



人大附中朝阳学校 2023-2024 学年度第一学期期中调研

年级：初三

学科：数学

2023 年 11 月

( 考试时间：120 分钟

满分：100 分 )

出题人：李琴

审核人：曹建霞 郭艳敏

一. 选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

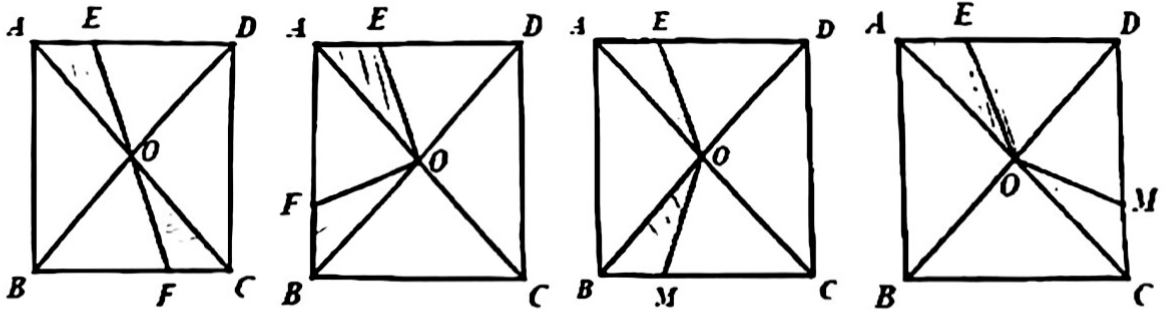
1. 抛物线  $y=(x-2)^2+1$  的顶点坐标为

- A. (-2, 1)
- B. (2, 1)
- C. (-2, -1)
- D. (2, -1)

2. 一元二次方程  $x(x+1)=3(x+1)$  的根是

- A.  $x_1=x_2=3$
- B.  $x_1=x_2=-1$
- C.  $x_1=3, x_2=-1$
- D.  $x_1=3, x_2=0$

下列各图中, 四边形  $ABCD$  是正方形, 其中阴影部分两个三角形成中心对称的是



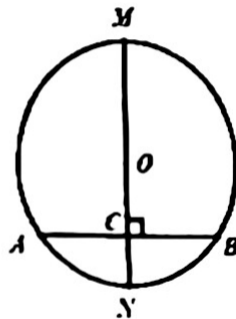
- A.
- B.
- C.
- D.

4. 如图, 五角星旋转一定角度后能与自身重合, 则旋转角度可以是

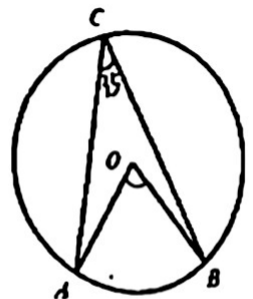
- A.  $60^\circ$
- B.  $72^\circ$
- C.  $90^\circ$
- D.  $180^\circ$



(第 4 题图)



(第 5 题图)



(第 6 题图)

考号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_



5.如图, 点  $A, B$  在  $\odot O$  上, 直径  $MN \perp AB$  于点  $C$ , 下列结论中不一定成立的是

- A.  $AC=CB$       B.  $OC=CN$       C.  $\widehat{AN}=\widehat{BN}$       D.  $\widehat{AM}=\widehat{BM}$

6.如图,  $A, B, C$  是  $\odot O$  上的三个点, 若  $\angle C=35^\circ$ , 则  $\angle AOB$  的度数为

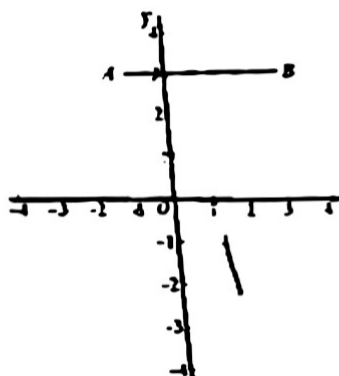
- A.  $35^\circ$       B.  $55^\circ$       C.  $65^\circ$       D.  $70^\circ$

