

2020 北京汇文中学朝阳学校初一（下）期末

数 学



一. 选择题

1. 2 的算术平方根是 ()

- A. 4 B. ± 4 C. $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$

2. 下列各数中属于无理数的是 ()

- A. 0.333 B. $\frac{22}{7}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{27}$

3. 点 A 在第二象限, 距离 x 轴 3 个单位长度, 距离 y 轴 4 个单位长度, 则点 A 的坐标是 ()

- A. (-4, 3) B. (3, -4) C. (-3, 4) D. (4, -3)

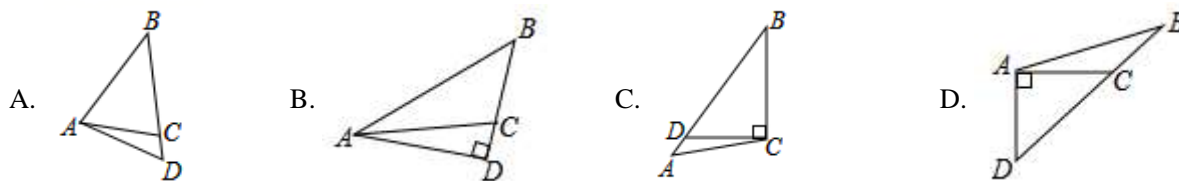
4. 下列调查中, 宜采用抽样调查的是 ()

- A. 了解某班学生的身高情况 B. 某企业招聘, 对应聘人员进行面试
C. 乘飞机前对乘客进行安检 D. 检测某城市的空气质量

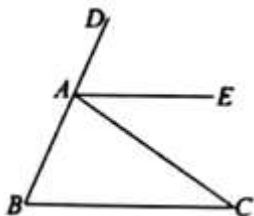
5. 下列计算正确 是 ()

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(2a^2)^3 = 6a^6$ D. $m^0 = 0$

6. 在下列各图形中, 分别画出了 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高 AD , 其中正确的是 () .



7. 如图, 点 D 在 BA 的延长线上, $AE \parallel BC$. 若 $\angle DAC = 100^\circ$, $\angle B = 65^\circ$, 则 $\angle EAC$ 的度数为 ()

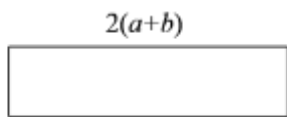
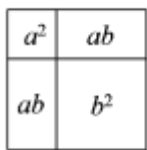


- A. 65° B. 35° C. 30° D. 40°

8. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $AB=A'B'$, $\angle A=\angle A'$, 若证 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 还要从下列条件中补选一个, 错误的选法是 ()

- A. $\angle B=\angle B'$ B. $\angle C=\angle C'$ C. $BC=B'C'$ D. $AC=A'C'$

9. 有两块总面积相等的场地，左边场地为正方形，由四部分构成，各部分的面积数据如图所示。右边场地为长方形，长为 $2(a+b)$ ，则宽为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}(a+b)$ D. $a+b$



10. 右图是北京市地铁部分线路示意图。若分别以正东、正北方向为 x 轴， y 轴的正方向建立平面直角坐标系，表示西单的点的坐标为 $(-4, 0)$ ，表示雍和宫的点的坐标为 $(4, 6)$ ，则表示南锣鼓巷的点的坐标是 ()



- A. $(5, 3)$ B. $(1, 3)$ C. $(5, 0)$ D. $(-3, 3)$

二. 填空题

11. 若代数式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____；

12. 若点 $P(m+2, m-1)$ 在 y 轴上，则点 P 的坐标是_____.

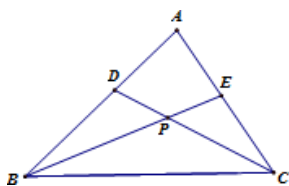
13. 已知三角形三边分别为 1, x , 5，则整数 x =_____.

14. 若一个正多边形的每一个外角都是 30° ，则这个正多边形的边数为_____.

15. 若 $x - y = 5$, $xy = 6$ ，则 $\frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{2}xy^2 =$ _____；

16. 用一组 a, b 的值说明式子 $\sqrt{4a^2b^4} = 2ab^2$ 是错误的，这组值可以是_____；

17. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 82^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的两条角平分线交于点 P ， $\angle BPD$ 的度数是_____；



18. $\triangle ABC$ 中， $\angle A \leq \angle B \leq \angle C$ ， $2\angle C = 5\angle A$ ，则 $\angle B$ 的取值范围是_____.

