2022 北京首都师大二附中初二（下）期中

数　　学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．以下列各组数为边长，能构成直角三角形的是(　　)

A．4、5、6　　B．1、2、3　　C．1、2、$\sqrt{5}$　　D．1、3、5

2．下列各式中，不正确的是(　　)

A．$\sqrt{(-2)^2}=-2$　　B．$(\sqrt{2})^2=2$　　C．$-\sqrt{(-2)^2}=-2$　　D．$\pm\sqrt{(-2)^2}=\pm2$

3．平行四边形的一边长为$6cm$，周长为$28cm$，则这条边的邻边长是(　　)

A．$22cm$　　B．$16cm$　　C．$11cm$　　D．$8cm$

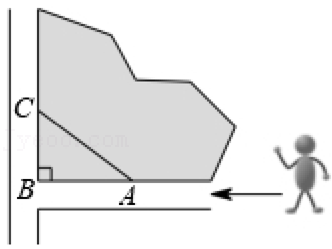
4．下列二次根式中，与$\sqrt{3}$能合并的是(　　)

A．$\sqrt{24}$　　B．$\sqrt{32}$　　C．$\sqrt{54}$　　D．$\sqrt{\frac{3}{4}}$

5．在$▱ABCD$中，$\angle A+\angle C=160^\circ$，则$\angle B$的度数为(　　)

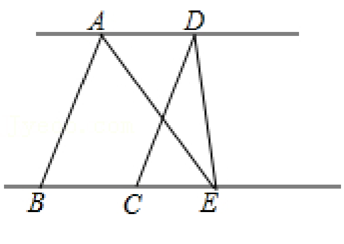
A．60°　　B．80°　　C．100°　　D．120°

6．如图，某公园的一块草坪旁边有一条直角小路，公园管理处为了方便群众，沿AC修了一条近路，已知$AB=40$米，$BC=30$米，则走这条近路AC可以少走(　　)米路.



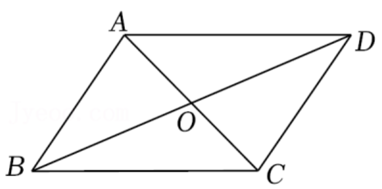
A．20　　B．30　　C．40　　D．50

7．如图，$AB//CD$，$AD//BC$，$AD=5$，$BE=8$，ΔDCE的面积为 6，则四边形$ABCD$的面积为(　　)



A．32　　B．20　　C．12　　D．6

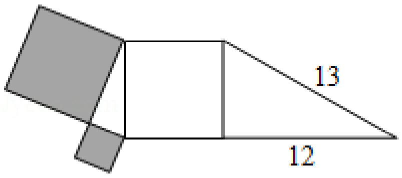
8．如图，四边形$ABCD$的对角线AC，BD交于点O，则不能判断四边形$ABCD$是平行四边形的是(　　)



A．$AB//CD$，$\angle DAC=\angle BCA$　　B．$AB=CD$，$\angle ABO=\angle CDO$

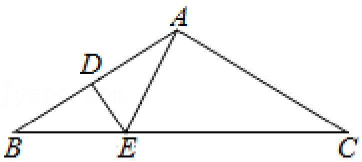
C．$AC=2AO$，$BD=2BO$　　　　　　　　　D．$AO=BO$，$CO=DO$

9．如图，由两个直角三角形和三个大正方形组成的图形，其中阴影部分面积是(　　)



A．16　　　　　　B．25　　　　　　C．144　　　　　　D．169

10．如图，ΔABC 中，$AB=AC=4$，$AE\perp AC$，DE 垂直平分 AB 于点 D，则 EC 的长为(　　)

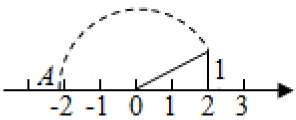


A．$\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$　　　　　　B．$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　　　　　C．$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$　　　　　　D．$3\sqrt{3}$

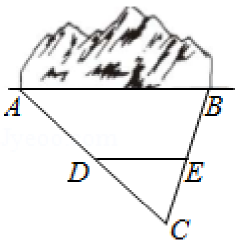
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11．（2 分）若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ____.

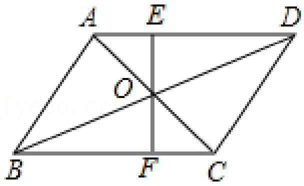
12．（2 分）如图，在数轴上点 A 表示的实数是____.



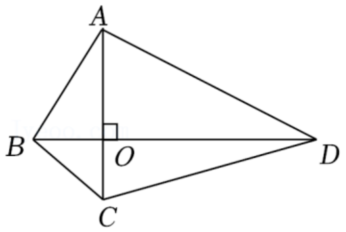
13．（2 分）某地需要开辟一条隧道，隧道 AB 的长度无法直接测量，如图所示，在地面上取一点 C，使 C 到 A、B 两点均可直接到达，测量找到 AC 和 BC 的中点 D、E，测得 DE 的长为$1100m$，则隧道 AB 的长度为____m．



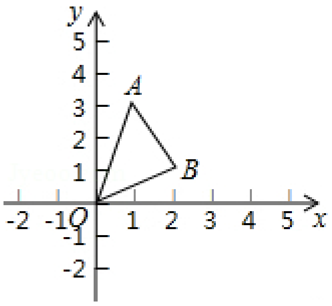
14．（2 分）已知：在▱$ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，过点 O 的直线 EF 分别交 AD 于 E、BC 于 F，$S_{\Delta AOE}=3$，$S_{\Delta BOF}=5$，则▱$ABCD$ 的面积是 ____.



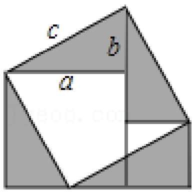
15．（2 分）对角线互相垂直的四边形叫做“垂美”四边形，现有如图所示“垂美”四边形 $ABCD$，对角线 AC，BD 交于点 O，若 $AB=6$，$CD=10$，则 $AD^2+BC^2=$____.



