、乙引入设备前后的速度，乙停工的天数，从而可以求得第几天，甲、乙两个车间加工零件总数相同.

【解答】解: (1) 由题意可得,

$$m = 720 + 50 = 770,$$

故答案为: 770;

(2) 由图可得,

甲每天加工的零件数为: $720 \div 9 = 80$ (个),

乙引入新设备前，每天加工的零件数为: $80 - (40 \div 2) = 60$ (个),

乙停工的天数为: $(200 - 40) \div 80 = 2$ (天),

乙引入新设备后，每天加工的零件数为: $(770 - 60 \times 2) \div (9 - 2 - 2) = 130$ (个),

设第 x 天，甲、乙两个车间加工零件总数相同，

$$80x = 60 \times 2 + 130(x - 2 - 2),$$

解得， $x=8$ ，

即第8天，甲、乙两个车间加工零件总数相同，

故答案为：8.

【点评】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和数形结合的思想解答.

三、解答题（22 每题 4 分，23，25，26 每题 6 分其它题每题 5 分，共 52 分）：

17. 【分析】先计算零次幂，再化简二次根式和绝对值，最后加减.

【解答】解：原式 $= \sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2} - 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

$$= \sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 1$$
$$= -2.$$

【点评】本题考查了实数的混合运算，掌握二次根式的性质和零次幂的意义是解决本题的关键.

18. 【分析】（1）根据要求作出图形即可.

（2）根据有一个角是直角的平行四边形是矩形即可判断.

【解答】解：（1）如图，矩形 $ABCD$ 即为所求.

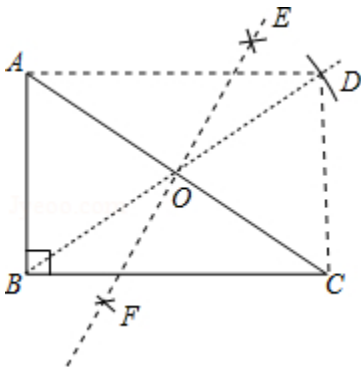
（2） $\because OA = OC, OD = OB,$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形），

$\because \angle ABC = 90^\circ,$

四边形 $ABCD$ 是矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）

故答案为： $OA = OC$ ，对角线互相平分的四边形是平行四边形，有一个角是直角的平行四边形是矩形.



【点评】本题考查作图—复杂作图，平行四边形的判定和性质，矩形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

19. 【分析】（1）利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 A, B 的坐标；

（2）描点、连线，画出函数图象；

（3）由点 A, B 的坐标可得出 OA, OB 的长，再利用三角形的面积计算公式，即可求出直线与坐标轴围成图形的面积.

【解答】解：（1）当 $x=0$ 时， $y = -\frac{1}{2} \times 0 + 1 = 1,$

\therefore 点 B 的坐标为 $(0,1)$ ；

当 $y=0$ 时， $-\frac{1}{2}x + 1 = 0,$

解得： $x = 2$ ，

\therefore 点 A 的坐标为 $(2, 0)$ 。

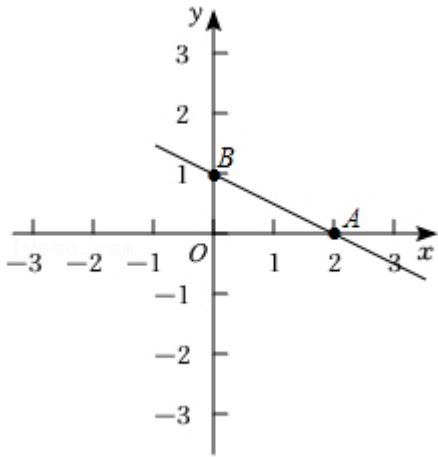
(2) 描点、连线，画出函数图象如图所示。

(3) \because 点 A 的坐标为 $(2, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(0, 1)$ ，

$\therefore OA = 2$ ， $OB = 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1,$$

即直线与坐标轴围成图形的面积为 1。



【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、一次函数的图象以及三角形的面积，牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ 是解题的关键。

20. 【分析】 根据平行四边形的性质对角线互相平分得出 $OA = OC$ ， $OB = OD$ ，利用中点的意义得出 $OE = OF$ ，从而利用平行四边形的判定定理“对角线互相平分的四边形是平行四边形”判定 $BFDE$ 是平行四边形，从而得出 $BE = DF$ 。

【解答】 证明：连接 BF 、 DE ，如图所示：

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore OA = OC$ ， $OB = OD$

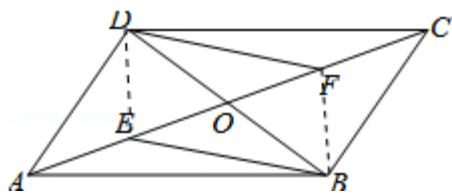
$\because E$ 、 F 分别是 OA 、 OC 的中点

$$\therefore OE = \frac{1}{2} OA, OF = \frac{1}{2} OC$$

$\therefore OE = OF$

\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形

$\therefore BE = DF$ 。



【点评】 本题考查了平行四边形的基本性质和判定定理的运用。性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分。判定：①两组对边分别平行的四边形是平行四边形；②两组对边分别相等的四边形是平行四边形；③两组对角分别相等的四边形是

平行四边形；④对角线互相平分的四边形是平行四边形；⑤一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

21. 【分析】(1) 根据平行四边形的判定定理首先推知四边形 $DBEC$ 为平行四边形，然后由直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得到其邻边相等： $CD = BD$ ，得证；

(2) 由三角形中位线定理和勾股定理求得 AB 边的长度，然后根据菱形的性质和三角形的面积公式进行解答.

