



# 2021 北京昌平初二（上）期末

## 数 学

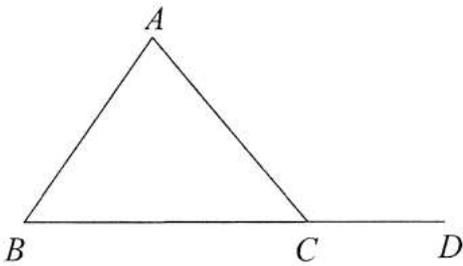
本试卷共 8 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意。

1. 16 的算术平方根是（ ）

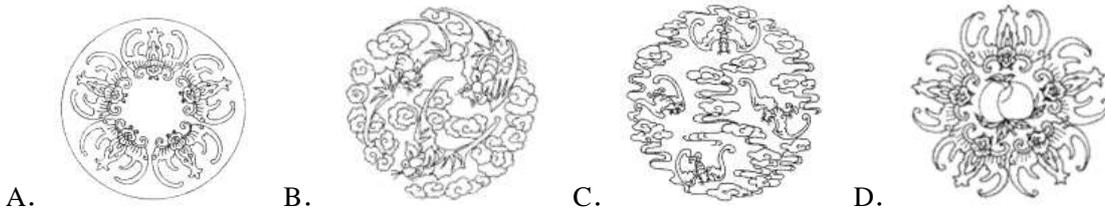
- A. 2 B.  $\pm 2$  C. 4 D.  $\pm 4$

2. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle B = 55^\circ$ ， $D$  是  $BC$  延长线上一点，且  $\angle ACD = 130^\circ$ ，则  $\angle A$  的度数是（ ）



- A.  $50^\circ$  B.  $65^\circ$  C.  $75^\circ$  D.  $85^\circ$

3.（唐）元稹《长庆集》十五《景中秋》诗：“帘断萤火入，窗明蝙蝠飞。”蝙蝠省称“蝠”，因“蝠”与“福”谐音，人们以蝠表示福气，福禄寿喜等祥瑞，民间绘画中画五只蝙蝠，意为《五福临门》。下列图案——蝙蝠纹样是轴对称图形的是（ ）



4. 如果一个三角形的三边长分别为 5, 8,  $a$ 。那么  $a$  的值可能是（ ）

- A. 2 B. 9 C. 13 D. 15

5. 下列各式是最简二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{27}$  B.  $\sqrt{9}$  C.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  D.  $\sqrt{6}$

6. 下列事件中，属于必然事件的是（ ）

- A. 小刚妈妈申请北京小客车购买指标，申请后第一次摇号时就中签  
B. 掷一枚骰子，向上一面的点数一定大于零  
C. 打开“学习强国 APP”，正在播放歌曲《让爱暖人间》

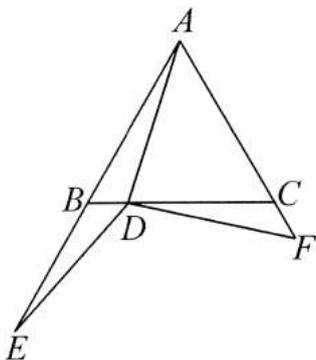
D. 用长度分别是 3cm, 4cm, 8cm 的细木条首尾顺次相连可组成一个三角形

7. 根据下列表格信息,  $y$  可能为 ( )

$x$		-2	-1	0	1	2	
$y$		0	*	*	无意义	*	

- A.  $\frac{x+2}{x-1}$  B.  $\frac{x-2}{x+1}$  C.  $\frac{x+2}{x+1}$  D.  $\frac{x-2}{x-1}$

8. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $D$  是线段  $BC$  上一点 (不与点  $B, C$  重合), 连接  $AD$ , 点  $E, F$  分别在线段  $AB, AC$  的延长线上, 且  $DE = DF = AD$ , 点  $D$  从  $B$  运动到  $C$  的过程中,  $\triangle BED$  周长的变化规律是 ( )



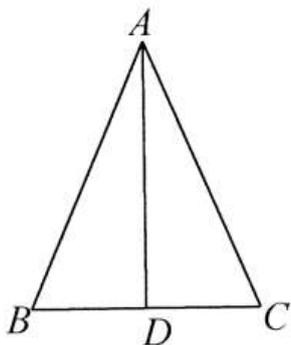
- A. 不变 B. 一直变小 C. 先变大后变小 D. 先变小后变大

二、填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 若  $\sqrt{x-3}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 计算:  $\frac{6}{a^2-9} \div \frac{1}{a+3} =$ \_\_\_\_\_.

11. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 点  $D$  在  $BC$  上 (不与点  $B, C$  重合), 只需添加一个条件即可证明  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ , 这个条件可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).

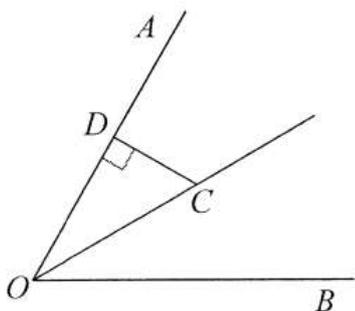


12. 请写出一个比  $\sqrt{10}$  小的正整数\_\_\_\_\_.

13. 口袋里有 3 个红球、2 个白球、5 个黄球, 除颜色外都相同, 从中随意摸出一个球, 摸到白球的可能性的的大小是\_\_\_\_\_.



14. 如图, 点  $C$  在  $\angle AOB$  的平分线上,  $CD \perp OA$  于点  $D$ , 且  $CD = 2$ , 如果  $E$  是射线  $OB$  上一点, 那么  $CE$  长度的最小值是\_\_\_\_\_.



15. 如果等腰三角形的一个内角是  $40^\circ$ , 那么这个等腰三角形的顶角度数是\_\_\_\_\_.

16. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = BC$ , 点  $D$  在线段  $BC$  上 (不与点  $B, C$  重合).

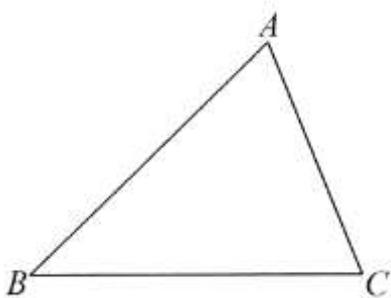
作法如下:

①连接  $AD$ , 作  $AD$  的垂直平分线分别交直线  $AB, AC$  于点  $P, Q$ , 连接  $DP, DQ$ , 则  $\triangle APQ \cong \triangle DPQ$ ;

②过点  $D$  作  $AC$  的平行线交  $AB$  于点  $P$ , 在线段  $AC$  上截取  $AQ$ , 使  $AQ = DP$ , 连接  $PQ, DQ$ , 则  $\triangle APQ \cong \triangle DQP$ ;

③过点  $D$  作  $AC$  的平行线交  $AB$  于点  $P$ , 过点  $D$  作  $AB$  的平行线交  $AC$  于点  $Q$ , 连接  $PQ$ , 则  $\triangle APQ \cong \triangle DQP$ ;

④过点  $D$  作  $AB$  的平行线交  $AC$  于点  $Q$ , 在直线  $AB$  上取一点  $P$ , 连接  $DP$ , 使  $DP = AQ$ , 连接  $PQ$ , 则  $\triangle APQ \cong \triangle DPQ$ . 以上说法一定成立的是\_\_\_\_\_. (填写正确的序号)



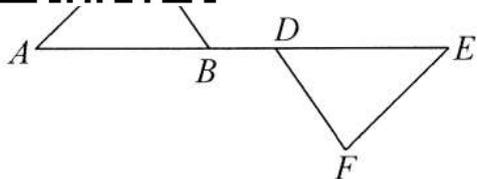
三、解答题 (本题共 12 道小题, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

17. 计算:  $\sqrt{8} - \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{2}} + |1 - \sqrt{2}|$ .

18. 计算:  $\frac{1}{x-y} - \frac{2y}{x^2-y^2}$ .      19. 解方程:  $\frac{2x}{x-2} + \frac{3}{2-x} = 1$ .