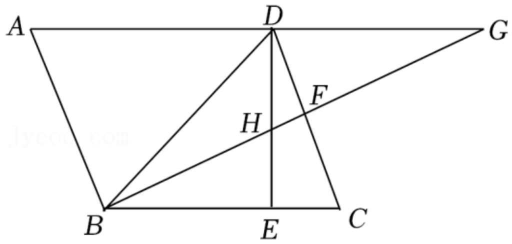
16．（2 分）如图在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，$A(1,3)$，$B(2,1)$，直角坐标系中存在点 C，使得点 O，A，B，C 四点构成平行四边形，则 C 点坐标为____.



17．（2 分）“赵爽弦图”巧妙地利用“出入相补”的方法证明了勾股定理．小明受此启发，探究后发现，若将 4 个直角边长分别为 a、b，斜边长为 c 的直角三角形拼成如图所示的五边形，用等积法也可以证明勾股定理，则小明用两种方法表示五边形的面积分别是（用含有 a、b、c 的式子表示）____，____.



18．（2 分）如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle DBC=45^{\circ}$，$DE\perp BC$ 于 E，$BF\perp CD$ 于 F，DE、BF 交于 H，BF，AD 的延长线交于 G，给出下列结论：① $DB=\sqrt{2}BE$；② $\angle A=\angle BHE$；③ $AB=BH$；④若 BG 平分 $\angle DBC$，则 $BE=(\sqrt{2}+1)EC$；其中正确的结论有 ____.（填序号）



三、解答题（本题共 54 分，第 19-22 题，每小题 8 分，第 23-25 题，每小题 8 分，第 26，27 题，每小题 8 分，第 28 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19．（8 分）计算：

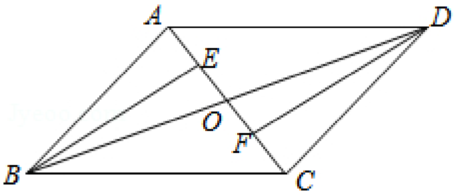
（1）$\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{8}\div\sqrt{2}$；

（2）$(\sqrt{8}+\sqrt{3})\times\sqrt{6}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$

20．（4 分）计算：$\sqrt{25}+(\pi-3)^{0}+|1-\sqrt{2}|$.

21．（4 分）如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 交与点 O，E、F 分别是 OA、OC 的中点.

求证：$BE=DF$.

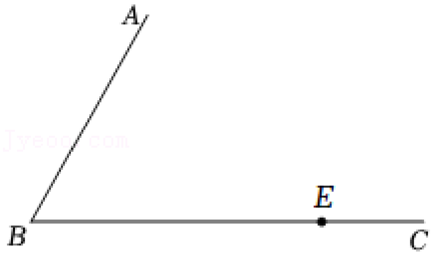


22．（4 分）已知 $x=\sqrt{3}+1$，求 x^2-2x+1 的值．

23．（5 分）如图，已知平行四边形 $ABCD$ 的一个内角 $\angle B$ 及其两边长 BA， BC．

（1）用尺规补全平行四边形 $ABCD$，请保留作图痕迹并说明你的作图依据；

（2）点 E 是 BC 边上任意一点，只用一把无刻度的直尺在 AD 边上作点 F，使得 $DF=BE$，简要说明你的作图过程．

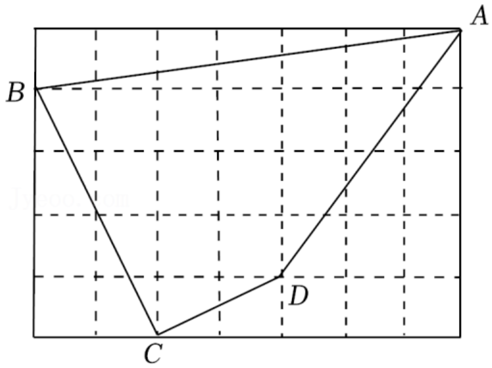


24．（5 分）如图，每个小正方形的边长为 1， A， B， C， D 均为格点．

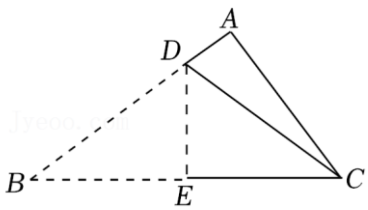
（1）四边形 $ABCD$ 的面积为 ____，

四边形 $ABCD$ 的周长为 ____；

（2） $\angle BCD$ 是直角吗？说明理由．



25．（5 分）如图，在 ΔABC 中， $\angle A=90^{\circ}$， $BC=5$， $AC=3$，现将它折叠，使点 B 与 C 重合，求折痕 DE 的长．

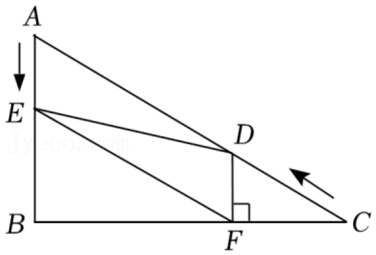


26．（6 分）如图，在 $\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中， $\angle B=90^{\circ}$， $BC=5\sqrt{3}$， $\angle C=30^{\circ}$．点 D 从点 C 出发沿 CA 方向以每秒 2 个单位长的速度向点 A 匀速运动，同时点 E 从点 A 出发沿 AB 方向以每秒 1 个单位长的速度向点 B 匀速运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动．设点 D， E 运动的时间是 t 秒 $(t>0)$．过点 D 作 $DF\perp BC$ 于点 F，连接 DE， EF．

（1）求 AB， AC 的长；

（2）求证： $AE=DF$；

（3）当 t 为何值时， ΔDEF 为直角三角形？请说明理由．



27.（6 分）数学教育家波利亚曾说："对一个数学问题，改变它的形式，变换它的结构，直到发现有价值的东西，这是数学解题的一个重要原则".

