



平谷区 2019~2020 学年度第一学期期末质量监控试卷

初三数学

2020 年 1 月

考生须知

1. 试卷分为试题和答题卡两部分，所有试题均在答题卡上作答。
2. 答题前，在答题卡上考生务必将学校、班级、准考证号、姓名填写清楚。
3. 把选择题的所选选项填涂在答题卡上；作图题用 2B 铅笔。
4. 修改时，用塑料橡皮擦干净，不得使用涂改液。请保持卡面清洁，不要折叠。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

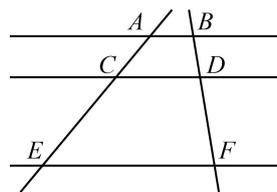
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 如果 $2x = 3y$ ，那么 $\frac{x}{y}$ 的值为

- (A) $\frac{2}{3}$; (B) $\frac{2}{5}$; (C) $\frac{3}{2}$; (D) $\frac{5}{3}$.

2. 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $BD:DF = 1:2$ ，那么 $AC:AE$ 的值是

- (A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{2}{3}$; (D) 2.



3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，下列等式中成立的是

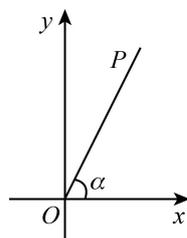
- (A) $\sin A = \frac{a}{b}$; (B) $\cos B = \frac{a}{c}$; (C) $\tan B = \frac{b}{c}$; (D) $\tan C = \frac{c}{b}$.

4. 如果抛物线 $y = (a+2)x^2$ 开口向下，那么 a 的取值范围为

- (A) $a > 2$; (B) $a < 2$; (C) $a > -2$; (D) $a < -2$.

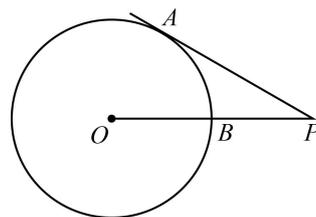
5. 如图，直角坐标平面内有一点 $P(2,4)$ ，如果 OP 与 x 轴正半轴的夹角为 α ，那么 $\tan \alpha$ 的值是

- (A) 2; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; (D) $\sqrt{5}$.



6. 如图， PA 是 $\odot O$ 的切线， OP 交 $\odot O$ 于点 B ，如果 $\sin P = \frac{1}{2}$ ， $OB=1$ ，那么 BP 的长是

- (A) 4; (B) 2; (C) 1; (D) $\sqrt{3}$.

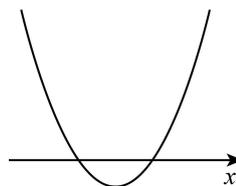


7. 关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，下列说法正确的是

- (A) 函数图象经过点 $(2, 2)$;
 (B) 函数图象位于第一、三象限;
 (C) 当 $x > 0$ 时，函数值 y 随着 x 的增大而增大;
 (D) 当 $x > 1$ 时， $y < -4$.

8. 二次函数 $y = kx^2 + 2x + 1$ 的部分图象如图所示，则 k 的取值范围是

- (A) $k \leq 1$ (B) $k \geq 1$ (C) $k < 1$ (D) $0 < k < 1$



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

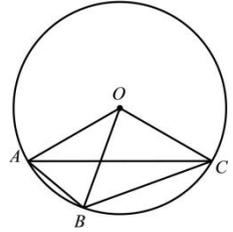
9. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

10. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\cos B = \frac{2}{3}$ ， $BC = 4$ ，那么 AB 的长为_____.

11. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(1, 2)$, $B(2, y_1)$, $C(3, y_2)$,

则 y_1 _____ y_2 . (填 “<”, “=”, “>”)

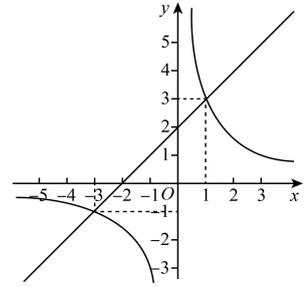
12. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle BOC = 2\angle AOB$, 如果 $\angle BAC = 40^\circ$, 那么 $\angle ACB$ 的度数是_____.



13. 连结三角形各边中点, 所得的三角形的周长与原三角形周长的比是_____.

14. 已知某二次函数图像的最高点是坐标原点, 请写出一个符合要求的函数表达式_____.

15. 两个函数 $y = ax + b$ 和 $y = \frac{c}{x}$ ($abc \neq 0$) 的图象如图所示, 请直接



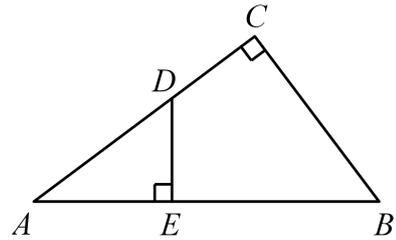
写出关于 x 的不等式 $ax + b > \frac{c}{x}$ 的解集_____.