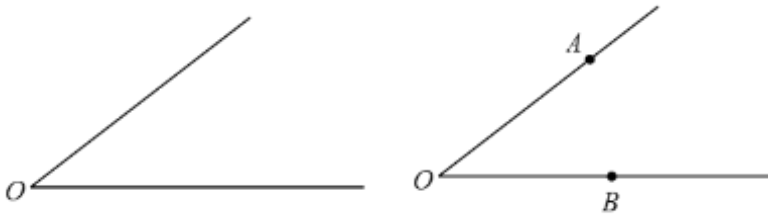
三. 解答题

19. 下面是小明同学设计的“作一个角等于已知角”的尺规作图过程.

已知: $\angle O$,

求作: 一个角, 使它等于 $\angle O$.

作法: 如图:



①在 $\angle O$ 的两边上分别任取一点 A, B ;

②以点 A 为圆心, OA 为半径画弧; 以点 B 为圆心, OB 为半径画弧; 两弧交于点 C ;

③连结 AC, BC , 所以 $\angle C$ 即为所求作的角.

请根据小明设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下列证明.

证明: 连结 AB ,

$\because OA=AC, OB=$ ____, _____,

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle CAB$ () (填推理依据).

$\therefore \angle C = \angle O$.

20. 计算: $\sqrt[3]{8} + |-\sqrt{3}| + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{3}$.

21. 计算: $[(x-y)^2 + y(2x-y) - 4x] \div 2x$.

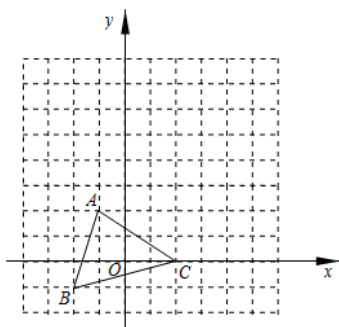
22. 已知 $2a^2 - 10a - 3 = 0$, 求代数式 $5a(2a-1) - (3a+1)(3a-1)$ 的值.

23. 因式分解: $3x^2 - 12y^2$.

24. 因式分解: $y^2 - 2y + 1 - 9x^2$

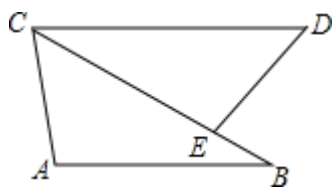


25.如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为：A (-1, 2)，B (-2, -1)，C (2, 0)。



- (1) 作图：将 $\triangle ABC$ 先向右平移3个单位，再向上平移4个单位，则得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，作出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 写出下列点的坐标：A₁___；B₁___；C₁___；
- (3) $\triangle ABC$ 的面积为___。

26.已知：如图，E是BC上一点， $AB=EC$ ， $AB\parallel CD$ ， $BC=CD$ 。求证： $AC=ED$ 。



27.致敬，最美逆行者！

病毒虽无情，人间有大爱，2020年，在湖北省抗击新冠病毒的战“疫”中，全国（除湖北省外）共有30个省（区、市）及军队的医务人员在党中央全面部署下，白衣执甲，前赴后继支援湖北省抗击疫情，据国家卫健委的统计数据，截至3月1日，这30个省（区、市）累计派出医务人员总数多达38478人，其中派往湖北省除武汉外的其他地区的医务人员总数为7381人。

a. 全国30个省（区、市）各派出支援武汉的医务人员频数分布直方图（数据分成6组： $100\leq x < 500$ ， $500\leq x < 900$ ， $900\leq x < 1300$ ， $1300\leq x < 1700$ ， $1700\leq x < 2100$ ， $2100\leq x < 2500$ ）：

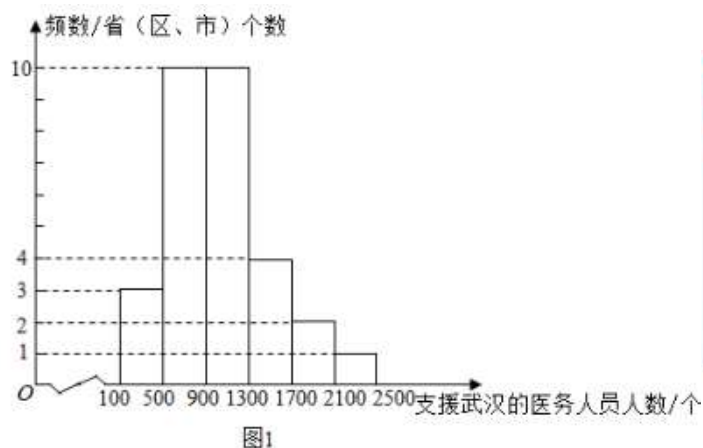


图2

b. 全国30个省（区、市）各派出支援武汉 医务人员人数在 $900\leq x < 1300$ 这一组的是：

919, 997, 1045, 1068, 1101, 1159, 1179, 1194, 1195, 1262.