材料一：平方运算和开平方运算是互逆运算．如 $a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$，那么 $\sqrt{a^2\pm2ab+b^2}=|a\pm b|$．如何将双重二次根式 $\sqrt{5\pm2\sqrt{6}}$ 化简？我们可以把 $5\pm2\sqrt{6}$ 转化为 $(\sqrt{3})^2\pm2\sqrt{6}+(\sqrt{2})^2=(\sqrt{3}\pm\sqrt{2})^2$ 完全平方的形式，因此双重二次根式 $\sqrt{5\pm2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}\pm\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}\pm\sqrt{2}$ 得以化简．

材料二：在直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x,y)$ 和 $Q(x,y')$ 给出如下定义：

若 $y'=\begin{cases}y(x\geqslant0)\\-y(x<0)\end{cases}$，则称点 Q 为点 P 的"横负纵变点"．例：点 $(3,2)$ 的"横负纵变点"为 $(3,2)$，点 $(-2,5)$ 的"横负纵变点"为 $(-2,-5)$．

请选择合适的材料解决下面的问题：

（1）点 $(\sqrt{2},-\sqrt{3})$ 的"横负纵变点"为____，

点 $(-3\sqrt{3},-2)$ 的"横负纵变点"为____；

（2）化简：$\sqrt{8+2\sqrt{15}}=$____；

（3）已知 a 为常数 $(1\leqslant a\leqslant2)$，点 $M(-\sqrt{2}$，$m)$ 且 $m=\dfrac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-2\sqrt{a-1}})$，点 M' 是点 M 的"横负纵变点"，则点 M' 的坐标是____．

28.（7 分）如图 1，点 A，点 B 的坐标分别 $(a,0)$，$(0,b)$，且 $b=\sqrt{a+1}+\sqrt{-1-a}+4$，将线段 BA 绕点 B 逆时针旋转 $90°$ 得到线段 BC．

（1）直接写出 $a=$____，$b=$____，点 C 的坐标为____；

（2）如图 2，作 $CD\perp x$ 轴于点 D，点 M 是 BD 的中点，点 N 在 ΔOBD 内部，$ON\perp DN$，求证：$\sqrt{2}MN+ON=DN$．

（3）如图 3，点 P 是第二象限内的一个动点，若 $\angle OPB=90°$，求线段 CP 的最大值．

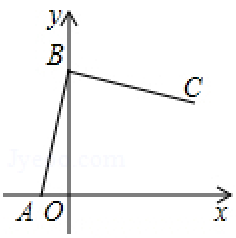


图1

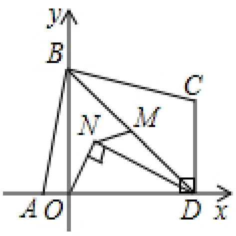


图2

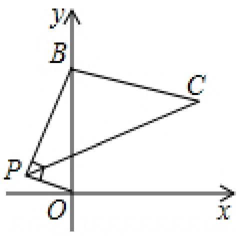


图3

参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【分析】根据勾股定理的逆定理可以判断各个选项的三条线段能否构成直角三角形，本题得以解决.

【解答】解：$4^2+5^2\neq 6^2$，故选项 A 中的三条线段不能构成直角三角形；

$1^2+2^2\neq 3^2$，故选项 B 中的三条线段不能构成直角三角形；

$1^2+2^2=(\sqrt{5})^2$，故选项 C 中的三条线段能构成直角三角形；

$1^2+3^2\neq 5^2$，故选项 D 中的三条线段不能构成直角三角形；

故选：C.

【点评】本题考查勾股定理的逆定理，解答本题的关键是明确题意，利用勾股定理的逆定理解答.

2.【分析】直接利用二次根式的性质分别计算得出答案.

【解答】解：$A.\sqrt{(-2)^2}=2$，故此选项符合题意；

B. $(\sqrt{2})^2=2$，故此选项不合题意；

C. $-\sqrt{(-2)^2}=-2$，故此选项不合题意；

D. $\pm\sqrt{(-2)^2}=\pm 2$，故此选项不合题意；

故选：A.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质，正确化简二次根式是解题关键.

3.【分析】根据平行四边形的对边相等，得平行四边形的一组邻边的和等于周长的一半，即 $28\div 2=14$，已知一边长可求另一边长.

【解答】解：$\because$ 平行四边形周长为 28，

$\therefore$ 一边长与另一边长和为 14，

$\therefore$ 另一边长 $=14-6=8cm$.

故选：D.

【点评】本题考查了平行四边形的性质，属于基础题，其中运用了平行四边形的对边相等的性质.

4.【分析】各式化简后，利用同类二次根式定义判断即可.

【解答】解：A、原式 $=2\sqrt{6}$，不符合题意；

B、原式 $=4\sqrt{2}$，不符合题意；

C、原式 $=3\sqrt{6}$，不符合题意；

D、原式 $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，符合题意.

故选：D.

【点评】此题考查了同类二次根式，以及二次根式的性质与化简，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

5.【分析】直接利用“平行四边形的对角相等”、“两直线平行，同旁内角互补”即可得出答案.

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A=\angle C$， $AD//BC$.

$\therefore \angle A+\angle B=180^{\circ}$.

$\because \angle A+\angle C=160^{\circ}$,

$\therefore \angle A=80^{\circ}$.

$\therefore \angle B=180^{\circ}-80^{\circ}=100^{\circ}$,

故选：C.

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质，正确把握平行四边形各角之间的关系是解题关键.

6.【分析】根据勾股定理求出 AC 即可解决问题.