16. 我们将等腰三角形腰长与底边长的差的绝对值称为该三角形的“边长正度值”. 若等腰三角形腰长为 5, “边长正度值”为 3, 则这个等腰三角形底角的余弦值等于_____.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17~23 题, 每小题 5 分, 第 24 题 7 分, 第 25, 26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $|\sqrt{3}| + \left(-\frac{1}{2}\right)^0 - \sqrt{12} + 2\sin 30^\circ$.

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 是 AC 边上一点, $DE \perp AB$ 于点 E .



(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$;

(2) 如果 $AC = 8$, $BC = 6$, $CD = 3$, 求 AE 的长.

19. 二次函数 $y = x^2 + bx$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

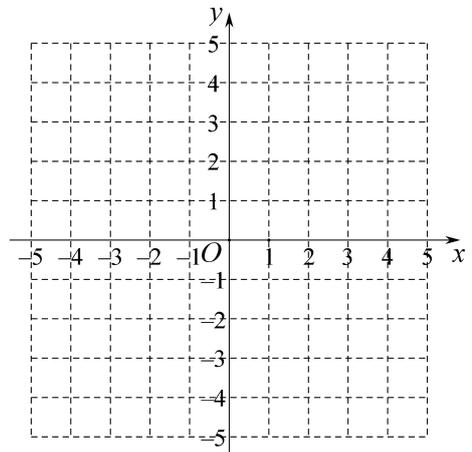
x	...	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3	...
y	...	3	$\frac{5}{4}$	0	-1	0	m	...

(1) 直接写出此二次函数的对称轴_____;

(2) 求 b 的值;

(3) 直接写出表中的 m 值, $m =$ _____;

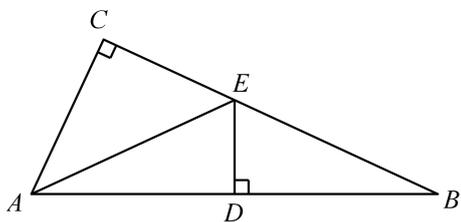
(3) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出此二次函数的图象.



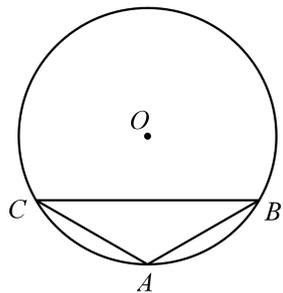
20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， AB 的垂直平分线分别交边 AB 、 BC 于点 D 、 E ，连结 AE 。

(1) 如果 $\angle B=25^\circ$ ，求 $\angle CAE$ 的度数；

(2) 如果 $CE=2$ ， $\sin \angle CAE = \frac{2}{3}$ ，求 $\tan B$ 的值。



21. 如图， O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，圆心 O 在 $\triangle ABC$ 的外部， $AB=AC=4$ ， $BC=4\sqrt{3}$ ，求 O 的半径。



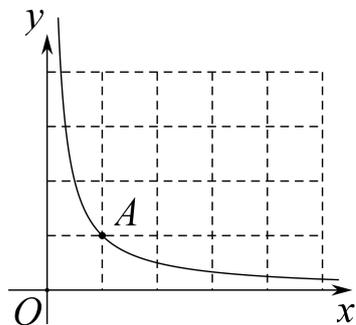
22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 经过点 A 。

(1) 求曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的表达式；

(2) 直线 $y=ax+3 (a \neq 0)$ 与曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 围成的封闭区域为图象 G 。

①当 $a = -1$ 时，直接写出图象 G 上的整数点个数是_____；
(注：横，纵坐标均为整数的点称为整数点，图象 G 包含边界。)

②当图象 G 内只有3个整数点时，直接写出 a 的取值范围。



23. 某无人机兴趣小组在操场上开展活动(如图)，此时无人机在离地面30米的 D 处，无人

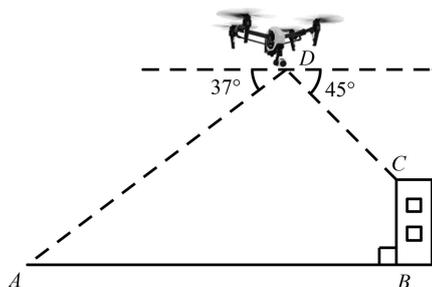
机测得操控者 A 的俯角为 37° ，测得点 C 处的俯角为

45° 。又经过人工测量操控者 A 和教学楼 BC

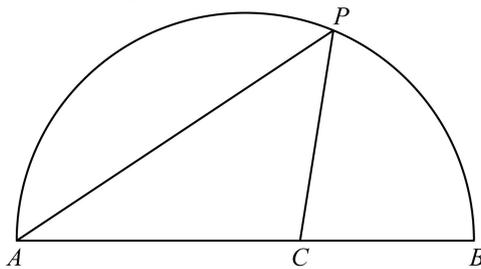
距离为57米，求教学楼 BC 的高度。(注：点 A, B, C, D

都在同一平面上。参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ$

≈ 0.80 ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



24. 如图，点 P 是 AB 上一动点，连接 AP ，作 $\angle APC=45^\circ$ ，交弦 AB 于点 C 。 $AB=6\text{cm}$ 。



