



## 2023-2024 学年第一学期期中联考

## 初三年级 数学学科试卷

命题人：何平，嵇宽庆 审核人：金京玉 2023年11月2日

(考试时间 120 分钟，满分 100 分)

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 考号\_\_\_\_\_

- |                  |  |
|------------------|--|
| 考<br>生<br>须<br>知 | 1. 本试卷共 8 页，共 28 道题<br>2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和考号<br>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效<br>4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答 |
|------------------|--|

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的）

1. 在中国集邮总公司设计的纪念戳图案中，可以看作中心对称图形的是（ ）



千里江山图

A



京津冀协同发展

B

内蒙古自治区  
成立七十周年

C

河北雄安新区  
设立纪念

D

2. 一元二次方程  $x^2 - 25x = 0$  的根是（ ）

- A.  $x=0$       B.  $x=5, x=-5,$       C.  $x=25$       D.  $x=0, x=25$

3. 将抛物线  $y = (x - 1)^2 + 2$  的图象向下平移 2 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后，得到的抛物线的解析式为（ ）

- A.  $y = (x+2)^2$     B.  $y = (x - 4)^2$     C.  $y = (x+2)^2 + 4$     D.  $y = (x - 2)^2 + 4$

4. 用配方法解方程  $x^2 - 4x + 1 = 0$ ，则方程可变形为（ ）

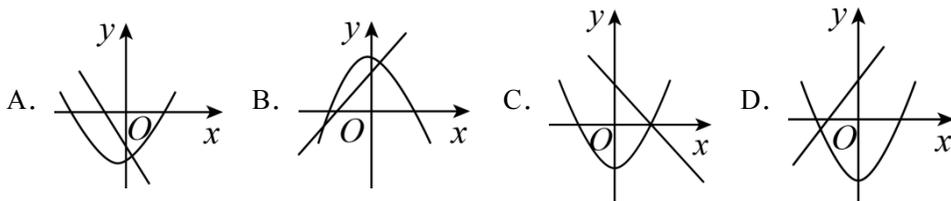
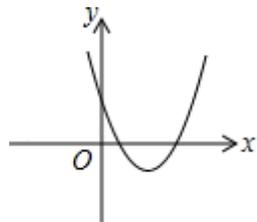
- A.  $(x-2)^2 = 5$       B.  $(x-2)^2 = 3$       C.  $(x-1)^2 = 3$       D.  $(x-4)^2 = 1$

5. 抛物线  $y = 3(x+4)^2 + 2$  的顶点坐标是（ ）

- A. (2,4)      B. (2,-4)      C. (4,2)      D. (-4,2)



6. 若  $x = -1$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根, 则下列式子成立的是 ( )
- A.  $a + b + c = 0$       B.  $a - b + c = 0$       C.  $a + b - c = 0$       D.  $-a + b + c = 0$
7. 点  $A(4, 3)$  经过某种图形变化后得到点  $B(-3, 4)$ , 这种图形变化可以是 ( )
- A. 关于  $x$  轴对称                      B. 关于  $y$  轴对称
- C. 绕原点逆时针旋转  $90^\circ$           D. 绕原点顺时针旋转  $90^\circ$
8. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示, 则下列结论正确是 ( )
- A.  $a > 0, b > 0, c > 0$               B.  $a < 0, b < 0, c < 0$
- C.  $a < 0, b > 0, c < 0$               D.  $a > 0, b < 0, c > 0$
9. 已知点  $(1, y_1), (-2, y_2), (3, y_3)$  都在函数  $y = -2x^2$  的图象上, 则 ( )
- A.  $y_1 < y_2 < y_3$       B.  $y_1 < y_3 < y_2$       C.  $y_3 < y_2 < y_1$       D.  $y_2 < y_1 < y_3$
10. 在同一坐标系中, 一次函数  $y = mx + n^2$  与二次函数  $y = x^2 + m$  的图象可能是 ( )

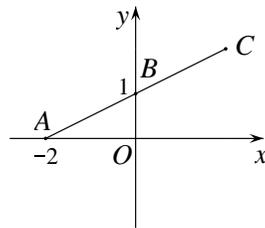


## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

11. 抛物线  $y = x^2 - 4x - 5$  与  $x$  轴的两交点间的距离为\_\_\_\_\_.
12. 在平面直角坐标系中, 点  $(2, -3)$  关于原点的对称点坐标为\_\_\_\_\_.
13. 若关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - x + 2 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



14. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-2,0)$ ，点  $B(0,1)$ . 将线段  $BA$  绕点  $B$  旋转  $180^\circ$  得到线段  $BC$ ，则点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_.