【解答】解：在 RtΔABC 中，

$\because AB=40$ 米，$BC=30$ 米，

$\therefore AC=\sqrt{30^{2}+40^{2}}=50$（米），

$30+40-50=20$（米），

$\therefore$ 他们踩坏了 50 米的草坪，只为少走 20 米的路.

故选：A.

【点评】本题考查了勾股定理的应用，解题的关键是理解题意正确应用勾股定理.

7.【分析】先判断四边形 $ABCD$ 为平行四边形得到 $BC=AD=5$，则 $CE=3$，再利用 $AD//BE$ 得到点 A 和点 D 到的距离相等，设点 A 到 BC 的距离为 h，利用 ΔDCE 的面积为 6 可计算出 $h=4$，然后根据平行四边形的面积公式计算四边形 $ABCD$ 的面积.

【解答】解：$\because AB//CD$，$AD//BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore BC=AD=5$，

$\therefore CE=BE-BC=8-5=3$，

$\because AD//BE$，

$\therefore$ 点 A 和点 D 到的距离相等，

设点 A 到 BC 的距离为 h，

$\because \Delta DCE$ 的面积为 6，

$\therefore \frac{1}{2}\times 3\times h=6$，

解得 $h=4$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $=5\times 4=20$.

故选：B.

【点评】本题考查了三角形的面积：三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半，即 $S=\frac{1}{2}\times$底$\times$高．也考查了平行线的性质.

8.【分析】利用所给条件结合平行四边形的判定方法进行分析即可.

【解答】解：A、$\because \angle DAC=\angle BCA$，

$\therefore AD//BC$.

$\because AB//CD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

B 、$\because \angle ABO=\angle CDO$ ，

$\therefore AB//CD$.

又$\because AB=CD$ ，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

C 、$\because AC=2AO$ ， $BD=2BO$ ，

$\therefore O$ 点平分 AC 、 BD .

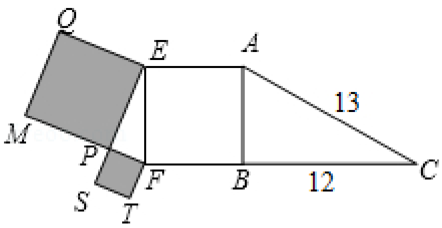
$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

D 、根据 $AO=BO$ ， $CO=DO$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项合题意；

故选： D .

【点评】此题主要考查了平行四边形的判定，关键是掌握（1）两组对边分别平行的四边形是平行四边形.（2）两组对边分别相等的四边形是平行四边形.（3）一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.（4）两组对角分别相等的四边形是平行四边形.（5）对角线互相平分的四边形是平行四边形.

9.【分析】根据勾股定理解答即可.



【解答】解：

根据勾股定理得出： $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$ ，

$\therefore EF=AB=5$ ，

$\therefore$阴影部分面积是 25，

故选： B .

【点评】此题考查勾股定理，关键是根据如果直角三角形的两条直角边长分别是 a ， b ，斜边长为 c ，那么 $a^2+b^2=c^2$ 解答.

10.【分析】根据线段垂直平分线的性质得到 $AE=BE$ ，由等腰三角形的性质得到 $\angle B=\angle BAE$ ，根据三角形的外角的性质得到 $\angle AEC=\angle B+\angle BAE=2\angle B$ ，求得 $\angle C=30°$ ，根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】解：$\because DE$ 垂直平分 AB 于点 D ，

$\therefore AE=BE$ ，

$\therefore \angle B=\angle BAE$ ，

$\therefore \angle AEC=\angle B+\angle BAE=2\angle B$ ，

$\because AB=AC$ ，

$\therefore \angle AEC=2\angle C$ ，

$\because AE\perp AC$ ，

$\therefore \angle EAC=90°$ ，

$\therefore \angle C=30°$ ，

$\therefore CE=\dfrac{AC}{\cos 30^{\circ}}=\dfrac{4}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$，

故选：C．

【点评】此题考查了线段垂直平分线的性质以及含30°角的直角三角形的性质．

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

11．【分析】直接利用二次根式有意义的条件进而得出答案．

【解答】解：若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，

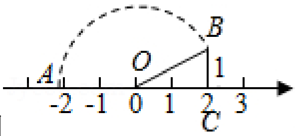
则$x-1\geqslant 0$，

解得：$x\geqslant 1$．

故答案为：$x\geqslant 1$．

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，正确把握二次根式的定义是解题关键．

12．【分析】根据勾股定理，可得圆的半径，根据圆的性质，可得答案．

【解答】解：如图
，

由勾股定理，得

$OB=\sqrt{OC^{2}+BC^{2}}=\sqrt{1^{2}+2^{2}}=\sqrt{5}$，

由圆的性质，得

$OA=OB=\sqrt{5}$，

$\therefore$点A表示的实数是$-\sqrt{5}$，

故答案为：$-\sqrt{5}$．

【点评】本题考查了实数与数轴，利用勾股定理得出OB的长是解题关键．

13．【分析】根据三角形中位线定理解答即可．

【解答】解：$\because$点D、E分别为AC和BC的中点，

$\therefore DE$是ΔABC的中位线，

$\therefore AB=2DE=2200(m)$，

故答案为：2200．

【点评】本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半是解题的关键．

14．【分析】利用平行四边形的性质可证明$\Delta AOE\cong\Delta COF$，所以可得$\Delta COF$的面积为3，进而可得$\Delta BOC$的面积为8，又因为$\Delta BOC$的面积$=\dfrac{1}{4}\square ABCD$的面积，进而可得问题答案．