根据以上信息回答问题：

(1) 这次支援湖北省抗疫中，全国 30 个省（区、市）派往武汉的医务人员总数

A. 不到 3 万人，B. 在 3 万人到 3.5 万人之间，C. 超过 3.5 万人

(2) 全国 30 个省（区、市）各派出支援武汉的医务人员人数的中位数是_____，其中医务人员人数超过 1000 人的省（区、市）共有_____个.

(3) 据新华网报道，在支援湖北省 医务人员大军中，有“90 后”也有“00 后”，他们是青春的力量，时代的脊梁. 习近平总书记回信勉励北京大学援鄂医疗队全体“90 后”党员中指出：“在新冠肺炎疫情防控斗争中，你们青年人同在一线英勇奋战的广大疫情防控人员一道，不畏艰险、冲锋在前、舍生忘死，彰显了青春的蓬勃力量，交出了合格答卷.”

小华在收集支援湖北省抗疫宣传资料时得到这样一组有关“90 后”医务人员 数据：

C 市派出的 1614 名医护人员中有 404 人是“90 后”；

H 市派出的 338 名医护人员中有 103 人是“90 后”；

B 市某医院派出的 148 名医护人员中有 83 人是“90 后”.

小华还了解到除全国 30 个省（区、市）派出 38478 名医务人员外，军队派出了近四千名医务人员，合计约 4.2 万人. 请你根据小华得到的这些数据估计在支援湖北省的全体医务人员（按 4.2 万人计）中，“90 后”大约有多少万人？（写出计算过程，结果精确到 0.1）.

28. 阅读下列材料：

在因式分解中，把多项式中某些部分看作一个整体，用一个新的字母代替（即换元），不仅可以简化要分解的多项式的结构，而且能使式子的特点更加明显，便于观察如何进行因式分解，我们把这种因式分解的方法称为“换元法”.

下面是小涵同学用换元法对多项式 $(x^2+3x-9)(x^2+3x+1)+25$ 进行因式分解 过程.

解：设 $x^2+3x=y$

原式 = $(y-9)(y+1)+25$ （第一步）

= $y^2-8y+16$ （第二步）

= $(y-4)^2$ （第三步）

= $(x^2+3x-4)^2$ （第四步）

请根据上述材料回答下列问题：

(1) 小涵同学的解法中，第二步到第三步运用了因式分解的（ ）；

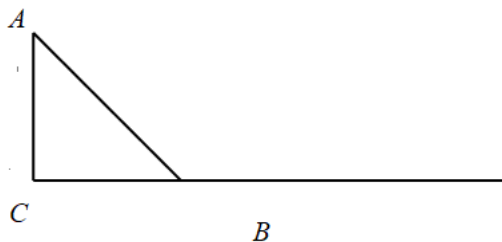
A. 提取公因式法 B. 平方差公式法 C. 完全平方公式法

(2) 老师说，小涵同学因式分解的结果不彻底，请你写出该因式分解的最后结果：_____；

(3) 请你用换元法对多项式 $(9x^2-6x+3)(9x^2-6x-1)+4$ 进行因式分解.



29.如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, 在线段 CB 延长线上取一点 P , 以 AP 为直角边, 点 P 为直角顶点, 在射线 CB 上方作等腰 $Rt\triangle APD$, 过点 D 作 $DE\perp CB$, 垂足为点 E .



(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $\angle APC=\angle PDE$;

(3) 求证: $AC=PE$;

(4) 连接 DB , 并延长交 AC 的延长线于点 F , 用等式表示线段 CF 与 AC 的数量关系, 并证明.

30.对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和点 P , 给出如下定义: 将图形 G 沿上、下、左、右四个方向中的任意一个方向平移一次, 平移距离小于或者等于 2 个单位长度, 平移后的图形记为 G' , 若点 P 在图形 G' 上, 则称点 P 为图形 G 的稳定点. 例如, 当图形 G 为点 $(-2, 3)$ 时, 点 $M(-1, 3)$, $N(-2, 3.5)$ 都是图形 G 的稳定点.

(1) 已知点 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$.

① 在点 $P_1(-4.5, 0)$, $P_2(-3.5, 2.5)$, $P_3(0.5, -3)$, $P_4(2.5, 0)$ 中, 线段 AB 的稳定点是_____.

② 若将线段 AB 向下平移 t 个单位长度, 使得点 $E(0, -3.5)$ 或者点 $F(0, -8.5)$ 为线段 AB 的稳定点, 则 t 的取值范围是_____.

(2) 边长为 a 的正方形, 一个顶点是原点 O , 相邻两边分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 这个正方形及其内部记为图形 G . 若以 $(0, 5.5)$, $(2.5, 0)$ 为端点的线段上的所有点都是这个图形 G 的稳定点, 则 a 的最小值是_____.