20. 在线段  $AE$  上,  $AD = EB$ ,  $AC \parallel EF$ ,  $\angle C = \angle F$ .



21. 已知:  $x^2 + x - 4 = 0$ , 求代数式  $\left(\frac{x}{x-1} - 1\right) \div \frac{x^3 - x}{x^2 - 2x + 1}$  的值.

22. 在正方形网格中, 网格线的交点叫做格点, 三个顶点均在格点上的三角形叫做格点三角形.

(1) 在图 1 中计算格点三角形  $ABC$  的面积是\_\_\_\_\_ ; (每个小正方形的边长为 1)

(2)  $\triangle ABC$  是格点三角形.

①在图 2 中画出一个与  $\triangle ABC$  全等且有一条公共边  $BC$  的格点三角形;

②在图 3 中画出一个与  $\triangle ABC$  全等且有一个公共点  $A$  的格点三角形.

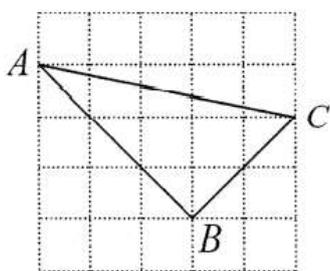


图 1

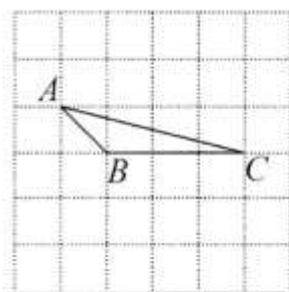


图 2

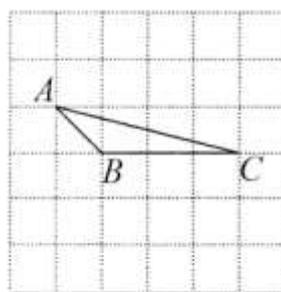


图 3

23. 已知: 如图,  $\angle MON$  为锐角, 点  $A$  在射线  $OM$  上.

求作: 射线  $AC$ , 使得  $AC \parallel ON$ .

小静的作图思路如下:

①以点  $A$  为圆心,  $AO$  为半径作弧, 交射线  $ON$  于点  $B$ , 连接  $AB$ ;

②作  $\angle MAB$  的角平分线  $AC$ .

射线  $AC$  即为所求的射线.

(1) 使用直尺和圆规, 按照小静的作图思路补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because OA = AB$ ,

$\therefore \angle O = \angle ABO$  (\_\_\_\_\_).





$\therefore \angle MAB$  是  $\triangle AOB$  的一个外角,

$$\therefore \angle MAB = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}.$$

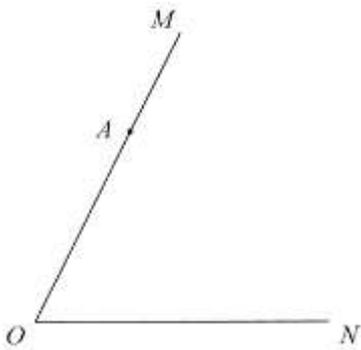
$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle MAB.$$

$\therefore AC$  平分  $\angle MAB$ ,

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle MAB.$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BAC.$$

$$\therefore AC \parallel ON \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)}.$$



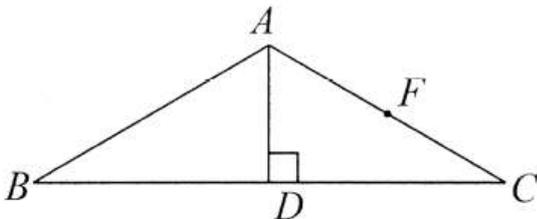
#### 24. 列方程解应用题

为了提高学生的身体素质,落实教育部门“在校学生每天体育锻炼时间不少于1小时”的文件精神,某校开展了“阳光体育天天跑活动”,初中男生、女生分别进行1000米和800米的计时跑步.在一次计时跑步中,某班一名女生和一名男生的平均速度相同,且这名女生跑完800米所用时间比这名男生跑完1000米所用时间少56秒,求这名女生跑完800米所用时间是多少秒.

25. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 2$ ,  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 延长  $AD$  至点  $E$ , 使  $DE = AD$ , 连接  $BE$  和  $CE$ .

(1) 补全图形;

(2) 若点  $F$  是  $AC$  的中点, 请在  $BC$  上找一点  $P$  使  $AP + FP$  的值最小, 并求出最小值.



#### 26. 阅读理解

材料1: 小学时常常会遇到将一个假分数写成带分数的问题, 在这个计算的过程中, 先计算分子中有几个分母

求出整数部分, 再把剩余的部分写成一个真分数, 例如:  $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ .



类似的，我们可以将下列的分式写成一个整数与一个新分式的和。

例如： $\frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$ .

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}.$$

材料 2：为了研究字母  $x$  和分式  $\frac{1}{x}$  值的变化关系，小明制作了表格，并得到数据如下：

$x$		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	
$\frac{1}{x}$		-0.25	$-0.\dot{3}$	-0.5	-1	无意义	1	0.5	$0.\dot{3}$	0.25	

请根据上述材料完成下列问题：

(1) 把下面的分式写成一个整数与一个新分式的和的形式：

$$\frac{x+2}{x} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{x+1}{x-2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 当  $x > 0$  时，随着  $x$  的增大，分式  $\frac{x+2}{x}$  的值            (增大或减小)；

(3) 当  $x > -1$  时，随着  $x$  的增大，分式  $\frac{2x+3}{x+1}$  的值无限趋近一个数，请写出这个数，并说明理由。

27. 在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ 。

(1) 如图 1，点  $P, Q$  在线段  $BC$  上， $AP = AQ$ ， $\angle BAP = 15^\circ$ ，求  $\angle AQB$  的度数；

(2) 点  $P, Q$  在线段  $BC$  上 (不与点  $B, C$  重合)， $AP = AQ$ ，点  $Q$  关于直线  $AC$  的对称点为  $M$ ，连接  $AM, PM$ 。

①依题意将图 2 补全；

②用等式表示线段  $BP, AP, PC$  之间的数量关系，并证明。

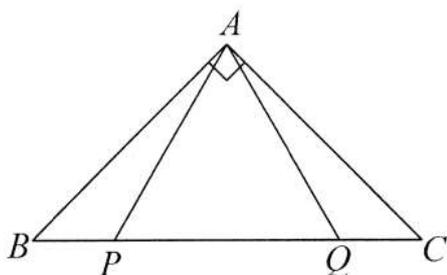


图 1

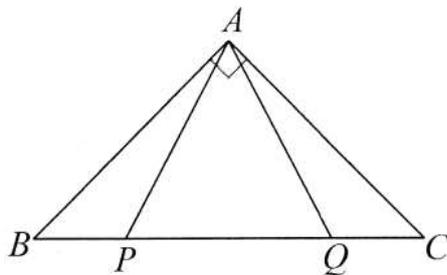
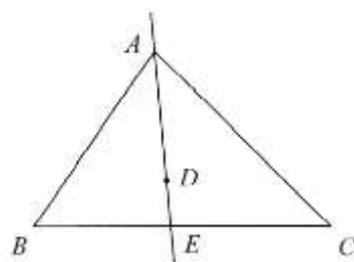
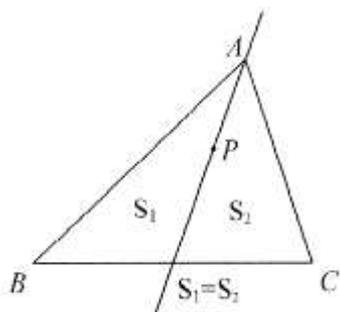


