



2023 北京延庆初二（上）期中

数 学

2023. 11

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。</p>
----------------------------	---

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是

- (A) $x \neq 2$ (B) $x > 2$ (C) $x \geq 2$ (D) $x < 2$

2. 在 $\frac{m-n}{2}$, $\frac{y}{\pi}$, $\frac{2x}{x+2}$, $\frac{x}{7} + \frac{y}{8}$, $\frac{2}{y}$ 中，分式的个数是

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 下列二次根式中与 $\sqrt{5}$ 是同类二次根式的是

- (A) $\sqrt{25}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $\sqrt{45}$ (D) $\sqrt{50}$

4. 不改变分式的值，下列各式变形正确的是

- (A) $\frac{b}{a} = \frac{b+2}{a+2}$ (B) $\frac{-a-b}{a+b} = -1$ (C) $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a-b$ (D) $(-\frac{2x}{y})^2 = \frac{2x^2}{y^2}$

5. 下列运算结果正确的是

- (A) $\sqrt{(-2)^2} = -2$ (B) $\sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{10}$ (C) $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$ (D) $\sqrt{(-1) \times (-1)} = 1$

6. 如果把分式 $\frac{xy}{2x-3y}$ 中的 x 和 y 的值同时扩大为原来的 5 倍，那么分式的值

- (A) 扩大为原来的 5 倍 (B) 缩小为原来的 $\frac{1}{5}$ 倍
(C) 不改变 (D) 扩大为原来的 25 倍

7. 下列二次根式中，最简二次根式是

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{a^2}$ (C) $\sqrt{0.3}$ (D) $\sqrt{27}$

8. 当 x 分别取 $-2023, -2022, -2021, \dots, -2, -1, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{2021}, \frac{1}{2022}, \frac{1}{2023}$ 时，

计算分式 $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ 的值，再将所得结果相加，其和等于

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2023



二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 计算： $(5\sqrt{3})^2 =$ _____.

10. 当 x _____ 时，分式 $\frac{2x}{x+3}$ 有意义；当 x _____ 时，分式 $\frac{x+1}{2x-3}$ 值为零.

11. 计算： $\frac{1}{2ab} + \frac{b}{4a} =$ _____.

12. 计算：(1) $\frac{2}{a} \cdot \frac{ab}{4} =$ _____； (2) $-6ab \div \frac{3b^2}{2a} =$ _____.

13. 比较大小：(1) $2\sqrt{6}$ _____ 5；(2) $-\sqrt{5}$ _____ $-\sqrt{2}$ （填“>”“=”或“<”）.

14. 如果 $\sqrt{m-2} + (n+3)^2 = 0$ ，那么 $m+n$ 的值为_____.

15. 已知 x, y 是两个连续的整数，且 $x < \sqrt{30} < y$ ，则 $2x+y$ 的平方根是_____.

16. 定义新运算“ \odot ”： $a \odot b = \begin{cases} \frac{3}{a-b} (a > b), \\ \frac{b}{b-a} (a < b). \end{cases}$ ，如果 $2 \odot x = 3$ ，那么 x 的值为_____.

三、解答题（共 68 分，第 17 题 8 分，第 18 题 5 分，第 19 题 4 分，第 20 题 7 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24-25 题，第 27 题，每题 6 分，第 26 题 4 分，第 28 题 7 分）

17. 计算：(1) $4\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$ ； (2) $\sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{12} \div \sqrt{3}$.

18. 计算： $\sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-3)^2} + |\sqrt{2}-1|$.

19. 计算： $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) + \sqrt{20}$.

20. 计算：(1) $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}$ ； (2) $\frac{m^2-4}{4+4m+m^2} \div \frac{m-2}{2m-2} \cdot \frac{m+2}{m-1}$.

21. 计算： $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x}{x+1}$.

22. 解方程： $\frac{2}{x} + \frac{x}{x+3} = 1$.

23. 解方程： $\frac{5x+2}{x^2+x} = \frac{3}{x+1}$.

24. 先化简，再求值： $\frac{x-3}{x-2} \div (x+2 - \frac{5}{x-2})$ ，其中 $x = \sqrt{3}-3$.

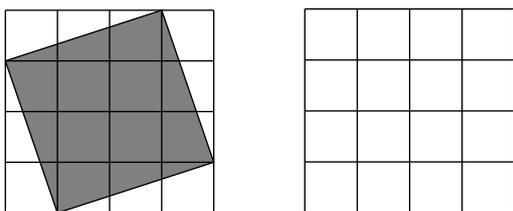
25. 列方程解应用题：

小东一家自驾车去某地旅游，手机导航系统为他们推荐了两条路线方案，方案一全程 75 km，方案二全程 90km. 汽车在方案二行驶的平均速度是在方案一行驶的平均速度的 1.8 倍，预计在方案二行驶的



时间比方案一行驶的时间少半小时，求汽车在方案一行驶的平均速度.

26. 下图为 4×4 方格，每个小正方形的边长都为 1.



- (1) 图 1 中阴影正方形的面积与边长分别是_____、_____；
 (2) 在图 2 中画出一个与图 1 中阴影部分面积不相等的正方形，要求它的边长为无理数，并求出它的边长.

27. 阅读材料：

小明在学习了二次根式后，发现一些含有根号的式子可以写成另一个式子的平方，如

$3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$. 这样就可以将 $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 进行化简，

即： $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}=1+\sqrt{2}$.

善于思考的小明进行了以下探索：

对于 $a+2\sqrt{b}$ ，若能找到两个数 m 和 n ，使 $m^2+n^2=a$ 且 $mn=\sqrt{b}$ ，则 $a+2\sqrt{b}$ 可变为 m^2+n^2+2mn ，即变成 $(m+n)^2$ ，从而使得 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}=\sqrt{(m+n)^2}=m+n$.

(其中 a, b, m, n 均为正整数)

例如： $\because 4+2\sqrt{3}=1+3+2\sqrt{3}=(\sqrt{1})^2+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}=(1+\sqrt{3})^2$,

$\therefore \sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}=1+\sqrt{3}$.

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

- (1) 化简 $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ ；
 (2) 化简 $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ；
 (3) 若 $\sqrt{a^2+4\sqrt{5}}=2+\sqrt{5}$ ，求 a 的值.

28. 给出如下的定义：如果两个实数 a, b 使得关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的解是 $x=\frac{1}{a+b}$ 成立，那么我们

就把实数 a, b 称为关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的一个“方程数对”，记为 $[a, b]$. 例如： $a=2, b=-5$

就是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的一个“方程数对”，记为 $[2, -5]$.



- (1) 判断数对① $[3, -5]$, ② $[-2, 4]$ 中是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的“方程数对”的是_____；(只填序号)
- (2) 若数对 $[n, 3-n]$ 是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的“方程数对”，求 n 的值；
- (3) 若数对 $[m-k, k]$ ($m \neq -1$ 且 $m \neq 0$, $k \neq 1$) 是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的“方程数对”，用含 m 的代数式表示 k .