参考答案



一. 选择题

1. 【答案】C

【解析】

【分析】

根据算术平方根的定义求解即可.

【详解】解：2 的算术平方根是 $\sqrt{2}$

故选 C.

【点睛】本题主要考查了算术平方根的定义，熟练掌握概念是解题的关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】

根据无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合选项进行判断即可.

【详解】A、0.333 是有理数，故本选项错误；

B、 $\frac{22}{7}$ 是有理数，故本选项错误；

C、 $\sqrt{5}$ 是无理数，故本选项正确；

D、 $\sqrt[3]{27} = 3$ ，是有理数，故本选项错误；

故选：C.

【点睛】本题考查了无理数的定义，属于基础题，掌握无理数的三种形式是解答本题的关键.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】

根据第二象限内点的横坐标是负数，纵坐标是正数，点到 x 轴的距离等于纵坐标的长度，到 y 轴的距离等于横坐标的长度解答.

【详解】∵点 A 在第二象限，距离 x 轴 3 个单位长度，距离 y 轴 4 个单位长度，

∴点 A 的横坐标是 -4，纵坐标是 3，

∴点 A 的坐标为 (-4, 3) .

故选: A.

【点睛】 本题考查了点的坐标, 熟记点到 x 轴的距离等于纵坐标的长度, 到 y 轴的距离等于横坐标的长度是解题的关键.



4. **【答案】** D

【解析】

【分析】

根据普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似解答.

【详解】 A、了解某班学生的身高情况, 适合全面调查, 故该选项不合题意;

B、企业招聘, 对应聘人员进行面试, 适宜采用全面调查方式, 故该选项不合题意;

C、乘飞机前对乘客进行安检, 是全面调查, 故该选项不合题意;

D、检测某城市的空气质量, 是抽样调查, 故该选项符合题意;

故选: D.

【点睛】 本题考查了抽样调查和全面调查的区别, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

5. **【答案】** B

【解析】

【分析】

直接利用合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方以及零指数幂的运算法则分别计算得出答案.

【详解】 A、 $a^3 + a^2$, 不是同类项, 不能合并, 不符合题意;

B、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$, 正确, 符合题意;

C、 $(2a^2)^3 = 8a^6$, 错误, 不符合题意;

D、当 $m \neq 0$ 时, $m^0 = 1$, 错误, 不符合题意;

故选: B.

【点睛】 本题主要考查了同底数幂的乘法运算、零指数幂和幂的乘方运算, 正确掌握运算法则是解题关键.

6. **【答案】** B

【解析】

【分析】





从三角形的一个顶点向底边作垂线，垂足与顶点之间的线段叫做三角形的高，根据概念判断.

【详解】解：过点 A 作直线 BC 垂线段，即画 BC 边上的高 AD，
所以画法正确的是 B 选项.

故选：B.

【点睛】本题考查了三角形的高的概念，解决问题的关键是能够正确作三角形一边上的高.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】

由图可得 $\angle EAC = \angle DAC - \angle DAE$ ，先根据平行线的性质得到 $\angle DAE$ 的度数，即可得出 $\angle EAC$ 的度数.

【详解】 $\because AE \parallel BC$,

$$\therefore \angle B = \angle DAE = 65^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle DAC = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle DAC - \angle DAE = 100^\circ - 65^\circ = 35^\circ,$$

故选 B.

【点睛】本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同位角相等.

8. 【答案】C

【解析】

试题分析：由题意知这两个三角形已经具备一边和一角对应相等，那就可以选择 SAS, AAS, ASA，由此可知 A 是, ASA, B 是 AAS, D 是 SAS, 它们均正确，只有 D 不正确.

故选 C

考点：三角形全等的判定定理

9. 【答案】C

【解析】

【分析】

用长方形的面积除以长可得.

$$\text{【详解】宽为：} (a^2 + ab + ab + b^2) \div 2(a+b) = (a+b)^2 \div 2(a+b) = \frac{1}{2}(a+b)$$

故选：C

【点睛】考核知识点：整式除法与面积. 掌握整式除法法则是关键.

10. 【答案】B

【解析】

【分析】

首先根据表示西单及雍和宫的点的坐标确定原点 $(0, 0)$ ，然后确定南锣鼓巷的点的坐标.

【详解】 根据表示西单及雍和宫的点的坐标可知原点 $(0, 0)$ 位于天安门西与天安门东的中点处，所以南锣鼓巷的点的坐标为 $(1, 3)$ ，

故选 B

【点睛】 本题考察坐标系，根据已知点确定坐标系是解题的关键.



二. 填空题

11. **【答案】** $x \geq 3$.

【解析】

【分析】

根据二次根式有意义的条件：被开方数为非负数可得答案.