7.抛物线  $y=(x+2)^2$  可以由抛物线  $y=x^2$  经过以下哪种方式平移得到

- A. 向上平移 2 个单位  
B. 向下平移 2 个单位  
C. 向左平移 2 个单位  
D. 向右平移 2 个单位

8.在平面直角坐标系中, 点  $A(-1, 3), B(3, 3)$  将抛物线  $y=-x^2+1$  向上平移  $m$  个单位, 使得平移后的抛物线与线段  $AB$  有公共点, 则  $m$  的取值范围为

- A.  $m \geq 3$       B.  $3 \leq m \leq 11$   
C.  $3 \leq m \leq 11$  或  $m=2$       D.  $2 \leq m \leq 11$



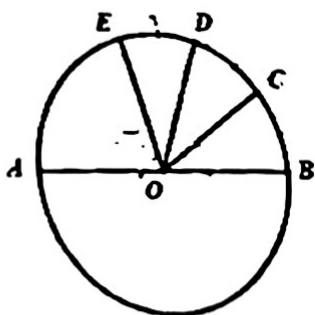
二. 填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 在平面直角坐标系中, 点  $A(3, -5)$  关于原点对称的点的坐标为\_\_\_\_\_.

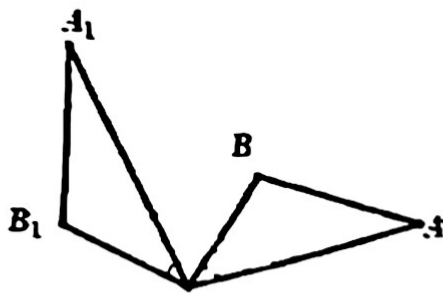
10. 若方程  $2x^2-3x-1=0$  有一个根为  $m$ , 则代数式  $3m(2m-3)-1$  的值为\_\_\_\_\_.

11. 已知  $(3, y_1), (1, y_2)$  在二次函数  $y=(x-1)^2$  的图象上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填 “>”, “<” 或 “=”).

12. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $BC=CD=DE$ , 若  $\angle AOE=75^\circ$ , 则  $\angle BOC=$ \_\_\_\_\_.



(第 12 题图)



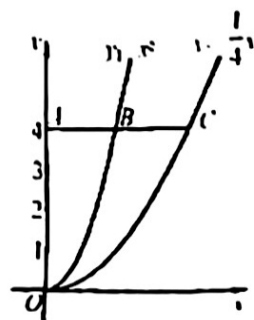
(第 13 题图)

13. 如图,  $\triangle OAB$  中,  $\angle AOB=40^\circ$ , 将  $\triangle OAB$  绕点  $O$  逆时针旋转得到  $\triangle OA_1B_1$ , 若  $\angle AOB_1=140^\circ$ , 则  $\angle AOA_1$  的度数为\_\_\_\_\_.



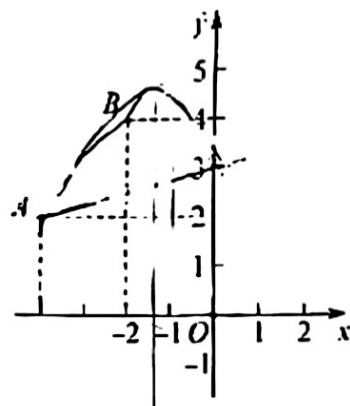
14. 如图, 以  $40 \text{ m/s}$  的速度将小球沿与地面成  $30^\circ$  角的方向击出时, 小球的飞行路线将是一条抛物线. 如果不考虑空气阻力, 小球的飞行高度  $h$  (单位:  $\text{m}$ ) 与飞行时间  $t$  (单位:  $\text{s}$ ) 之间具有函数关系  $h = -5t^2 + 20t$ . 小球飞行过程中能达到的最大高度为             $\text{m}$ .