图 2

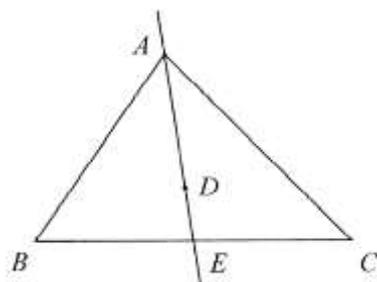
28. 定义：点  $P$  是  $\triangle ABC$  内部的一点，若经过点  $P$  和  $\triangle ABC$  中的一个顶点的直线把  $\triangle ABC$  平分两个面积相等的图形，则称点  $P$  是  $\triangle ABC$  关于这个顶点的均分点。例如右图中，点  $P$  是  $\triangle ABC$  关于顶点  $A$  的均分点。

(1) 下列图形中，点  $D$  一定是  $\triangle ABC$  关于顶点  $B$  的均分点的是\_\_\_\_\_；（填序号）



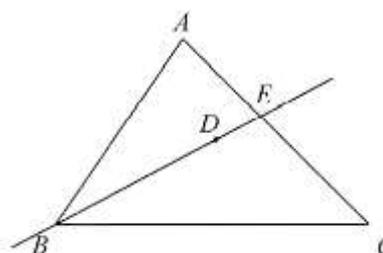
$$\angle BAE = \angle CAE$$

①



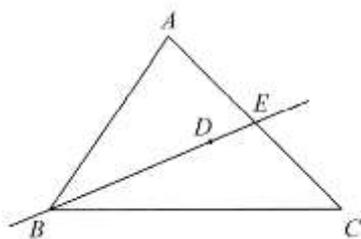
$$BE = CE$$

②



$$\angle ABE = \angle CBE$$

③



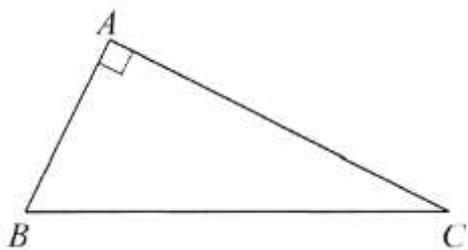
$$AE = CE$$

④



(2) 在  $\triangle ABC$  中， $BC = 2$ ， $AB = AC$  且  $AB > BC$ ，点  $P$  是  $\triangle ABC$  关于顶点  $A$  的均分点，且  $\sqrt{2} \leq BP \leq 2$ ，直接写出  $\angle BPC$  的范围；

(3) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $BC = 10$ ，点  $P$  是  $\triangle ABC$  关于顶点  $A$  的均分点，直线  $AP$  与  $BC$  交于点  $D$ ，当  $BP \perp AD$  时， $BP = 4$ ，求  $CP$  的长。



# 2021 北京昌平初二（上）期末数学



## 参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C	A	B	D	B	A	D

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq 3$	$\frac{6}{a-3}$	答案不唯一； 例如： $BD = CD$	答案不唯一； 例如：3	$\frac{1}{5}$	2	$40^\circ$ 或 $100^\circ$	①②③

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 解：原式 =  $2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 1$ . 4 分

=  $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ . 5 分

18. 解：原式 =  $\frac{x+y}{(x+y)(x-y)} - \frac{2y}{(x+y)(x-y)}$  2 分

=  $\frac{x+y-2y}{(x+y)(x-y)}$  3 分

=  $\frac{x-y}{(x+y)(x-y)}$  4 分

=  $\frac{1}{x+y}$  5 分

19. 解：  $\frac{2x}{x-2} - \frac{3}{x-2} = 1$ . 2 分  $2x-3 = x-2$ . 3 分

$x = 1$ . 4 分

经检验： $x = 1$  是原方程的解. 5 分

20. 证明：  $\because AD = EB$ ,

$\therefore AD - BD = EB - BD$ .