小元根据学习函数的经验，分别对线段 AP ， PC ， AC 的长度进行了测量。

下面是小元的探究过程，请补充完整：

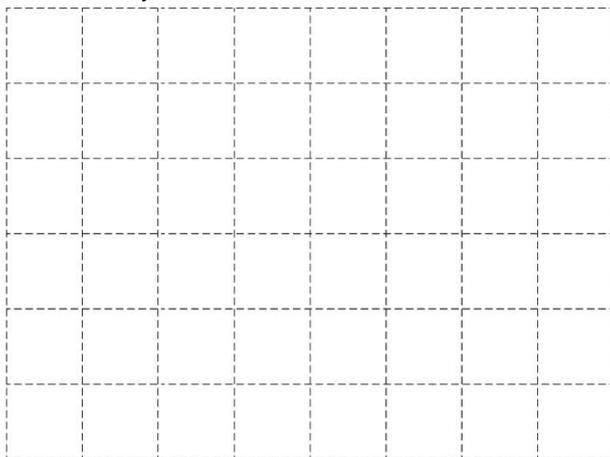
(1) 下表是点 P 是 AB 上的不同位置，画图、测量，得到线段 AP ， PC ， AC 长度的几组值，如下表：

AP/cm	0	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
PC/cm	0	1.21	2.09	2.69	m	2.82	0
AC/cm	0	0.87	1.57	2.20	2.83	3.61	6.00

①经测量 m 的值是_____ (保留一位小数)。

②在 AP ， PC ， AC 的长度这三个量中，确定_____ 的长度是自变量，_____ 的长度和_____ 的长度都是这个自变量的函数；

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出 (1) 中所确定的函数图象；



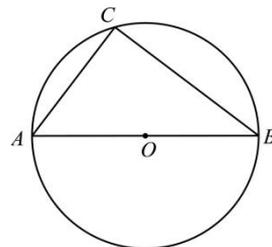
(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle ACP$ 为等腰三角形时， AP 的长度约为_____ cm (保留一位小数)。

25. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径，过点 A 作 AD 平分 $\angle BAC$ ，交 $\odot O$ 于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 的延长线于点 E 。

(1) 依据题意，补全图形 (尺规作图，保留痕迹)；

(2) 判断并证明：直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系；

(3) 若 $AB=10$ ， $BC=8$ ，求 CE 的长。



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A .

(1) 直接写出点 A 的坐标;

(2) 点 A 、 B 关于对称轴对称, 求点 B 的坐标;

(3) 已知点 $P(4,0)$, $Q(-\frac{1}{a},0)$. 若抛物线与线段 PQ 恰有两个公共点, 结合函数图象,

求 a 的取值范围.

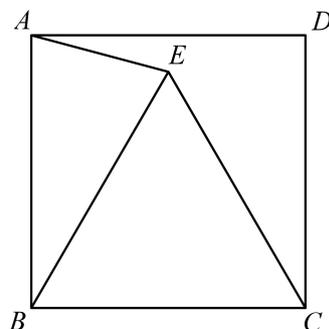
27. 如图, 正方形 $ABCD$, 将边 BC 绕点 B 逆时针旋转 60° , 得到线段 BE , 连接 AE , CE .

(1) 求 $\angle BAE$ 的度数;

(2) 连结 BD , 延长 AE 交 BD 于点 F .

①求证: $DF=EF$;

②直接用等式表示线段 AB , CF , EF 的数量关系.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 有任意三角形, 当这个三角形的一条边上的中线等于这条边的一半时, 称这个三角形叫“和谐三角形”, 这条边叫“和谐边”, 这条中线的长度叫“和谐距离”.

(1) 已知 $A(2,0)$, $B(0,4)$, $C(1,2)$, $D(4,1)$, 这个点中, 能与点 O 组成“和谐三角形”的点是_____，“和谐距离”是_____;

(2) 连接 BD , 点 M , N 是 BD 上任意两个动点 (点 M , N 不重合), 点 E 是平面内任意一点, $\triangle EMN$ 是以 MN 为“和谐边”的“和谐三角形”, 求点 E 的横坐标 t 的取值范围;

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 2, 点 P 是 $\odot O$ 上的一动点, 点 Q 是平面内任意一点, $\triangle OPQ$ 是“和谐三角形”, 且“和谐距离”是 2, 请描述出点 Q 所在位置.