【详解】 解：由 $\sqrt{x-3}$ 有意义，

$$\therefore x-3 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 3.$$

故答案 : $x \geq 3$.

【点睛】 本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式有意义的条件是解题的关键.

12. **【答案】** $(0, -3)$

【解析】

【分析】

根据 y 轴上点的横坐标为 0 列方程求出 m 的值，再求解即可.

【详解】 \because 点 $P(m+2, m-1)$ 在 y 轴上， $\therefore m+2=0$ ，解得： $m=-2$ ，所以 $m-1=-3$ ，所以点 P 的坐标为 $(0, -3)$.

故答案为 $(0, -3)$.

【点睛】 本题考查了点的坐标，熟记 y 轴上点的坐标特征是解题的关键.

13. **【答案】** 5

【解析】

【分析】

根据三角形的三边关系定理三角形两边之和大于第三边；三角形的两边差小于第三边可确定 x 的取值范围，再找出符合条件的整数即可.

【详解】解：根据三角形的三边关系定理可得： $5 - 1 < x < 5 + 1$,

解得： $4 < x < 6$,

$\because x$ 为整数,

$\therefore x = 5$,

故答案为 5.



【点睛】此题主要考查了三角形的三边关系，关键是掌握第三边的范围是：大于已知的两边的差，而小于两边的和.

14. 【答案】 12

【解析】

【分析】

根据正多边形的每一个外角都相等以及多边形的外角和为 360° ，多边形的边数 $= 360^\circ \div 30^\circ$ ，计算即可求解.

【详解】解：这个正多边形的边数： $360^\circ \div 30^\circ = 12$,

故答案为：12.

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角的关系，熟记正多边形的边数与外角的关系是解题的关键.

15. 【答案】 15

【解析】

【分析】

直接将原式变形，提取公因式，进而分解因式得出即可.

【详解】 $\because x - y = 5$, $xy = 6$,

$$\therefore \frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{2}xy^2 = \frac{1}{2}xy(x - y) = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15.$$

故答案是 15.

【点睛】本题主要考查了因式分解的提取公因式法，运用公式是解题的关键.

16. 【答案】 -1, 2 (答案不唯一).

【解析】

【分析】

根据二次根式的性质即可求出答案.

【详解】解： $a = -1$, $b = 2$,

此时 $\sqrt{(ab)^2} \neq ab$,

故答案为：-1, 2 (答案不唯一).

【点睛】本题考查二次根式，解题的关键是熟练运用二次根式的性质，本题属于基础题型。

17. 【答案】 49°

【解析】

【分析】

由三角形内角和定理得出 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 98^\circ$ ，由角平分线定义得出 $\angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 49^\circ$ ，再由三角形的外角性质即可得出结果。

【详解】 $\because \triangle ABC$ 中， $\angle A = 82^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 98^\circ$ ，

$\because \triangle ABC$ 的两条角平分线交于点 P，

$\therefore \angle PBC = \frac{1}{2} \angle ABC$ ， $\angle PCB = \frac{1}{2} \angle ACB$ ，

$\therefore \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} \times 98^\circ = 49^\circ$ ，

$\therefore \angle BPD = \angle PBC + \angle PCB = 49^\circ$ ，

故答案为： 49° 。



【点睛】本题考查了三角形内角和定理、角平分线定义以及三角形的外角性质；熟练掌握三角形内角和定理是解题的关键。

18. 【答案】 $40^\circ \leq \angle B \leq 75^\circ$

【解析】

【分析】

由 $2\angle C = 5\angle A$ ，得到 $\angle A = \frac{2}{5}\angle C$ ，再根据三角形的内角和定理得 $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - \frac{7}{5}\angle C$ ，而 $\angle A \leq \angle B \leq \angle C$ ，则 $\frac{2}{5}\angle C \leq 180^\circ - \frac{7}{5}\angle C \leq \angle C$ ，即可得到 $\angle C$ 的取值范围，从而确定 $\angle A$ 的取值范围，最后求得 $\angle B$ 的取值范围。

【详解】解： $\because 2\angle C = 5\angle A$ ，

$\therefore \angle A = \frac{2}{5}\angle C$ ，

$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - \frac{7}{5}\angle C$ ，

又 $\because \angle A \leq \angle B \leq \angle C$ ，

$\therefore \frac{2}{5}\angle C \leq 180^\circ - \frac{7}{5}\angle C \leq \angle C$ ，



解得 $75^\circ \leq \angle C \leq 100^\circ$.

$\therefore \angle A$ 的取值范围是 $30^\circ \leq \angle A \leq 40^\circ$.

$\therefore \angle B$ 的取值范围是 $40^\circ \leq \angle B \leq 75^\circ$

故答案为: $40^\circ \leq \angle B \leq 75^\circ$.

