



# 燕山地区 2022—2023 学年第一学期九年级期末质量监测

## 数 学 试 卷

2022 年 12 月

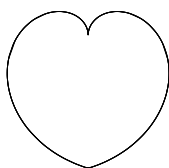
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。

### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

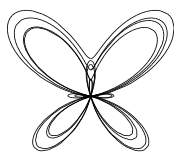
第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 在数学活动课中，同学们利用几何画板绘制出了下列曲线，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



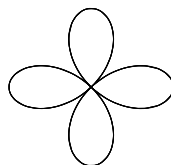
心形线

A.



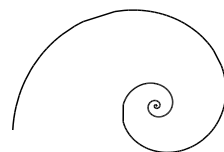
蝴蝶曲线

B.



四叶玫瑰线

C.



等角螺旋线

D.

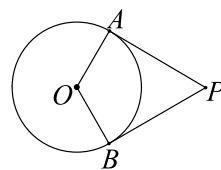
2. 已知  $\odot O$  的半径为 5cm，点  $P$  在  $\odot O$  内，则线段  $OP$  的长度可以是

- A. 3cm                      B. 5cm  
C. 7cm                      D. 10cm

3. 如图， $PA, PB$  是  $\odot O$  的两条切线， $A, B$  是切点，

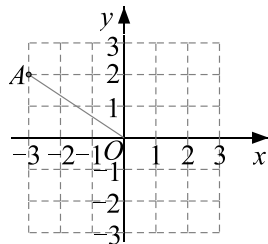
若  $\angle AOB = 120^\circ$ ，则  $\angle P$  的度数为

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$



4. 如图，在平面直角坐标系中，点  $A$  的坐标为  $(-3, 2)$ ，将线段  $OA$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $OA'$ ，则点  $A'$  的坐标为

- A.  $(2, 3)$                       B.  $(3, 2)$   
C.  $(-2, -3)$                   D.  $(-3, -2)$



准考证号

姓名

班级

学校

题 答 要 不 内 线 封 密



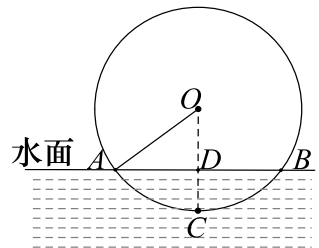
5. 某企业积极响应国家垃圾分类号召, 在科研部门的支持下进行技术创新, 计划在未来两个月内, 将厨余垃圾的月加工处理量从现在的 1000 吨提高到 1200 吨, 若加工处理量的月平均增长率相同, 设月平均增长率为  $x$ , 可列方程为

- A.  $1000(1-x)^2=1200$                       B.  $1000(1+x)^2=1200$   
C.  $1200(1-x)^2=1000$                       D.  $1200(1+x)^2=1000$

6. 一个不透明的口袋中有三张卡片, 上面分别写着数字 1, 2, 3, 除数字外三张卡片无其他区别, 小乐随机从中抽取一张卡片, 放回摇匀, 再随机抽取一张, 则小乐抽到的两张卡片上的数字都是奇数的概率是

- A.  $\frac{2}{3}$     B.  $\frac{4}{9}$   
C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{1}{2}$

7. 唐代李皋发明了“桨轮船”, 这种船是原始形态的轮船, 是近代明轮航行模式之先导. 如图, 某桨轮船的轮子被水面截得的弦  $AB$  长 8m, 轮子的吃水深度  $CD$  为 2m, 则该桨轮船的轮子半径为



- A. 2m    B. 3m  
C. 4m    D. 5m

8. 下面的三个问题中都有两个变量  $y$  与  $x$ :

- ①王阿姨去坡峰岭观赏红叶, 她登顶所用的时间  $y$  与平均速度  $x$ ;  
②用一根长度一定的铁丝围成一个矩形, 矩形的面积  $y$  与矩形的一边长  $x$ ;  
③某篮球联赛采用单循环制 (每两队之间都赛一场), 比赛的场次  $y$  与参赛球队数  $x$ .

