

2023—2024 学年度第一学期

北京汇文中学初三年级月考 数学 23.10

班级

姓名

学号

一、选择题（本题共 20 分，每小题 2 分）

1. 若关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有一个根为 -1 ，则 a 的值为

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

2. 二次函数 $y = -(x+3)^2 - 2$ 的最大值是

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -3

3. 下列成语中，表示随机事件的是

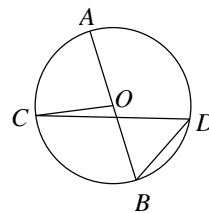
- A. 竹篮打水 B. 杀鸡取卵 C. 水中捞月 D. 守株待兔

4. 下列各点中，抛物线 $y = x^2 - 4x - 4$ 经过的点是

- A. (0, 4) B. (1, -7) C. (-1, -1) D. (2, 8)

5. 将抛物线 $y = -3x^2$ 平移，得到抛物线 $y = -3(x-1)^2 - 2$ ，下列平移方式中，正确的是

- A. 先向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位
 B. 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位
 C. 先向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位
 D. 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位



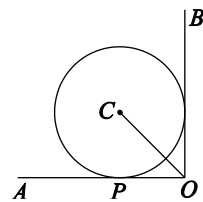
第 6 题

6. 如右上图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C, D 为 $\odot O$ 上的两点，若 $\angle AOC = 80^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数

- A. 80° B. 60° C. 50° D. 40°

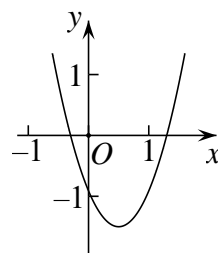
7. 如图， $\odot C$ 与 $\angle AOB$ 的两边分别相切，其中 OA 边与 $\odot C$ 相切于点 P 。若 $\angle AOB = 90^\circ$ ， $OP = 6$ ，则 OC 的长为

- A. $6\sqrt{2}$ B. $12\sqrt{2}$ C. 12 D. $6\sqrt{3}$



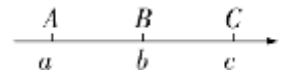
8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如右图所示，则下列关系式中正确的是

- A. $ac > 0$ B. $b + 2a < 0$
 C. $b^2 - 4ac > 0$ D. $a - b + c < 0$

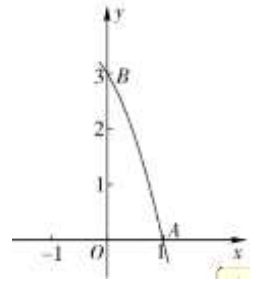


9. 如图，数轴上有 A, B, C 三点，点 A, C 关于点 B 对称，以原点 O 为圆心作圆，若点 A, B, C 分别在 $\odot O$ 外， $\odot O$ 内， $\odot O$ 上，则原点 O 的位置应该在

- A. 点 A 与点 B 之间靠近 A 点 B. 点 A 与点 B 之间靠近 B 点
 C. 点 B 与点 C 之间靠近 B 点 D. 点 B 与点 C 之间靠近 C 点



10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 开口向下的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的一部分图象如图所示, 它与 x 轴交于 $A(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, 3)$, 则 a 的取值范围是 ().

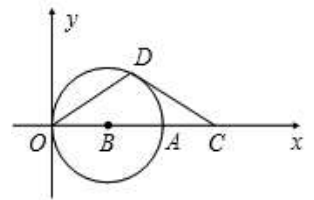


- A. $a < 0$ B. $-3 < a < 0$ C. $a < -\frac{3}{2}$ D. $-\frac{9}{2} < a < -\frac{3}{2}$

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

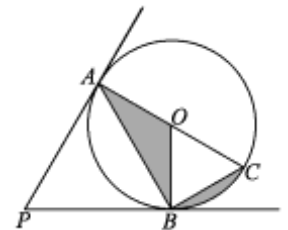
11. 方程 $x^2 - 2x = 0$ 的根为_____.
12. 一个扇形的圆心角是 120° , 面积为 $3\pi\text{cm}^2$, 那么这个扇形的半径是_____.

13. 如图, OA 是 $\odot O$ 的直径, $OA = 6$, CD 是圆 B 的切线, D 为切点 $\angle DOC = 30^\circ$, 则点 C 的坐标为_____.