【解答】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，

$\therefore\angle FCO=\angle EAC$，

又$\because AO=CO$，$\angle AOE=\angle COF$，

$\therefore \Delta AOE \cong \Delta COF$

$\therefore \Delta COF$ 的面积为 3，

$\because S_{\Delta BOF}=5$，

$\therefore \Delta BOC$ 的面积为 8，

$\because \Delta BOC$ 的面积 $=\frac{1}{4}\square ABCD$ 的面积，

$\therefore \square ABCD$ 的面积 $=4\times 8=32$，

故答案为：32．

【点评】本题考查了平行四边形的性质及全等三角形的判定，解答本题需要掌握两点：①平行四边形的对边相等且平行，②全等三角形的对应边、对应角分别相等．

15．【分析】在 RtΔCOB 和 RtΔAOB 中，根据勾股定理得 $BO^2+CO^2=CB^2$，$OB^2+OA^2=AB^2$，进一步得 $BO^2+CO^2+OA^2+OB^2=36+100$，再根据 $AD^2=AO^2+DO^2$，$BC^2=OC^2+OB^2$，最后求得 $AD^2+CB^2=136$．

【解答】解：$\because BD\perp AC$，

$\therefore \angle COB=\angle AOB=\angle AOD=\angle COD=90^\circ$，

在 RtΔCOB 和 RtΔAOB 中，根据勾股定理得，

$BO^2+CO^2=CB^2$，$OB^2+OA^2=AB^2$，

$\therefore BO^2+CO^2+OA^2+OB^2=36+100$，

$\because AD^2=AO^2+DO^2$，$BC^2=OC^2+OB^2$，

$\therefore AD^2+CB^2=136$；

故答案为：136．

【点评】本题考查勾股定理的应用，熟练掌握勾股定理在实际问题中的应用，从题中抽象出勾股定理这一数学模型是解题关键．

16．【分析】由平行四边形的性质：平行四边形的对边平行且相等，即可求得点 C 的坐标；注意三种情况．

【解答】解：如图所示：

$\because$ 以 O、A、B、C 为顶点的四边形是平行四边形，$O(0,0)$，$A(1,3)$，$B(2,0)$，

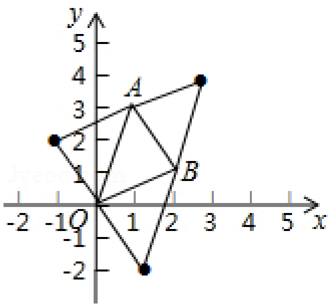
$\therefore$ 三种情况：

①当 AB 为对角线时，点 C 的坐标为 $(3,4)$；

②当 OB 为对角线时，点 C 的坐标为 $(1,-2)$；

③当 OA 为对角线时，点 C 的坐标为 $(-1,2)$；

故答案为 $(3,4)$ 或 $(1,-2)$ 或 $(-1,2)$．



【点评】此题考查了平行四边形的性质：平行四边形的对边平行且相等．解题的关键是要注意数形结合思想的应用．

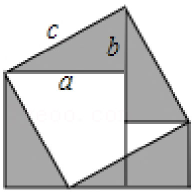
17.【分析】五边形的面积＝边长为c的正方形面积$+2$个全等的直角边分别为a，b的直角三角形的面积；或五边形的面积＝边长为a的正方形面积＋边长为b的正方形面积$+2$个全等的直角边分别为a，b的直角三角形的面积，依此列式计算即可求解．

【解答】解：如图所示：

①$S=c^2+\frac{1}{2}ab\times 2=c^2+ab$，

②$S=a^2+b^2+\frac{1}{2}ab\times 2=a^2+b^2+ab$．

故答案为：c^2+ab，a^2+b^2+ab．



【点评】本题考查利用图形面积的关系证明勾股定理，解题关键是利用三角形和正方形边长的关系进行组合图形．

18.【分析】①由题意可知ΔBDE是等腰直角三角形，故此可得到$BD=\sqrt{2}BE$；

②由$\angle HBE=\angle CBF$，$\angle HEB=\angle CFB$证明即可；

③先证明$\Delta BHE\cong\Delta DEC$，从而得到$BH=DC$，然后由平行四边形的性质可知$AB=BH$；

④连接CH，证ΔCEH是等腰直角三角形，$DH=CH$，设$EH=EC=a$，得出$DH=CH=\sqrt{2}EC=\sqrt{2}a$，进而得出$BE=DE=(\sqrt{2}+1)EC$．

【解答】解：$\because DH\perp BC$，

$\therefore\angle DEB=90^\circ$，

$\because\angle DBC=45^\circ$，

$\therefore\angle BDE=45^\circ=\angle DBE$，

$\therefore BE=DE$，

由勾股定理得：$DB^2=DE^2+BE^2$，

即$DB=\sqrt{2}DE$，①正确；

$\because DE\perp BC$，$BF\perp CD$，

$\therefore\angle DEC=\angle HFD=90^\circ$，

$\therefore\angle DHF+\angle EDC=90^\circ$，$\angle EDC+\angle C=90^\circ$，

$\therefore\angle DHF=\angle C$，

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AB=CD$，$\angle A=\angle C$，

$\because\angle DHF=\angle BHE$，

$\therefore\angle A=\angle BHE$，②正确；

在ΔBHE和ΔDCE中，

$$\begin{cases}\angle HBE=\angle CDE\\ BE=DE\\ \angle BEH=\angle DEC\end{cases},$$

$\therefore \Delta BHE\cong\Delta DCE(ASA)$，

$\therefore BH=DC$， $EH=EC$，

$\because AB=CD$，

$\therefore AB=BH$，③正确；

连接CH，如图：

$\because BG$ 平分 $\angle DBC$， $\angle DBC=45^{\circ}$，

$\therefore \angle HBE=22.5^{\circ}$，

$\therefore \angle CDE=22.5^{\circ}$，

$\because EH=EC$， $\angle DEC=90^{\circ}$，

$\therefore \Delta CEH$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle EHC=45^{\circ}=\angle CDE+\angle HCD$，

$\therefore \angle HCD=22.5^{\circ}=\angle CDE$，

$\therefore DH=CH$，

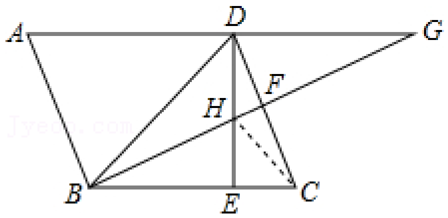
设 $EH=EC=a$，

$\therefore DH=CH=\sqrt{2}EC=\sqrt{2}a$，

$\therefore DE=DH+HE=\sqrt{2}a+a=(\sqrt{2}+1)a$，

$\therefore BE=DE=(\sqrt{2}+1)a=(\sqrt{2}+1)EC$，④正确；

故答案为：①②③④.