15. 如图, 过点  $A(0, 4)$  作平行于  $x$  轴的直线  $AC$  分别交抛物线  $y_1 = x^2 (x \geq 0)$  与  $y_2 = \frac{1}{4}x^2 (x \geq 0)$  于  $B, C$  两点, 则线段  $BC$  的长是           .



16. 如图, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象经过点  $A, B, C$ . 如下四个推断:

- ① 抛物线开口向下;
- ② 当  $x = -2$  时,  $y$  取最大值;
- ③ 当  $m \leq 4$  时, 关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = m$  总有两个不相等的实数根;
- ④ 若直线  $y = kx + c (k \neq 0)$  经过点  $A, C$ , 当  $kx + c > ax^2 + bx + c$  时,  $x$  的取值范围是  $-4 < x < 0$



其中推断正确的是            (填写序号).

三 解答题 (共 68 分, 第 17-21 题, 每题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

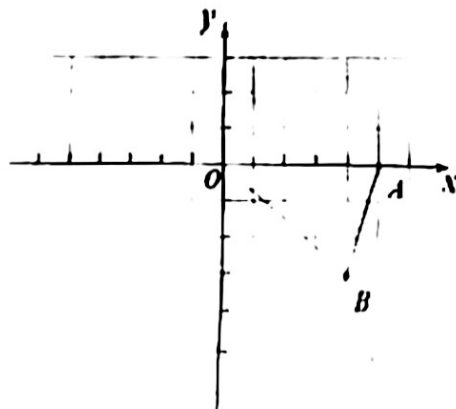
17. 解方程:  $x^2 - 4x - 12 = 0$ .

18. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\triangle OAB$  的顶点坐标分别为  $O(0, 0), A(5, 0),$

$B(4, -3)$ , 将  $\triangle OAB$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$

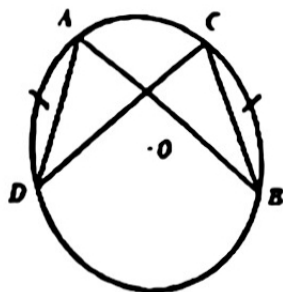
得到  $\triangle OA'B'$ , 点  $A$  的对应点为  $A'$ .

- (1) 画出旋转后的图形  $\triangle OA'B'$ , 并写出点  $A', B'$  的坐标;
- (2) 求线段  $AA'$  的长.





19. 如图, 点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上, 且  $AD=BC$  求证:  $AB=CD$ .



20. 已知:  $A, B$  是直线  $l$  上的两点.

求作:  $\triangle ABC$ , 使得点  $C$  在直线  $l$  上方, 且  $AC=BC$ ,  $\angle ACB=30^\circ$ .

作法:

① 分别以  $A, B$  为圆心,  $AB$  长为半径画弧, 在直线  $l$  上方交于点  $O$ , 在直线  $l$

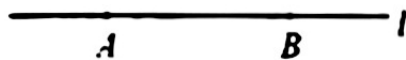
下方交于点  $E$ ;

② 以点  $O$  为圆心,  $OA$  长为半径画圆;

③ 作直线  $OE$  与直线  $l$  上方的  $\odot O$  交于点  $C$ ;

④ 连接  $AC, BC$ .

$\triangle ABC$  就是所求的三角形.



(1) 使用直尺和圆规, 根据上述作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明, 并在横线上填写推理依据.

证明: 连接  $OA, OB$ .

$$\because OA=OB=AB,$$

$\therefore \triangle OAB$  是等边三角形.

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ.$$

$\because A, B, C$  在  $\odot O$  上,

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle \underline{\hspace{2cm}} \quad (\underline{\hspace{2cm}}) \text{ (填推理的依据)}.$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ.$$

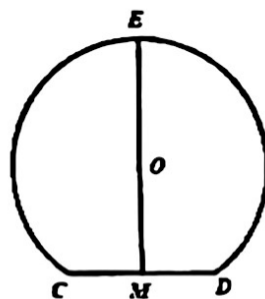
由作图可知直线  $OE$  是线段  $AB$  的垂直平分线,

$$\therefore AC=BC \quad (\underline{\hspace{2cm}}) \text{ (填推理的依据)}.$$

$\triangle ABC$  就是所求的三角形.