即  $AB = ED$ . 1 分



$\because AC \parallel EF,$

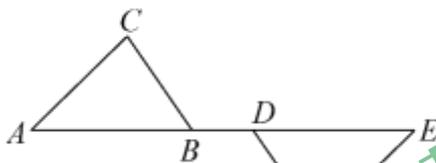
$\therefore \angle A = \angle E.$  2分

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle EDF$  中,

$$\begin{cases} \angle C = \angle F, \\ \angle A = \angle E, \\ AB = ED, \end{cases} \quad 4 \text{分}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDF (AAS).$  4分

$\therefore BC = DF.$  5分



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

21. 解: 原式 =  $\frac{1}{x-1} \div \frac{x^3-x}{x^2-2x+1}.$  1分

=  $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x+1)(x-1)}.$  3分

=  $\frac{1}{x^2+x}.$  4分

把  $x^2+x=4$  代入, 原式 =  $\frac{1}{4}.$  5分

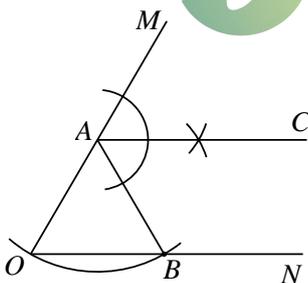
北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

22. 解: (1) 6 1分

(2) ① 正确画图 3分

② 正确画图 5分

23. 解: (1) 作图如下:



3分



(2) 证明:  $\because OA = AB,$

$\therefore \angle O = \angle ABO$  (等边对等角). 4分

$\because \angle MAB$  是  $\triangle AOB$  的一个外角,

$\therefore \angle MAB = \angle O + \angle ABO$  5分

$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle MAB.$

$\because AC$  平分  $\angle MAB,$

$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle MAB.$

$\therefore \angle ABO = \angle BAC.$

$\therefore AC \parallel ON$  (内错角相等, 两直线平行). 6分



24. 解: 设这名女生跑完 800 米所用时间  $x$  秒, 则这名男生跑完 1000 米所用时间  $(x+56)$  秒, 1分

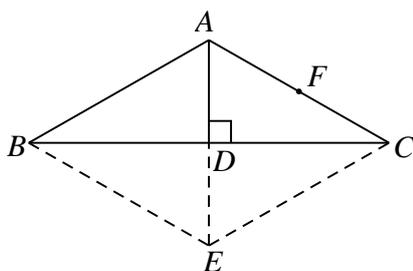
根据题意, 得  $\frac{800}{x} = \frac{1000}{x+56}$  3分

解得:  $x = 224.$  4分

经检验,  $x = 224$  是所列方程的解, 并且符合实际问题的意义. 5分

答: 这名女生跑完 800 米所用时间是 224 秒. 6分

25. (1) 补全图形如下:



解: (2)

连接  $EF$  交  $BC$  于点  $P$ , 此时  $AP + FP$  的值最小. 3分

$\because DE = AD, AD \perp BC,$

$\therefore BC$  为  $AE$  的垂直平分线.

$\therefore CA = CE = 2, AP = EP.$

$\therefore AP + FP = EP + PF.$

$\because AB = AC, AD \perp BC, \angle BAC = 120^\circ,$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD = 60^\circ.$

$\therefore \triangle ACE$  为等边三角形. 4分

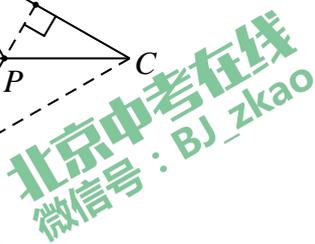
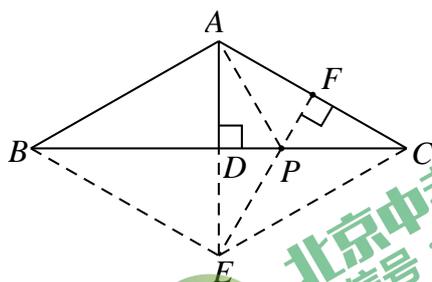
$\because$  点  $F$  是  $AC$  的中点,