第 13 题

14. 如图, PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切, 切点分别为 A 、 B , $PA = 3$, $\angle P = 60^\circ$, 若 AC 为 $\odot O$ 的直径, 则图中阴影部分的面积为_____.



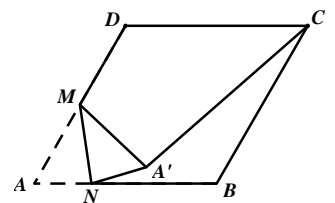
第 14 题

15. 若关于 x 的方程 $x^2 - mx + m = 0$ 有两个相等实根, 则代数式 $2m^2 - 8m + 1$ 的值为_____.

16. 某商品现在的售价为每件 60 元, 每星期可卖出 300 件. 市场调查反映, 如果调整商品售价, 每降价 1 元, 每星期可多卖出 20 件. 设每件商品降价 x 元后, 每星期售出商品的总销售额为 y 元, 则 y 与 x 的关系式为_____.

17. 若二次函数 $y = x^2 + bx$ 的图象的对称轴是经过点 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的直线, 则关于 x 的方程 $x^2 + bx = 5$ 的解为_____.

18. 在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, M 是 AD 边的中点, 点 N 是 AB 边上一动点, 将 $\triangle AMN$ 沿 MN 所在的直线翻折得到 $\triangle A'MN$, 连接 $A'C$, 求线段 $A'C$ 长的最小值_____.



第 18 题

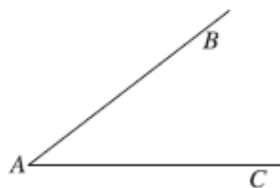
三、解答题 (本题共 64 分)

19. 阅读下面材料: 在数学课上, 老师提出如下问题:

尺规作图: 作已知角的角平分线.

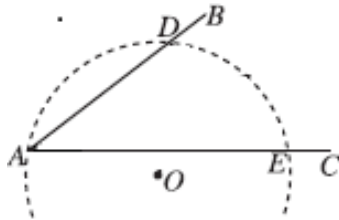
已知: 如图, 已知 $\angle BAC$.

求作: $\angle BAC$ 的角平分线 AP .



小金同学的作法如下：

- (1) 如图，在平面内任取一点 O ；
- (2) 以点 O 为圆心， AO 为半径作圆，交射线 AB 于点 D ，交射线 AC 于点 E ；
- (3) 连接 DE ，过点 O 作射线 OP 垂直线段 DE ，交 $\odot O$ 于点 P ；
- (4) 连接 AP 。



根据小金的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）
- (2) 完成下面的证明。

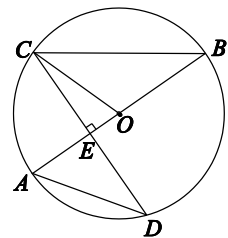
证明： $\because OP \perp DE$ 交 $\odot O$ 于 P

\therefore _____ = _____ （_____）（填推理的依据）。

$\therefore \angle BAP = \angle CAP$ （_____）（填推理的依据）。

20. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的一条弦，且 $CD \perp AB$ 于点 E 。

- (1) 求证： $\angle BCO = \angle D$ ；
- (2) 若 $CD = 4\sqrt{2}$ ， $OE = 1$ ，求 $\odot O$ 的半径。

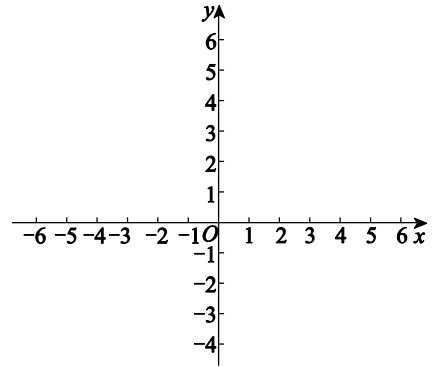


21. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 总有两个不相等的实数根。

- (1) 求 k 的取值范围；
- (2) 写出一个 k 的值，并求此时方程的根。

22. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$.

- (1) 用配方法将二次函数的表达式化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出这个二次函数的图象;
- (3) 根据 (2) 中的图象, 写出一条该二次函数的性质.