【点评】本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的性质，全等三角形的性质和判定，等腰直角三角形的判定与性质等知识；熟练掌握平行四边形的性质，证明三角形全等是解此题的关键.

三、解答题（本题共 54 分，第 19-22 题，每小题 8 分，第 23-25 题，每小题 8 分，第 26，27 题，每小题 8 分，第 28 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19.【分析】（1）先化简，再算除法，最后算加减即可；

（2）先利用乘法分配律进行运算，再算加减即可.

【解答】解：（1） $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{8}\div\sqrt{2}$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+2\sqrt{2}\div\sqrt{2}$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+2$

$=-\sqrt{3}+2$；

（2）$(\sqrt{8}+\sqrt{3})\times\sqrt{6}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=2\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{3}\times\sqrt{6}-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{3}+\sqrt{2}$．

【点评】本题主要考查二次根式的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握．

20．【分析】首先计算零指数幂、开方和绝对值，然后从左向右依次计算，求出算式的值即可．

【解答】解：$\sqrt{25}+(\pi-3)^0+|1-\sqrt{2}|$

$=5+1+(\sqrt{2}-1)$

$=5+1+\sqrt{2}-1$

$=5+\sqrt{2}$．

【点评】此题主要考查了实数的运算，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行．

21．【分析】由全等三角形的判定定理 SAS 证得 $\Delta BEO\cong\Delta DFO$，则该全等三角形的对应边相等：$BE=DF$．

【解答】证明：如图，$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，对角线 AC、BD 交于点 O，

$\therefore OB=OD$，$OA=OC$．

又 $\because E$，F 分别是 OA、OC 的中点，

$\therefore OE=\frac{1}{2}OA$，$OF=\frac{1}{2}OC$，

$\therefore OE=OF$．

$\because$ 在 ΔBEO 与 ΔDFO 中，$\begin{cases}OE=OF\\ \angle BOE=\angle DOF\\ BO=DO\end{cases}$，

$\therefore\Delta BEO\cong\Delta DFO(SAS)$，

$\therefore BE=DF$．

【点评】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、平行四边形的性质的运用．

此题运用了平行四边形的对角线互相平分的性质和全等三角形对应边相等的性质．

22．【分析】根据完全平方公式即可求出答案．

【解答】解：$\because x=\sqrt{3}+1$，

$\therefore(x-1)^2=3$，

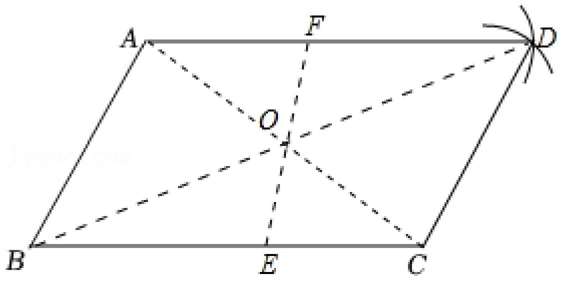
$\therefore x^2-2x+1=3$，

【点评】本题考查二次根式，解题的关键是熟练运用完全平方公式，本题属于基础题型．

23．【分析】（1）分别以 A，C 为圆心，BC，AB 为半径作弧，两弧交于点 D，连接 AD，CD 即可．

（2）连接 AC，BD 交于点 O，连接 EO，延长 EO 交 AD 于点 F，点 F 即为所求．

【解答】解：（1）如图，四边形 $ABCD$ 即为所求；



理由：由作图可知，$AD=BC$，$AB=CD$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形.

（2）如图，点F即为所求.

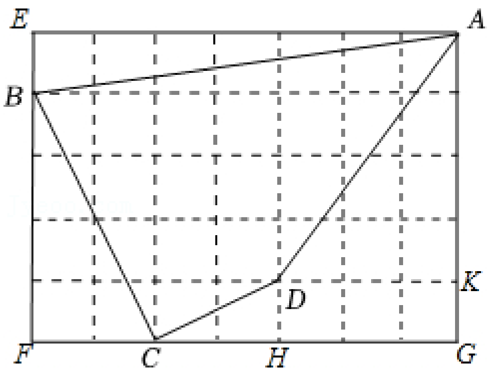
步骤：连接AC，BD交于点O，连接EO，延长EO交AD于点F，点F即为所求.

【点评】本题考查作图$-$复杂作图，解题的关键是熟练掌握五种基本作图，属于中考常考题型.

24．【分析】（1）根据四边形$ABCD$的面积为$=S_{矩形AEFG}-S_{\Delta AEB}-S_{\Delta BFC}-S_{\Delta ADK}-S_{梯形CDKG}$，进行计算即可解答，再利用勾股定理分别求出$AB$，$BC$，$CD$，$AD$的长，进行计算即可解答；

（2）利用勾股定理的逆定理，进行计算即可解答.