其中, 变量  $y$  与  $x$  之间的函数关系 (不考虑自变量取值范围) 可以用一条抛物线表示的是

- A. ①②    B. ①③    C. ②③    D. ①②③

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 平面直角坐标系中, 已知点  $P(5, -4)$  与点  $Q(-5, a)$  关于原点对称, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 一元二次方程  $x^2 + 5x = 0$  的根是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 已知某函数当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则这个函数解析式可以是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

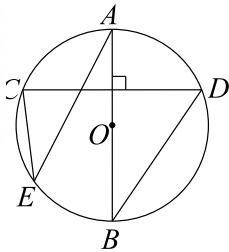
12. 若关于  $x$  的方程  $x^2 + bx + c = 0$  有两个相等的实数根, 写出一组满足条件的实数  $b, c$  的值:  
 $b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 为了认真学习贯彻党的二十大精神，某校开展了以“喜迎二十大，奋进新征程”为主题的党史知识竞赛活动，答题后随机抽取了100名学生答卷，统计他们的得分情况如下：

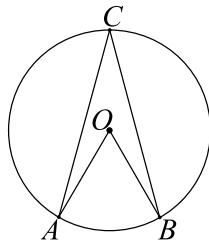
得分( $x$ 分)	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
人数(人)	10	$m$	$n$	48

据此估计，若随机抽取一名学生答卷，得分不低于90分的概率为\_\_\_\_\_。

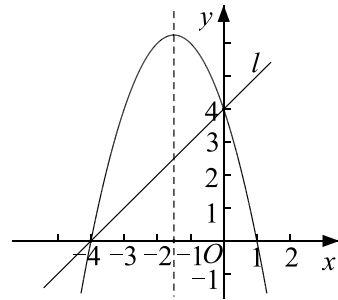
14. 如图， $AB$ 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $E$ 为 $\widehat{BC}$ 上一点，若 $\angle CEA = 34^\circ$ ，则 $\angle ABD =$ \_\_\_\_\_°。



(第14题)



(第15题)



(第16题)

15. 如图，已知 $\odot O$ 的半径为3，点 $A, B, C$ 都在 $\odot O$ 上， $\angle ACB = 30^\circ$ ，则 $\widehat{AB}$ 的长是\_\_\_\_\_。
16. 平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知抛物线 $C: y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )与直线 $l: y = kx + n$  ( $k \neq 0$ )如图所示，有下面四个推断：
- ①二次函数 $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )有最大值；
  - ②抛物线 $C$ 关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称；
  - ③关于 $x$ 的方程 $ax^2 + bx + c = kx + n$ 的两个实数根为 $x_1 = -4$ ， $x_2 = 0$ ；
  - ④若过动点 $M(m, 0)$ 垂直于 $x$ 轴的直线与抛物线 $C$ 和直线 $l$ 分别交于点 $P(m, y_1)$ 和 $Q(m, y_2)$ ，则当 $y_1 < y_2$ 时， $m$ 的取值范围是 $-4 < m < 0$ 。
- 其中所有正确推断的序号是\_\_\_\_\_。

三、解答题(共68分，第17—22题，每题5分，第23—26题，每题6分，第27—28题，每题7分) 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 解方程： $x^2 + 2x - 8 = 0$ 。

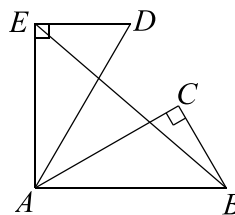
18. 已知 $m$ 是方程 $3x^2 - 2x - 5 = 0$ 的一个根，求代数式 $(2m + 1)(2m - 1) - (m + 1)^2$ 的值。

19. 已知抛物线  $y=ax^2+bx$  经过点  $A(2, 0)$ ,  $B(-1, 3)$ .

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 将该抛物线向左平移 1 个单位长度, 得到的抛物线解析式为\_\_\_\_\_.

20. 如图,  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle ADE$ , 连接  $BE$ . 若  $BC = 1$ , 求线段  $BE$  的长.



21. 下面是小青设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 直线  $l$  及直线  $l$  外一点  $P$ .

求作: 直线  $PQ$ , 使得  $PQ \parallel l$ .

作法: 如图,

①在直线  $l$  上任取两点  $A, B$ , 连接  $PA, PB$ ;

②分别作线段  $PA, AB$  的垂直平分线  $l_1, l_2$ ,

两直线交于点  $O$ ;

③以点  $O$  为圆心,  $OA$  长为半径作圆;

④以点  $A$  为圆心,  $PB$  长为半径作弧, 与  $\odot O$

在  $l$  上方交于点  $Q$ ;

⑤作直线  $PQ$ . 所以直线  $PQ$  就是所求作的直线.