【点睛】 本题考查了一元一次不等式的解法以及三角形的内角和定理, 熟记“三角形的三个内角的和为 180° ”是解题的关键.

三. 解答题

19. **【答案】** (1) 见解析; (2) $BC, AB=AB$, 边边边

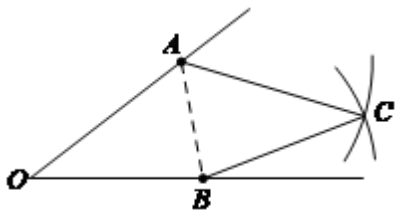
【解析】

【分析】

(1) 根据描述利用尺规作出图形;

(2) 根据作图可得 $AO=AC, BO=BC, AB=AB$, 再利用 SSS 判定 $\triangle AOB \cong \triangle ACB$ 即可得出 $\angle O = \angle C$.

【详解】 解: (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)



(2) $BC, AB=AB$, 边边边

【点睛】 此题主要考查了基本作图, 解决问题的关键是掌握作一个角等于已知角的方法, 掌握三角形全等的判定方法.

20. **【答案】** 4

【解析】

【分析】

原式利用立方根定义, 绝对值的代数意义化简, 二次根式的性质计算即可得到结果.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 } & \sqrt[3]{8} + |-\sqrt{3}| + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{3} \\ &= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} \\ &= 4. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了立方根、绝对值的定义, 二次根式的性质, 解题的关键是掌握运算法则进行解题.

21. **【答案】** $\frac{1}{2}x - 2$

【解析】

【分析】

先根据完全平方公式和单项式乘以多项式进行运算，合并同类项，再利用多项式除以单项式即可。

$$\begin{aligned} \text{【详解】} & \left[(x-y)^2 + y(2x-y) - 4x \right] \div 2x \\ & = (x^2 - 2xy + y^2 + 2xy - y^2 - 4x) \div 2x \\ & = (x^2 - 4x) \div 2x \\ & = \frac{1}{2}x - 2. \end{aligned}$$



【点睛】 本题考查了整式的混合运算以及完全平方公式的应用，能灵活运用运算法则进行化简是解此题的关键。

22. 【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】

原式利用单项式乘以多项式以及平方差公式化简，去括号合并得到最简结果，把已知等式变形代入计算即可求出值。

【详解】 由 $2a^2 - 10a - 3 = 0$ 得： $2a^2 - 10a = 3$ ，

$$\text{即 } a^2 - 5a = \frac{3}{2},$$

$$\begin{aligned} & 5a(2a-1) - (3a+1)(3a-1) \\ & = 10a^2 - 5a - (9a^2 - 1) \\ & = 10a^2 - 5a - 9a^2 + 1 \\ & = a^2 - 5a + 1 \\ & = \frac{3}{2} + 1 \\ & = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了整式的混合运算-化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

23. 【答案】 $3(x+2y)(x-2y)$

【解析】

【分析】

先提取公因式，再利用平方差公式因式分解即可.

【详解】解：原式 $=3(x^2-4y^2)$

$$=3(x+2y)(x-2y)$$

【点睛】本题考查综合运用提公因式法和公式法因式分解. 一般因式分解时有公因式先提取公因式，然后再考虑用公式法因式分解.



24. **【答案】** $-(3x+y-1)(3x-y+1)$

【解析】

【分析】

根据公式法即可因式分解.

【详解】 $y^2-2y+1-9x^2$

$$=(y-1)^2-9x^2$$

$$=(y-1+3x)(y-1-3x)$$

$$=-(3x+y-1)(3x-y+1).$$

【点睛】此题主要考查因式分解，解题的关键是熟知完全平方公式及平方差公式.

25. **【答案】** (1) 见解析； (2) (2, 6), (1, 3), (5, 4); (3) 5.5

【解析】

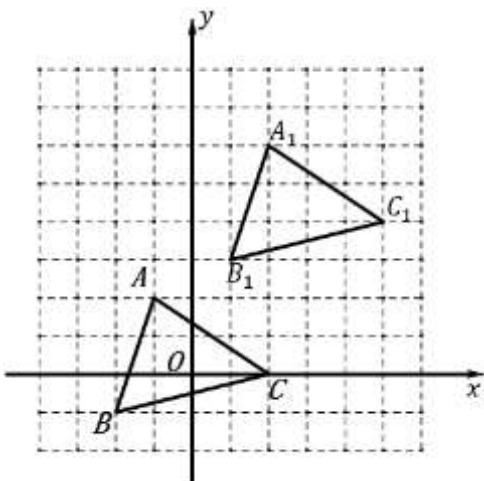
【分析】

(1) 依据平移方向和距离，即可得到 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 根据(1)所作的 $\triangle A_1B_1C_1$ 写出 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标即可;

(3) 用一个矩形的面积分别减去三个直角三角形的面积可计算出 $\triangle ABC$ 的面积.