$\therefore EF \perp AC, AF = CF = 1.$  5分

在  $Rt\triangle CEF$  中,  $\angle CFE = 90^\circ, CF = 1, EC = 2,$

$\therefore EF = \sqrt{3}.$

$\therefore AP + FP$  的最小值为  $\sqrt{3}.$  6分



26. 解: (1)  $1 + \frac{2}{x}, 1 + \frac{3}{x-2}.$  2分

(2) 减小. 3分

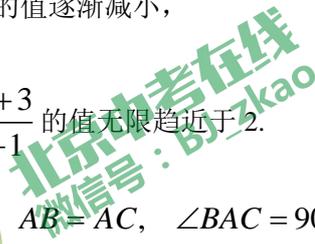
(3) 2. 4分

理由如下:

$$\therefore \frac{2x+3}{x+1} = 2 + \frac{1}{x+1},$$

随着  $x$  的值的增大,  $\frac{1}{x+1}$  的值逐渐减小,

$\therefore$  随着  $x$  的值的增大,  $\frac{2x+3}{x+1}$  的值无限趋近于 2. 6分



27. 解: (1)  $\because$  在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, \angle BAC = 90^\circ,$

$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ.$  1分

$\because \angle APQ$  是  $\triangle ABC$  的一个外角,

$\therefore \angle APQ = \angle B + \angle BAP.$

$\because \angle BAP = 15^\circ,$

$\therefore \angle APQ = 60^\circ.$  2分



$$\because AP = AQ,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle AQB = 60^\circ. \quad 3 \text{分}$$

(2) ①②正确补全图形 4分

②解:

连接  $MC$ .

$$\because AB = AC, \quad \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 45^\circ.$$

$$\because AP = AQ,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle AQP.$$

$$\therefore \angle BAP = \angle CAQ.$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACQ.$$

$$\therefore BP = CQ.$$

$\because$  点  $Q$  关于直线  $AC$  的对称点为  $M$ ,

$$\therefore AQ = AM, \quad CQ = CM, \quad \angle CAM = \angle CAQ, \quad \angle ACM = \angle ACQ = 45^\circ.$$

$$\therefore AP = AM, \quad \angle B = \angle ACM = 45^\circ, \quad \angle BAP = \angle CAM, \quad BP = CM. \quad 5 \text{分}$$

$$\therefore \angle BAC = \angle PAM = 90^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle APM$  中,  $AP = AM$ ,  $\angle PAM = 90^\circ$ ,

$$\therefore PM = \sqrt{2}AP. \quad 6 \text{分}$$

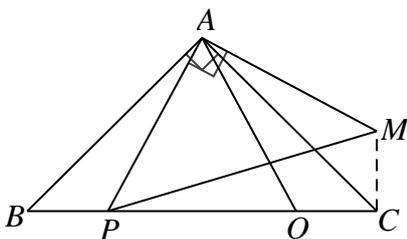
$$\because \angle ACQ = \angle ACM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PCM = 90^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle PCM$  中,  $\angle PCM = 90^\circ$ ,

$$\therefore PC^2 + CM^2 = PM^2,$$

$$\therefore PC^2 + BP^2 = 2AP^2 \quad 7 \text{分}$$



28. 解:

(1) ④ 2分

(2)  $60^\circ \leq \angle BPC \leq 90^\circ$ . 4分

(3) 解: 过  $C$  点作  $CE \perp AP$ , 交直线  $AP$  于点  $E$ .

$\because$  点  $P$  是  $\triangle ABC$  关于顶点  $A$  的均分点,  $BC = 10$ ,

$\therefore BD = CD = 5$ .

在  $\text{Rt}\triangle BPD$  中

$\therefore \angle BPD = 90^\circ$ ,

$\therefore BP^2 + PD^2 = BD^2$ .

$\because BP = 4, BD = 5$ ,

$\therefore PD = 3$ . 5分

$\because BP \perp AP, CE \perp AP$ ,

$\therefore \angle BPD = \angle CED = 90^\circ$ .

$\therefore \angle BDP = \angle CDE$ ,

$\therefore \triangle BPD \cong \triangle CDE$ .

$\therefore PD = DE, PB = CE = 4$ . 6分

$\therefore PE = 2PD = 6$ .

在  $\text{Rt}\triangle PEC$  中

$\therefore \angle PEC = 90^\circ$ ,

$\therefore PE^2 + CE^2 = CP^2$ .

$\therefore CP = 2\sqrt{13}$ . 7分