【解答】(1) 证明： $\because CE \parallel DB, BE \parallel DC,$

\therefore 四边形 $DBEC$ 为平行四边形.

又 \because $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D 是 AC 的中点，

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}AC,$$

\therefore 平行四边形 $DBEC$ 是菱形；

(2) \because 点 D, F 分别是 AC, AB 的中点， $AD = 3, DF = 1,$

$$\therefore DF \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线, } AC = 2AD = 6, S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$$

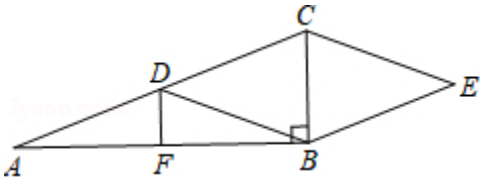
$$\therefore BC = 2DF = 2.$$

又 $\because \angle ABC = 90^\circ,$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}.$$

\therefore 平行四边形 $DBEC$ 是菱形，

$$\therefore S_{\text{四边形}DBEC} = 2S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}.$$

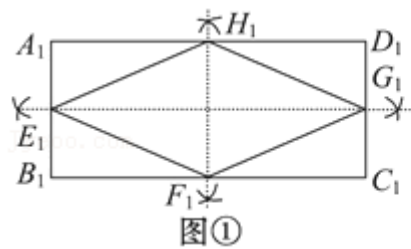


【点评】考查了菱形的判定与性质，三角形中位线定理，直角三角形斜边上的中线以及勾股定理，熟练掌握相关的定理与性质即可解题，难度中等.

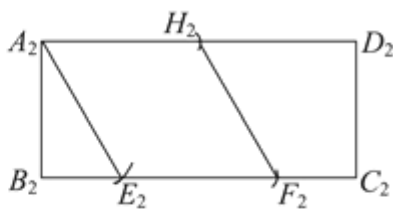
22. 【分析】作矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 四条边的中点 E_1, F_1, G_1, H_1 ；连接 $H_1E_1, E_1F_1, G_1F_1, G_1H_1$ ，四边形 $E_1F_1G_1H_1$ 即为菱形；

在 B_2C_2 上取一点 E_2 ，使 $E_2C_2 > A_2E_2$ 且 E_2 不与 B_2 重合；以 A_2 为圆心， A_2E_2 为半径画弧，交 A_2D_2 于 H_2 ；以 E_2 为圆心， A_2E_2 为半径画弧，交 B_2C_2 于 F_2 ；连接 H_2F_2 ，则四边形 $A_2E_2F_2H_2$ 为菱形.

【解答】解：所作菱形如图①，②所示：



图①



图②

【点评】此题综合考查了作图—复杂作图，菱形和矩形的性质以及一些基本作图的综合应用，解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作.

23. 【分析】根据二次函数，利用二次函数的性质即可解决问题；

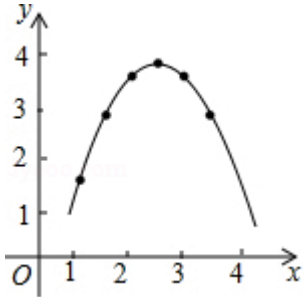
【解答】解：（1）由题意： $y = x(4 - x) = -x^2 + 4x$.

（2） $0 < x < 4$.

（3） $x = 3.5$ 时， $y = 1.75$,

$\therefore m = 1.75$.

（4）函数图象如图所示：



（5） $\because y = -(x - 2)^2 + 4$,

$-1 < 0$,

$\therefore x = 2$ 时， y 有最大值.

性质：当 $0 < x < 2$ 时， y 随 x 的增大而增大.（答案不唯一）.

故答案为 $-x^2 + 4x$, $0 < x < 4$, 1.75, 2, 当 $0 < x < 2$ 时， y 随 x 的增大而增大.

【点评】本题考查二次函数的应用、矩形的性质等知识，解题的关键是学会构建二次函数，利用二次函数的性质解决问题，属于中考常考题型.

24. 【分析】（1）把 $x = 10$ 代入函数解析式即可求得；

（2）猜想：数 $f(x) = \frac{1}{x} (x > 0)$ 是减函数，按照例题的解题方法证明猜想.