21.如图是一个隧道的横截面,它的形状是以点 $O$ 为圆心的圆的一部分.如果 $M$ 是 $\odot O$ 中弦 $CD$ 的中点, $EM$ 经过圆心 $O$ 交 $\odot O$ 于点 $E$ ,并且 $CD=4\text{ m}$ , $EM=6\text{ m}$ ,求 $\odot O$ 的半径.

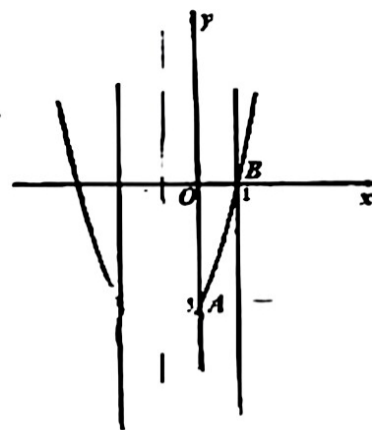


22.已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根.

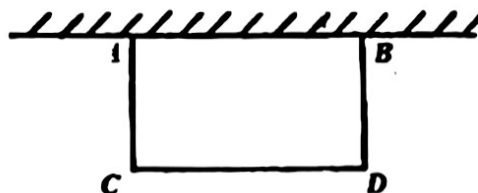
- (1) 求 $m$ 的取值范围;
- (2) 若 $m$ 为正整数,求此时方程的根.

23.如图,在平面直角坐标系 $xOy$ 中,二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$  ( $a \neq 0$ )的图象经过点 $A(0, -3)$ ,  $B(1, 0)$ .

- (1) 求此函数的解析式;
- (2) 结合图象,直接写出当 $-2 \leq x \leq 1$ 时,函数 $y$ 的取值范围.



24.如图,利用一面墙(墙的长度不限),用 $20\text{ m}$ 长的篱笆围成一个矩形场地.若这个场地的面积为 $50\text{ m}^2$ ,求这个矩形场地的长和宽分别是多少.



考号:

姓名:

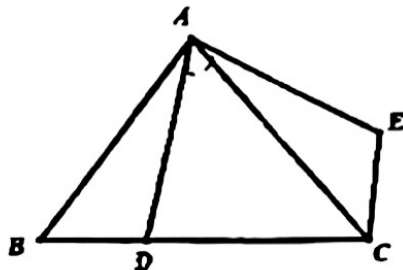
班级:



25.如图,在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle BAC = \alpha$ ,  $AB = AC$ .点  $D$  为  $BC$  边上一点(不与点  $B$  重合), 连接  $AD$ , 将  $\triangle ABD$  绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle ACE$ .

(1) 若  $\alpha = 80^\circ$ , 写出旋转角及其度数;

(2) 当  $\alpha$  度数变化时,  $\angle DAE$  与  $\angle DCE$  之间存在某种不变的数量关系. 请你写出结论并证明.



26. 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax (a \neq 0)$ .

(1) 求该抛物线的顶点坐标(用含  $a$  的式子表示);

(2) 抛物线上有不同的两点  $(-1, m)$ ,  $(x_0, n)$ , 若  $m = n$ , 直接写出  $x_0$  的值;

(3) 点  $A(m-1, y_1)$ ,  $B(m+2, y_2)$  在抛物线上, 是否存在实数  $m$ , 使得  $y_1 < y_2 \leq -a$  恒成立? 若存在, 求出  $m$  的取值范围. 若不存在, 请说明理由.

27. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 过点  $C$  作射线  $CB'$ , 使  $\angle ACB' = \angle ACB$  (点  $B'$  与点  $B$  在直线  $AC$  的异侧), 点  $D$  是射线  $CB'$  上一个动点(不与点  $C$  重合), 点  $E$  在线段  $BC$  上, 且  $\angle DAE + \angle ACD = 90^\circ$ .