【详解】 (1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作.



(2) 写出下列点的坐标： A_1 坐标为 (2, 6)； B_1 坐标为 (1, 3)； C_1 坐标为 (5, 4) .

故答案为：(2, 6), (1, 3), (5, 4)；

$$(3) \triangle ABC \text{ 的面积} = 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 5.5.$$

【点睛】本题考查了作图-平移变换：确定平移后图形的基本要素有两个：平移方向、平移距离。作图时要先找到图形的关键点，分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后，再顺次连接对应点即可得到平移后的图形。

26. 【答案】见解析

【解析】

试题分析：已知 $AB \parallel CD$ ，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle B = \angle ECD$ ，再根据 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle ECD$ 全，由全等三角形对应边相等即可得 $AC = ED$ 。

试题解析： $\because AB \parallel CD, \therefore \angle B = \angle DCE$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 中 $\begin{cases} AB = EC \\ \angle B = \angle DCE, \therefore \triangle ABC \cong \triangle ECD \text{ (SAS)}, \\ BC = CD \end{cases}$

$\therefore AC = ED$.

考点：平行线的性质；全等三角形的判定及性质。

27. 【答案】(1) B; (2) 1021 人, 15; (3) “90 后”大约有 1.2 万人

【解析】

【分析】

- (1) 根据题意列式计算即可得到正确的选项；
- (2) 根据频数（率）分布直方图中的信息和中位数的定义即可得到结论；
- (3) 根据样本估计总体，可得到“90 后”大约有 1.2 万人。

【详解】解：(1) 这次支援湖北省抗疫中，全国 30 个省（区、市）派往武汉的医务人员总数为 $38478 - 7381 = 31097$ （人），

故选 B；

(2) 全国 30 个省（区、市）各派出支援武汉的医务人员人数的中位数是 $\frac{997+1045}{2} = 1021$ （人）；其中医务人员人数超过 1000 人的省（区、市）共有 15（个）；

故答案为：1021 人, 15；

$$(3) 42000 \times \frac{404+103+83}{1614+338+148} \approx 11800 \text{ (人)},$$

答：“90 后”大约有 1.2 万人。

【点睛】本题考查了频数（率）分布直方图，样本估计总体，熟悉相关性质是解题的关键。

28. 【答案】(1) C; (2) $(x-1)^2(x+4)^2$; (3) $(3x-1)^4$.



【解析】

【分析】

- (1) 根据完全平方公式进行分解因式；
- (2) 最后再利用完全平方公式将结果分解到不能分解为止；
- (3) 根据材料，用换元法进行分解因式。



【详解】解：(1) 由 $y^2 - 8y + 16 = (y - 4)^2$ 可知，小涵运用了因式分解的完全平方公式法
故选：C；

(2) $(x^2 + 3x - 9)(x^2 + 3x + 1) + 25$,

解：设 $x^2 + 3x = y$

原式 = $(y - 9)(y + 1) + 25$

= $y^2 - 8y + 16$

= $(y - 4)^2$

= $(x^2 + 3x - 4)^2$

= $(x - 1)^2(x + 4)^2$;

故答案为： $(x - 1)^2(x + 4)^2$;

(3) $(9x^2 - 6x + 3)(9x^2 - 6x - 1) + 4$

设 $9x^2 - 6x = y$,

原式 = $(y + 3)(y - 1) + 4$,

= $y^2 + 2y + 1$,

= $(y + 1)^2$,

= $(9x^2 - 6x + 1)^2$,

= $(3x - 1)^4$.

【点睛】 本题考查了因式分解-换元法，公式法，也是阅读材料问题，熟练掌握利用公式法分解因式是解题的关键。

29. **【答案】** (1) 见解析； (2) 证明见解析； (3) 证明见解析； (4) $AC = CF$, 证明见解析.

【解析】

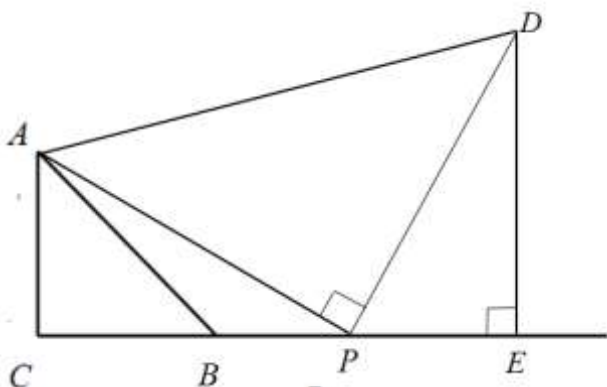
【分析】

- (1) 根据题意画出图形即可；
- (2) 利用 $\angle APD = \angle DEP = 90^\circ$ ，可得答案；

(3) 证明 $\triangle ACP \cong \triangle PED$, 从而可得答案;

(4) 利用 $\triangle ACP \cong \triangle PED$, 再证明 $BE = DE$, 证明 $\angle DBE = 45^\circ$, 即可得到答案.