【解答】解：（1） $f(-3) = \frac{1}{10}$,

故答案为： $\frac{1}{10}$;

（2）猜想：函数 $f(x) = \frac{1}{x} (x > 0)$ 是减函数，

证明：设 $x_1 > x_2 > 0$, 则 $\frac{1}{x_2} > \frac{1}{x_1} > 0$,

\therefore 函数 $f(x) = \frac{1}{x} (x > 0)$ 是减函数.

故答案为：减.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用函数的性质解答.

25. 【分析】（1）根据坐标特征求得 A 的坐标，进一步得到 B 的坐标；

（2）根据轴对称的性质求得 C 的坐标，把 B 、 C 的坐标分别代入 $y = kx + 2$, 求得 k 的值，结合图象即可求得 k 的

取值范围.

【解答】解：(1) \because 直线 $y = kx + 2$ 与 y 轴交于点 A ,

$\therefore A(0, 2)$,

\because 将点 A 向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 得到点 B .

$\therefore B(2, 3)$;

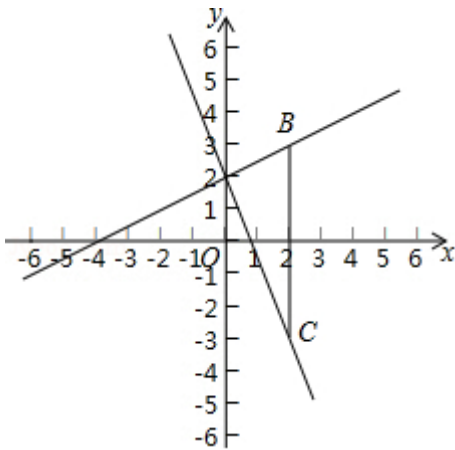
(2) \because 点 B 关于 x 轴的对称点为点 C , $B(2, 3)$,

$\therefore C(2, -3)$,

把 $B(2, 3)$ 代入 $y = kx + 2$ 得, $3 = 2k + 2$, 解得 $k = \frac{1}{2}$,

把 $C(2, -3)$ 代入 $y = kx + 2$ 得, $-3 = 2k + 2$, 解得 $k = -\frac{5}{2}$,

\therefore 若直线 $y = kx + 2$ 与线段 BC 有公共点, k 的取值范围是 $-\frac{5}{2} \leq k \leq \frac{1}{2}$.



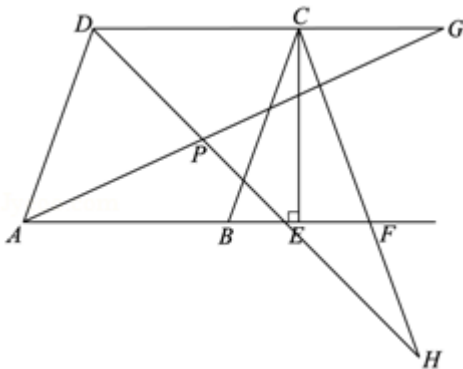
【点评】本题考查了一次函数图象与系数的关系, 一次函数图象上点的坐标特征, 坐标和图形变换—平移, 轴对称的性质等, 数形结合思想是解题的关键.

26. 【分析】(1) 根据题意补全图形;

(2) $AG = DH$. 根据全等三角形: $\triangle ADG \cong \triangle DCH$ (SAS) 的对应边相等证得: $AG = DH$.

(3) 不存在. 由 (2) 可知, $\angle DAG = \angle CDH$, $\angle G = \angle GAB$, 根据 $\triangle ADP$ 的一内角大于 60° , 即 $\angle DPA = \angle PDG + \angle G = \angle DAG + \angle GAB = 70^\circ > 60^\circ$, 推知 $\triangle ADP$ 不可能是等边三角形.

【解答】J 解: (1) 补全的图形, 如图所示.



(2) $AG = DH$.

证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AD = CD = CB$ ， $AB \parallel DC$ ， $\angle ADC = \angle ABC$ 。

∵ 点 F 为点 B 关于 CE 的对称点，

∴ CE 垂直平分 BF 。

∴ $CB = CF$ ， $\angle CBF = \angle CFB$ 。

∴ $CD = CF$ 。

又∵ $FH = CG$ ，

∴ $DG = CH$ 。

∵ $\angle ABC + \angle CBF = 180^\circ$ ， $\angle DCF + \angle CFB = 180^\circ$ ，

∴ $\angle ADC = \angle DCF$ 。

∴ $\triangle ADG \cong \triangle DCH(SAS)$ ，

∴ $AG = DH$ 。

(3) 不存在。理由如下：

由 (2) 可知， $\angle DAG = \angle CDH$ ， $\angle G = \angle GAB$ ，

∴ $\angle DPA = \angle PDG + \angle G = \angle DAG + \angle GAB = 70^\circ > 60^\circ$ 。

∴ $\triangle ADP$ 不可能是等边三角形。

【点评】考查了四边形综合题。涉及到了菱形的性质，全等三角形的判定与性质，关于点的对称的性质，等边三角形的判定与性质以及平行线的性质，难度较大，综合性比较强。