【解答】解：（1）如图：



四边形$ABCD$的面积为$=S_{矩形AEFG}-S_{\Delta AEB}-S_{\Delta BFC}-S_{\Delta ADK}-S_{梯形CDKG}$

$=7\times5-\dfrac{1}{2}\times7\times1-\dfrac{1}{2}\times4\times2-\dfrac{1}{2}\times3\times4-\dfrac{1}{2}\times(3+5)\times1$

$=35-3.5-4-6-4$

$=17.5$，

$\therefore$四边形$ABCD$的面积为17.5，

由题意得：

$AB=1\sqrt{1^2+7^2}=5\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$CD=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AD=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\therefore AB+BC+CD+AD=5\sqrt{2}+2\sqrt{5}+\sqrt{5}+5$

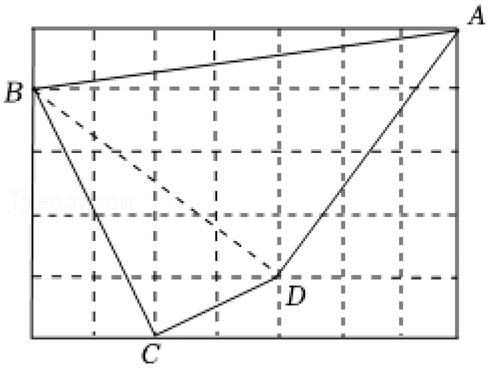
$=5\sqrt{2}+3\sqrt{5}+5$，

$\therefore$四边形$ABCD$的周长为$5\sqrt{2}+3\sqrt{5}+5$，

故答案为：17.5，$5\sqrt{2}+3\sqrt{5}+5$；

（2）$\angle BCD$是直角，

理由：连接BD，



由（1）得：

$BC^2=(2\sqrt{5})^2=20$，$CD^2=(\sqrt{5})^2=5$，

$\because BD^2=3^2+4^2=25$，

$\therefore BC^2+CD^2=BD^2$，

$\therefore \Delta BCD$ 是直角三角形，

$\therefore \angle BCD=90°$，

$\therefore \angle BCD$ 是直角．

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，勾股定理，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键．

25．【分析】由折叠的性质，可得：$DE\perp BC$，$BE=\frac{1}{2}BC=2.5$，则可证得 $\Delta CED\backsim\Delta BAC$，然后由相似三角形的对应边成比例，求得折痕 DE 的长．

【解答】解：由折叠的性质可得：$DE\perp BC$，$CE=\frac{1}{2}BC=2.5$，

$\therefore \angle BED=\angle A=90°$，

$\because \angle B$ 是公共角，

$\therefore \Delta BED\backsim\Delta BAC$，

$\therefore BE:BA=DE:AC$，

$\therefore \frac{5}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{DE}{3}$，

解得：$DE=\frac{15}{8}$．

答：折痕 DE 的长为 $\frac{15}{8}$．

【点评】此题考查了折叠的性质、相似三角形的判定与性质以及勾股定理的逆定理．注意掌握折叠前后图形的对应关系，注意数形结合思想的应用．

26．【分析】(1) 由直角三角形的性质和勾股定理得出方程，解方程即可；

(2) 利用已知用未知数表示出 DF，AE 的长，进而得出 $AE=DF$；

(3) 利用①当 $\angle EDF=90°$ 时；②当 $\angle DEF=90°$ 时；③当 $\angle EFD=90°$ 时，分别分析得出即可．

【解答】(1) 解：设 $AB=x$，

$\because \angle B=90°$，$\angle C=30°$，

$\therefore AC=2AB=2x$．

由勾股定理得，$(2x)^2 - x^2 = (5\sqrt{3})^2$，

解得：$x = 5$，

$\therefore AB = 5$，$AC = 10$；

（2）证明：由题意得，$AE = t$，$CD = 2t$，则 $AD = 10 - 2t$，

在 ΔDFC 中，$\angle DFC = 90°$，$\angle C = 30°$，$DC = 2t$，

$\therefore DF = \frac{1}{2}CD = t$．

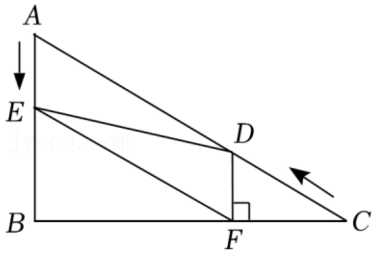
又$\because AE = t$，

$\therefore AE = DF$；

（3）解：当 $t = \frac{5}{2}$ 秒或 4 秒时，ΔDEF 为直角三角形，理由如下：

分情况讨论：

①$\angle EDF = \angle DFC = 90°$ 时，则 $DE // BC$，



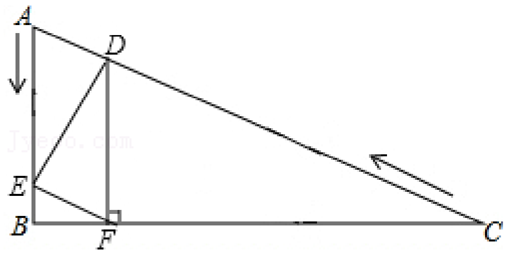
$\therefore \angle AED = \angle B = 90°$，$\angle ADE = \angle C = 30°$，

$\therefore AD = 2AE$，

$\therefore 10 - 2t = 2t$，

$\therefore t = \frac{5}{2}$；

②$\angle DEF = 90°$ 时，



$\because AB \perp BC$，$DF \perp BC$，

$\therefore AE // DF$，

又$\because AE = DF$，

$\therefore$四边形 $AEFD$ 为平行四边形，

$\therefore AD // EF$，

$\therefore \angle BEF = \angle A = 60°$

$AD = \frac{1}{2}AE$，

$\therefore 10-2t=\frac{1}{2}t$，

$\therefore t=4$．

③ $\angle EFD=90^{\circ}$ 时，此种情况不存在．

故当 $t=\frac{5}{2}$ 秒或 4 秒时，ΔDEF 为直角三角形．

【点评】此题是四边形综合题目，考查了平行四边形的判定、菱形的判定与性质、勾股定理、直角三角形的性质等知识；本题综合性强，有一定难度．

27.【分析】（1）根据“横负纵变点”的定义即可解决问题．

（2）模仿例题解决问题即可．

（3）首先化简双重二次根式，再根据待定系数法，“横负纵变点”解决问题即可．

【解答】解：（1）$\because \sqrt{2}>0$，

$\therefore$ 点 $(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 的“横负纵变点”为 $(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$，