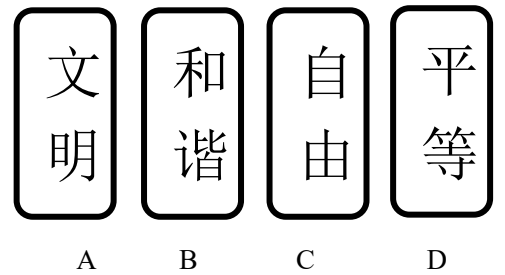
23. 党的十八大提出, 倡导富强、民主、文明、和谐, 倡导自由、平等、公正、法治, 倡导爱国、敬业、诚信、友善, 积极培育和践行社会主义核心价值观, 这 24 个字是社会主义核心价值观的基本内容. 其中:

“富强、民主、文明、和谐”是国家层面的价值目标;

“自由、平等、公正、法治”是社会层面的价值取向;

“爱国、敬业、诚信、友善”是公民个人层面的价值准则.

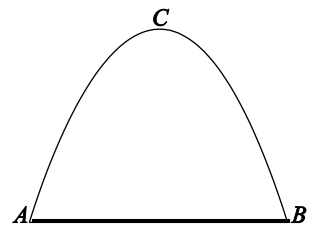
小光同学将其中的“文明”、“和谐”、“自由”、“平等”的文字分别贴在 4 张硬纸板上, 制成如右图所示的卡片. 将这 4 张卡片背面朝上洗匀后放在桌子上, 从中随机抽取一张卡片, 不放回, 再随机抽取一张卡片.



- (1) 小光第一次抽取的卡片上的文字是国家层面价值目标的概率是_____;
- (2) 请你用列表法或画树状图法, 帮助小光求出两次抽取卡片上的文字一次是国家层面价值目标、一次是社会层面价值取向的概率 (卡片名称可用字母表示).

24. 一条单车道的抛物线形隧道如图所示. 隧道中公路的宽度 $AB=8$ m, 隧道的最高点 C 到公路的距离为 6 m.

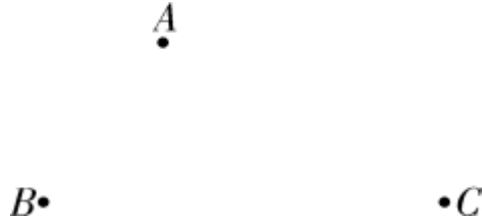
- (1) 建立适当的平面直角坐标系, 求抛物线的表达式;
- (2) 现有一辆货车的高度是 4.4m, 货车的宽度是 2 m, 为了保证安全, 车顶距离隧道顶部至少 0.5m, 通过计算说明这辆货车能否安全通过这条隧道.



25. 在平面内, 给定不在同一条直线上的点 A, B, C , 如图所示. 点 O 到点 A, B, C 的距离均等于 a (a 为常数), 到点 O 的距离等于 a 的所有点组成图形 G , $\angle ABC$ 的平分线交图形 G 于点 D , 连接 AD, CD .

(1) 求证: $AD=CD$;

(2) 过点 D 作 $DE \perp BA$, 垂足为 E , 作 $DF \perp BC$, 垂足为 F , 延长 DF 交图形 G 于点 M , 连接 CM . 若 $AD=CM$, 求直线 DE 与图形 G 的公共点个数.

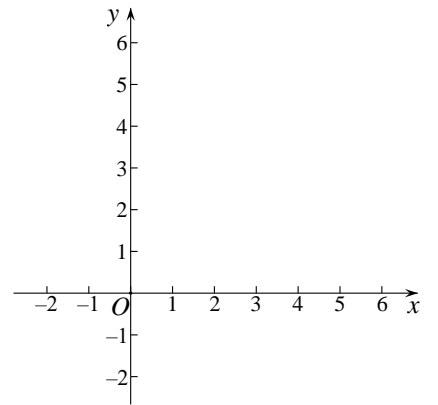


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 1$ 的对称轴是直线 $x = 1$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 $D(n, y_1), E(3, y_2)$ 在抛物线上, 若 $y_1 < y_2$, 请直接写出 n 的取值范围;

(3) 设点 $M(p, q)$ 为抛物线上的一个动点, 当 $-1 < p < 2$ 时, 点 M 关于 y 轴的对称点都在直线 $y = kx - 4$ 的上方, 求 k 的取值范围.