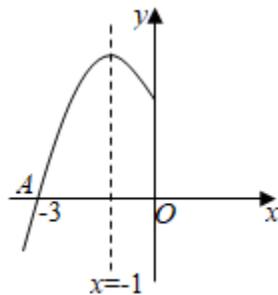


15. 用“描点法”画二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象时，列出了表格：那么该二次函数有最\_\_\_（填“大”或“小”）值为\_\_\_.

$x$	...	1	2	3	4	...
$y=ax^2+bx+c$	...	0	-1	0	3	...

16. 如图是二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象的一部分；图象过点  $A(-3,0)$ ，对称轴为  $x=-1$ ，给出四个结论：

- ①  $b^2 > 4ac$ ； ②  $2a+b=0$ ； ③  $a-b+c=0$ ；  
 ④  $5a < b$ ； ⑤  $(\frac{c}{a}, 0)$  在此二次函数图象上. 其中正确的是\_\_\_\_\_。（填序号）



### 三、解答题（本大题共 12 个小题，共 68 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 解方程：  $x^2 - 4x - 5 = 0$                       18. 解方程：  $2(x+3)^2 = x+3$

19. 已知  $a$  是方程  $2x^2 - 7x - 1 = 0$  的一个根，求代数式  $a(2a - 7) + 5$  的值.

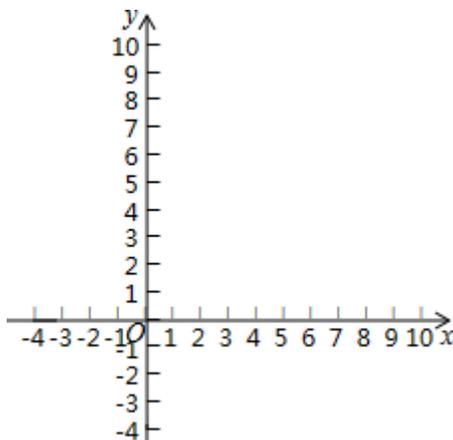


20. 二次函数的图象过点 A (3,0) , B (1,3) , C (-1,0) .

- 则 (1) 该抛物线的对称轴为\_\_\_\_\_;
- (2) 该抛物线顶点坐标为\_\_\_\_\_;
- (3) 求该抛物线的表达式.

21. 已知二次函数  $y=x^2 - 6x+8$ .

- (1) 将  $y=x^2 - 6x+8$  化成  $y=a(x-h)^2+k$  的形式;
- (2) 画出这个二次函数的图象;
- (3) 当  $1 \leq x \leq 5$  时,  $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



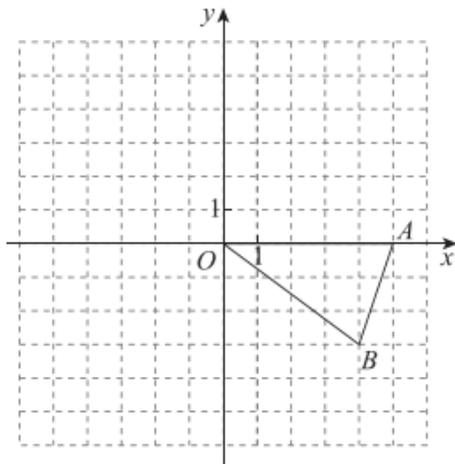
22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(b-c)x^2 - 2ax + (c+b) = 0$ . 其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别为  $\triangle ABC$  三边的长.

- (1) 如果  $x=1$  是方程的根, 试判断  $\triangle ABC$  的形状, 并说明理由;
- (2) 如果方程有两个相等的实数根, 试判断  $\triangle ABC$  的形状, 并说明理由.