根据小青设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

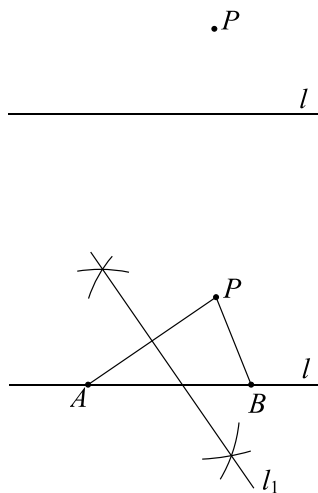
证明: 连接  $AQ$ ,

$\because$  点  $A, B, P, Q$  都在  $\odot O$  上,  $AQ = PB$ ,

$\therefore \widehat{AQ} = \widehat{PB}$ ,

$\therefore \angle APQ = \angle PAB$ , (\_\_\_\_\_)(填推理的依据)

$\therefore PQ \parallel l$ .



密封线内不要答题

22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (4 - m)x + 3 - m = 0$ .

- (1) 求证：该方程总有两个实数根；
- (2) 若该方程恰有一个实数根为非负数，求  $m$  的取值范围.



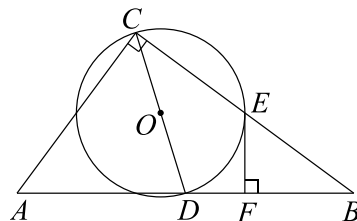
23. 2022 年 3 月 23 日“天宫课堂”第二课正式开讲，神舟十三号乘组航天员在中国空间站再次进行太空授课，生动地演示了微重力环境下的四个实验现象 (A. 太空冰雪实验; B. 液桥演示实验; C. 水油分离实验; D. 太空抛物实验)，神奇的太空实验堪称宇宙级精彩！为加深同学们的印象，某校团委组织了太空实验原理讲述的活动.

- (1) 小宇从四个实验中任意抽取一个进行实验原理讲述，他恰好抽到“A. 太空冰雪实验”的概率是\_\_\_\_\_；
- (2) 若小南要从四个实验中随机抽取两个实验进行原理讲述，请你用列表或画树状图的方法，求他恰好抽到“B. 液桥演示实验”和“C. 水油分离实验”的概率.

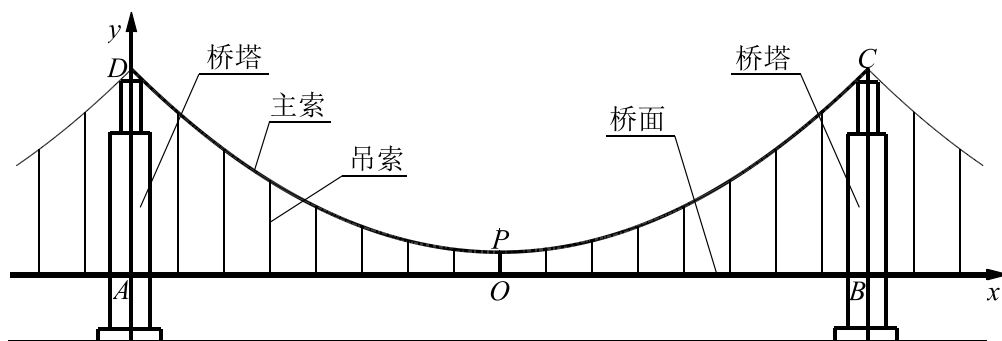


24. 如图， $\text{Rt} \triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD$  为斜边中线，以  $CD$  为直径作  $\odot O$  交  $BC$  于点  $E$ ，过点  $E$  作  $EF \perp AB$ ，垂足为点  $F$ .

- (1) 求证： $EF$  为  $\odot O$  的切线.
- (2) 若  $CD = 5$ ， $AC = 6$ ，求  $EF$  的长.