(1) 如图 1, 当点  $E$  与点  $C$  重合时, 在图中画出线段  $AD$ . 若  $BC = a$ , 则  $CD$  的长为 \_\_\_\_\_ (用含  $a$  的式子表示);

(2) 如图 2, 当点  $E$  与点  $C$  不重合时, 连接  $DE$ .

① 求证:  $\angle BAC = 2\angle DAE$ ;

② 用等式表示线段  $BE$ ,  $CD$ ,  $DE$  之间的数量关系, 并证明.

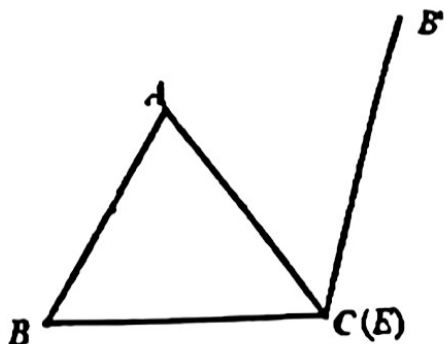


图 1

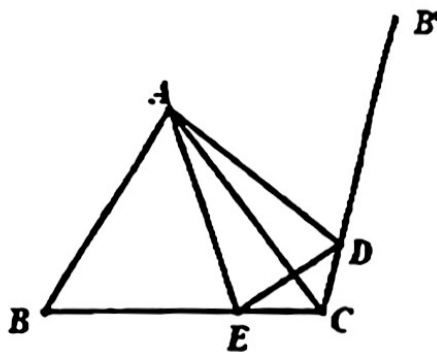


图 2



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 图形  $W$  上任意两点间的距离有最大值, 将这个最大值记为  $d$ . 对点  $P$  及图形  $W$  给出如下定义: 点  $Q$  为图形  $W$  上任意一点, 若  $P, Q$  两点间的距离有最大值, 且最大值恰好为  $2d$ , 则称点  $P$  为图形  $W$  的“倍点”

(1) 如图 1, 图形  $W$  是半径为 1 的  $\odot O$ .

① 图形  $W$  上任意两点间的距离的最大值  $d$  为\_\_\_\_\_;

② 在点  $P_1(0, 2), P_2(3, 3), P_3(-3, 0)$  中,  $\odot O$  的“倍点”是\_\_\_\_\_.

(2) 如图 2, 图形  $W$  是中心在原点的正方形  $ABCD$ , 点  $A(-1, 1)$ . 若点  $E(t, 3)$  是正方形  $ABCD$  的“倍点”, 求  $t$  的值.

(3) 图形  $W$  是长为 2 的线段  $MN$ ,  $T$  为  $MN$  的中点, 若在半径为 6 的  $\odot O$  上存在线段  $MN$  的“倍点”, 直接写出所有满足条件的点  $T$  组成的图形的面积.

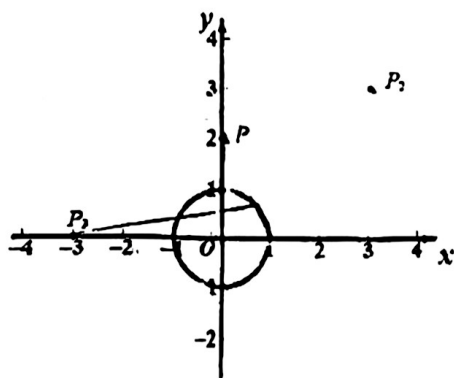


图 1

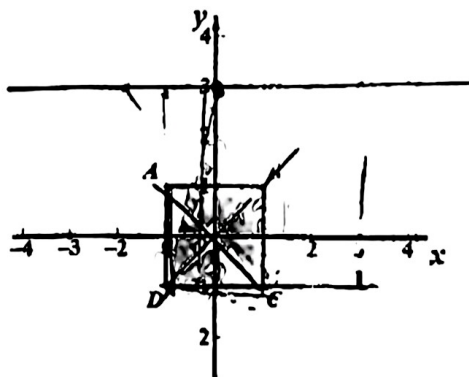


图 2