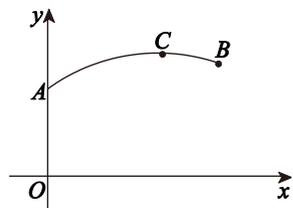
23. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $\triangle OAB$  的顶点坐标分别为  $O(0, 0)$ ， $A(5, 0)$ ， $B(4, -3)$ ，将  $\triangle OAB$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle OA'B'$ ，点  $A$  旋转后的对应点为  $A'$ 。

- (1) 画出旋转后的图形  $\triangle OA'B'$ ；
- (2) 点  $A'$  的坐标是\_\_\_\_\_；  
点  $B'$  的坐标是\_\_\_\_\_；
- (3)  $\triangle BOB'$  的形状是\_\_\_\_\_。



24. 某篮球队员的一次投篮命中，篮球从出手到命中行进的轨迹可以近似看作抛物线的一部分，表示篮球距地面的高度  $y$  (单位: m) 与行进的水平距离  $x$  (单位: m) 之间关系的图象如图所示. 已知篮球出手位置  $A$  与篮筐的水平距离为 4.5 m，篮筐距地面的高度为 3.05 m；当篮球行进的水平距离为 3 m 时，篮球距地面的高度达到最大为 3.3 m.

- (1) 图中点  $B$  表示篮筐，其坐标为\_\_\_\_\_，  
篮球行进的最高点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_；
- (2) 求篮球出手时距地面的高度.





25. 已知关于  $x$  的方程  $mx^2 + (3-m)x - 3 = 0$  ( $m$  为实数,  $m \neq 0$ ).

- (1) 求证: 此方程总有两个实数根;
- (2) 如果此方程的两个实数根都为正整数, 求整数  $m$  的值.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$  是抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 上任意两点, 设抛物线的对称轴为  $x = t$ .

- (1) 若对于  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ , 有  $y_1 = y_2$ , 求  $t$  的值;
- (2) 若对于  $0 < x_1 < 1$ ,  $1 < x_2 < 2$ , 都有  $y_1 < y_2$ , 求  $t$  的取值范围.



27. 已知正方形  $ABCD$ ，将线段  $BA$  绕点  $B$  旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ )，得到线段  $BE$ ，连接  $EA$ ， $EC$ 。

(1) 如图 1，当点  $E$  在正方形  $ABCD$  的内部时，若  $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $AB=4$ ，则  $\angle AEC=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ，四边形  $ABCE$  的面积为 \_\_\_\_\_；

(2) 当点  $E$  在正方形  $ABCD$  的外部时，

①在图 2 中依题意补全图形，并求  $\angle AEC$  的度数；

②作  $\angle EBC$  的平分线  $BF$  交  $EC$  于点  $G$ ，交  $EA$  的延长线于点  $F$ ，连接  $CF$ 。用等式表示线段  $AE$ ， $FB$ ， $FC$  之间的数量关系，并证明。

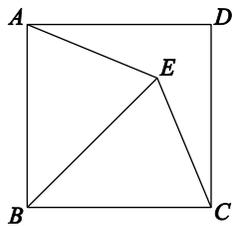


图 1

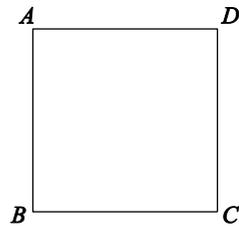
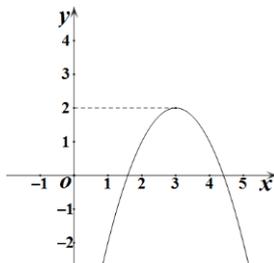


图 2



28. 对某一个函数给出如下定义：如果存在实数  $M$ ，对于任意的函数值  $y$ ，都满足  $y \leq M$ ，那么称这个函数是有上界函数. 在所有满足条件的  $M$  中，其最小值称为这个函数的上确界. 例如，图中的函数  $y = -(x-3)^2 + 2$  是有上界函数，其上确界是 2.



- (1) 函数①  $y = x^2 + 2x + 1$  和②  $y = 2x - 3$  ( $x \leq 2$ ) 中是有上界函数的为\_\_\_\_\_

(只填序号即可)，其上确界为\_\_\_\_\_；

- (2) 如果函数  $y = -x + 2$  ( $a \leq x \leq b$ ,  $b > a$ ) 的上确界是  $b$ ，且这个函数的最小值不超过  $2a + 1$ ，求  $a$  的取值范围；

- (3) 如果函数  $y = x^2 - 2ax + 2$  ( $1 \leq x \leq 5$ ) 是以 3 为上确界的有上界函数，求实数  $a$  的值.