$\because -3\sqrt{3}<0$，

$\therefore$ 点 $(-3\sqrt{3}, -2)$ 的“横负纵变点”为 $(-3\sqrt{3}, 2)$．

故答案为：$(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$，$(-3\sqrt{3}, 2)$；

（2）原式 $=\sqrt{(\sqrt{3})^{2}+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^{2}}$

$=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^{2}}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{5}$；

（3）$\because 1\leqslant a\leqslant 2$，

$\therefore 0\leqslant a-1\leqslant 1$，

$\therefore 0\leqslant\sqrt{a-1}\leqslant 1$，

$\therefore \sqrt{a-1}-1\leqslant 0$．

$\therefore m=\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+a\sqrt{a-2\sqrt{a-1}})$

$=\frac{2}{\sqrt{2}}(|\sqrt{a-1}+1|+|\sqrt{a-1}-1|)$

$=\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{a-1}+1+1-\sqrt{a-1})$

$=\frac{2}{\sqrt{2}}\times 2$

$=2\sqrt{2}$，

$\therefore M(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$，

$\because -\sqrt{2}<0$，

$\therefore M'(-\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$．

故答案为：$(-\sqrt{2}$，$-2\sqrt{2})$．

【点评】本题考查了新定义问题，双重二次根式的化简等知识，解题的关键是理解题意，学会模仿解决问题，属于中考常考题型．

28．【分析】（1）由非负性可求 a， b 的值，过点 C 作 $CE\perp BO$ 于 E，由“AAS”可证 $\Delta ABO\cong\Delta BCE$，可得 $BE=AO=1$， $BO=CE=4$，可求点 C 坐标；

（2）连接 OM，作 $MF\perp MN$ 交 DN 于 F，由“ASA”可证 $\Delta OMN\cong\Delta DMF$，可得 $MN=MF$， $ON=FD$，即可得结论；

（3）取 BO 中点 H，连接 PH， CH，由三角形三边关系可得 $PH+CH\geqslant PC$，则当点 H 在 PC 上时， PC 有最大值为 $=2+\sqrt{17}$．

【解答】解：（1）$\because b=\sqrt{a+1}+\sqrt{-1-a}+4$，

$\therefore a+1\geqslant 0$， $-1-a\geqslant 0$，

$\therefore a=-1$，

$\therefore b=4$，

$\therefore$点 $A(-1,0)$，点 $B(0,4)$，

如图，过点 C 作 $CE\perp BO$ 于 E，

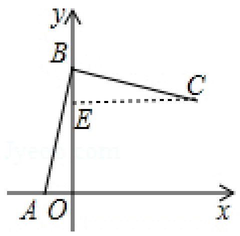


图1

$\because$将线段 BA 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到线段 BC．

$\therefore BA=BC$， $\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle ABO+\angle CBE=90^\circ$，且 $\angle ABO+\angle BAO=90^\circ$，

$\therefore \angle BAO=\angle CBE$，且 $AB=BC$， $\angle AOB=\angle CEB=90^\circ$，

$\therefore \Delta ABO\cong\Delta BCE(AAS)$

$\therefore BE=AO=1$， $BO=CE=4$，

$\therefore OE=3$，

$\therefore$点 $C(4,3)$

故答案为： -1，4， $(4,3)$

（2）连接 OM，作 $MF\perp MN$ 交 DN 于 F，

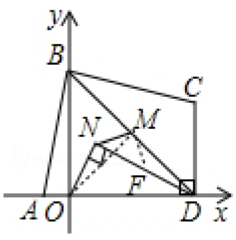


图2

$\because CD \perp x$ 轴，

$\therefore OD = 4 = BO$，

$\therefore \angle MDO = 45°$，

$\because$ 点 M 是 BD 的中点，

$\therefore OM = MD$， $\angle OMD = 90° = \angle OND$，

$\therefore \angle NOM = \angle MDN$，

$\because \angle NMF = \angle OMD = 90°$，

$\therefore \angle NMO = \angle DMF$， 且 $\angle NOM = \angle MDN$， $OM = MD$，

$\therefore \Delta OMN \cong \Delta DMF(ASA)$

$\therefore MN = MF$， $ON = FD$，

$\therefore NF = \sqrt{2}MN$，

$\therefore \sqrt{2}MN + ON = DN$；

（3）如图 3，取 BO 中点 H，连接 PH， CH，

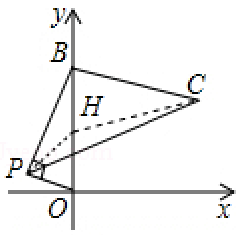


图3

$\because BO = 4$， 点 H 是 BO 中点， $\angle BPO = 90°$，

$\therefore PH = 2$，

$\because$ 点 $C(4,3)$， 点 $H(0,2)$，

$\therefore CH = \sqrt{(4-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{17}$，

$\because PH + CH \geqslant PC$，

$\therefore$ 当点 H 在 PC 上时， PC 有最大值为 $= 2 + \sqrt{17}$.

【点评】本题是几何变换综合题，考查了全等三角形的判定和性质，坐标与图形关系，等腰直角三角形的性质，勾股定理等知识，添加恰当辅助线是本题的关键.