27. 已知 $AC=DC, AC \perp DC$, 直线 MN 经过点 A , 作 $DB \perp MN$, 垂足为 B , 连接 CB .

(1) 直接写出 $\angle D$ 与 $\angle MAC$ 之间的数量关系;

(2) ① 如图 1, 猜想 AB, BD 与 BC 之间的数量关系, 并说明理由;

② 如图 2, 直接写出 AB, BD 与 BC 之间的数量关系;

(3) 在 MN 绕点 A 旋转的过程中, 当 $\angle BCD = 30^\circ, BD = \sqrt{2}$ 时, 直接写出 BC 的值.

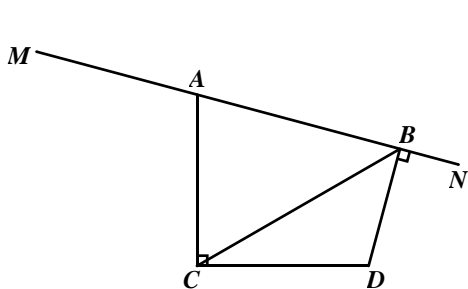


图 1

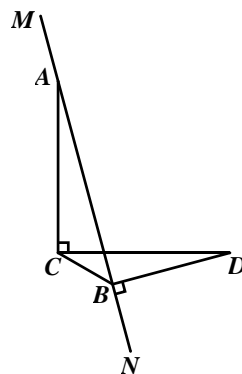


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给出如下定义:

对于 $\odot C$ 及 $\odot C$ 外一点 P , M, N 是 $\odot C$ 上两点, 当 $\angle MPN$ 最大, 称 $\angle MPN$ 为点 P 关于 $\odot C$ 的“视角”.

直线 l 与 $\odot C$ 相离, 点 Q 在直线 l 上运动, 当点 Q 关于 $\odot C$ 的“视角”最大时, 则称这个最大的“视角”为直线 l 关于 $\odot C$ 的“视角”.

(1) 如图, $\odot O$ 的半径为 1,

① 已知点 $A(1, 1)$, 直接写出点 A 关于 $\odot O$ 的“视角”;

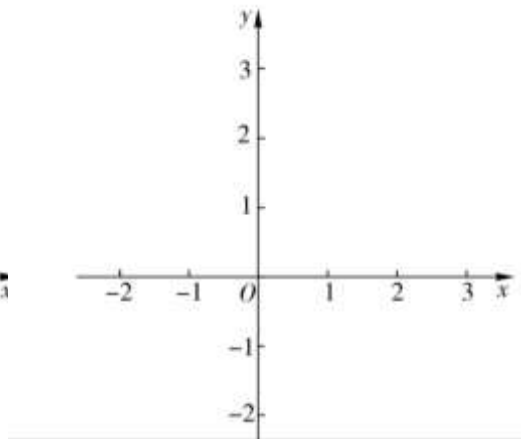
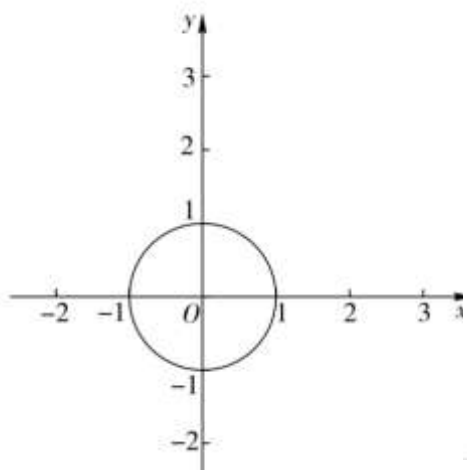
已知直线 $y=2$, 直接写出直线 $y=2$ 关于 $\odot O$ 的“视角”;

② 若点 B 关于 $\odot O$ 的“视角”为 90° , 直接写出一个符合条件的 B 点坐标;

(2) $\odot C$ 的半径为 1,

① 点 C 的坐标为 $(1, 2)$, 直线 $l: y=kx+b$ ($k>0$) 经过点 $D(-2\sqrt{3}+1, 0)$, 若直线 l 关于 $\odot C$ 的“视角”为 60° , 求 k 的值;

② 圆心 C 在 x 轴正半轴上运动, 若直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 关于 $\odot C$ 的“视角”大于 120° , 直接写出圆心 C 的横坐标 x_c 的取值范围.



备用图