【详解】解: (1) 补全图形如下:



(2) $\because \angle APD = 90^\circ$,

$\therefore \angle APC + \angle DPE = 90^\circ$,

$\because DE \perp BC$,

$\therefore \angle DPE + \angle PDE = 90^\circ$,

$\therefore \angle APC = \angle PDE$,

(3) $\because \angle ACB = \angle DEP = 90^\circ, \angle APC = \angle PDE, AP = DP$,

$\therefore \triangle ACP \cong \triangle PED$,

$AC = PE$,

(4) $AC = CF$, 理由如下:

如图, $\because \triangle ACP \cong \triangle PED$,

$\therefore AC = PE, PC = DE$,

$\because AC = BC$,

$\therefore BC = PE$,

$\therefore PC = BE$,

$\therefore BE = DE$,

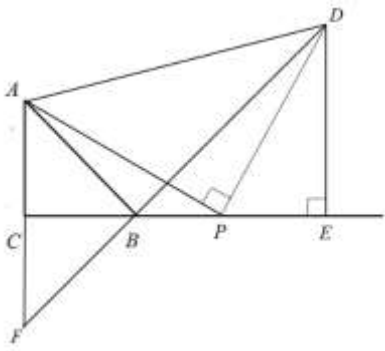
$\because DE \perp BC$,

$\therefore \angle DBE = 45^\circ$,

$\therefore \angle FBC = \angle CFB = 45^\circ$,

$\therefore BC = CF$,

$\therefore AC = CF$.



【点睛】 本题考查了根据题意画出符合题意 图形，直角三角形的两锐角互余，三角形全等的判定与性质，等腰直角三角形的判定与性质，掌握以上知识是解题的关键.

30. **【答案】** (1) P_1, P_4 ; (2) $1.5 \leq t \leq 5.5$ 或 $6.5 \leq t \leq 10.5$; (3) 3.5

【解析】

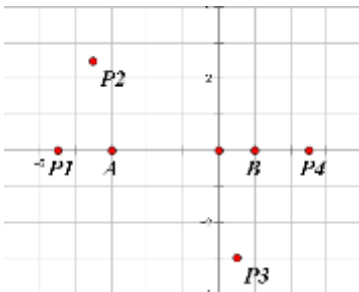
【分析】

(1) 画出图形，根据稳定点的定义即可判断.

(2) 画出图形，利用图象法解决问题即可.

(3) 画出图形利用图象法解决问题即可.

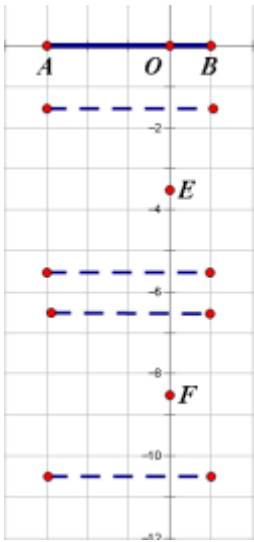
【详解】 (1) ①如图，



观察图象，根据图形 G 的稳定点的定义可知： P_1, P_4 是线段 AB 的稳定点.

故答案为： P_1, P_4 .

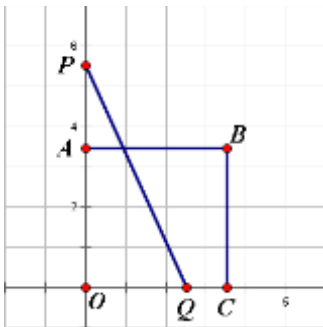
②如图，



观察图象可知当 $1.5 \leq t \leq 5.5$ 或 $6.5 \leq t \leq 10.5$ 时，点 $E(0, -3.5)$ 或者点 $F(0, -8.5)$ 为线段 AB 的稳定点.

故答案为: $1.5 \leq t \leq 5.5$ 或 $6.5 \leq t \leq 10.5$.

(2) 如图 3 中，正方形 $OABC$ 的边长为 a ， $P(0, 2)$ ， $Q(4, 0)$ ，



观察图象可知当 $3.5 \leq a$ 时，线段 PQ 上的点都是图形 G 的稳定点.

$\therefore a$ 的最小值为 3.5，

故答案为 3.5.

【点睛】 本题属于四边形综合题，考查了正方形的性质，图形稳定点的定义等知识，解题的关键是理解题意，学会利用图象法解决问题.