25. 如图是某悬索桥示意图，其建造原理是在两边高大的桥塔之间，悬挂着主索，再以相等的间隔，从主索上设置竖直的吊索，与水平的桥面垂直，并连接桥面，承接桥面的重量，主索的几何形态近似符合抛物线. 建立如图所示的平面直角坐标系，设在距桥塔  $AD$  水平距离为  $x$  (单位: m) 的地点，主索距桥面的竖直高度为  $y$  (单位: m)，则  $y$  与  $x$  之间近似满足函数关系  $y = a(x - h)^2 + k$  ( $a > 0$ ).



小石通过测量获得  $y$  与  $x$  的几组数据如下:

$x$ (m)	0	4	8	24	32	40	48	64
$y$ (m)	18	14.25	11	3	2	3	6	18

根据上述数据，解决以下问题:

- (1) 主索最低点  $P$  与桥面的距离  $PO$  为\_\_\_\_\_m.
- (2) 求出主索抛物线的解析式  $y = a(x - h)^2 + k$  ( $a > 0$ );
- (3) 若与点  $P$  水平距离为 12m 处，有两条吊索需要更换，求这两条吊索的总长度.



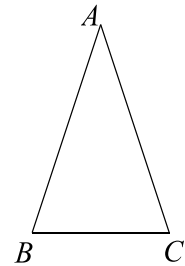
26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$  为抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 4$  上任意两点，其中  $x_1 < x_2$ .

- (1) 求该抛物线顶点  $P$  的坐标 (用含  $m$  的式子表示);
- (2) 当  $M, N$  的坐标分别为  $(0, -3)$ ,  $(2, -3)$  时，求  $m$  的值;
- (3) 若对于  $x_1 + x_2 > 4$ ，都有  $y_1 < y_2$ ，求  $m$  的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ , 将线段 $AB$ 绕点 $A$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 得到线段 $AD$ , 作 $\angle CAD$ 的角平分线 $AE$ 交 $BC$ 的延长线于点 $E$ , 连接 $CD, DE$ .

(1) 依题意补全图形, 并直接写出 $\angle AEC$ 的度数;

(2) 用等式表示线段 $AE, BE, DE$ 之间的数量关系, 并证明.



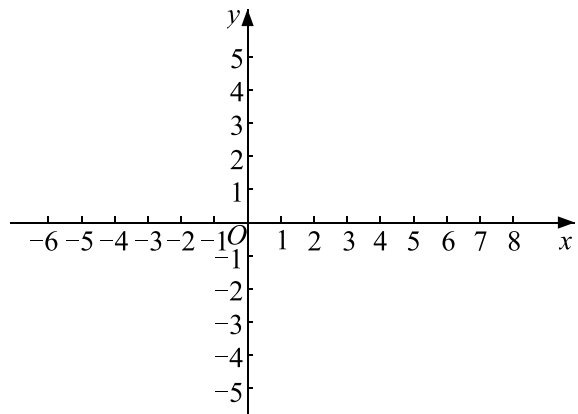
28. 对于平面直角坐标系 $xOy$ 中的点 $M, N$ 和图形 $W$ , 给出如下定义: 若图形 $W$ 上存在一点 $P$ , 使得 $\angle PMN = 90^\circ$ , 且 $MP = MN$ , 则称点 $M$ 为点 $N$ 关于图形 $W$ 的一个“旋垂点”.

(1) 已知点 $A(0, 4), B(4, 4)$ ,

①在点 $M_1(-2, 2), M_2(0, 2), M_3(2, 2)$ 中, 是点 $O$ 关于点 $A$ 的“旋垂点”的是 \_\_\_\_\_;

②若点 $M(m, n)$ 是点 $O$ 关于线段 $AB$ 的“旋垂点”, 求 $m$ 的取值范围;

(2) 直线 $y = -x + 2$ 与 $x$ 轴,  $y$ 轴分别交于 $C, D$ 两点,  $\odot T$ 的半径为 $\sqrt{10}$ , 圆心为 $T(t, 0)$ . 若在 $\odot T$ 上存在点 $P$ , 线段 $CD$ 上存在点 $Q$ , 使得点 $Q$ 是点 $P$ 关于 $\odot T$ 的一个“旋垂点”, 且 $PQ = \sqrt{2}$ , 直接写出 $t$ 的取值范围.



以下 为 草 稿 纸

---



密封线内不要答题

