

# 首都师大附中 2023—2024 学年第一学期期中练习

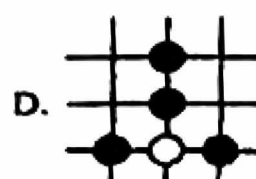
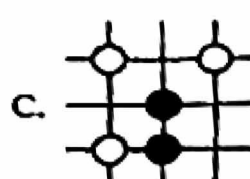
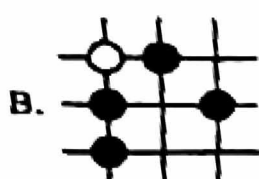
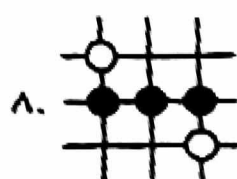
## 初二数学

命题人：初二数学备课组 审核人：初二数学备课组

### 第 I 卷（共 24 分）

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有四千多年的历史。下列由黑、白棋子摆成的图案中，是轴对称图形的是



2. 一个多边形的每一个外角都是  $36^\circ$ ，则这个多边形是

A. 七边形

B. 八边形

C. 九边形

D. 十边形

3. 下列计算正确的是

A.  $a + 2a^3 = 3a^3$

B.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$

C.  $(a^3)^2 = a^6$

D.  $(-2a)^2 = -4a^2$



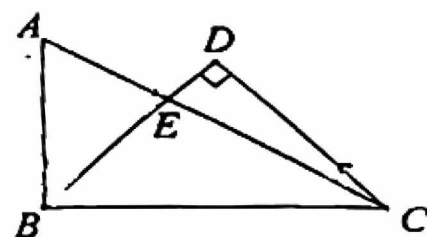
4. 如图是一副三角尺拼成的图案，则  $\angle AEB$  的度数为

A.  $105^\circ$

B.  $90^\circ$

C.  $75^\circ$

D.  $60^\circ$



5. 通过计算比较图 1、图 2 中阴影部分的面积，可以验证的式子是

A.  $a(b-x) = ab - ax$

B.  $b(a-x) = ab - bx$

C.  $(a-x)(b-x) = ab - ax - bx$

D.  $(a-x)(b-x) = ab - ax - bx + x^2$

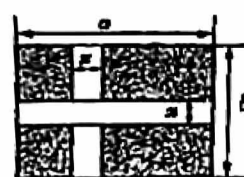
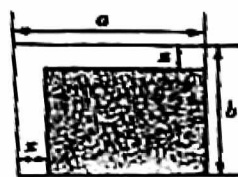
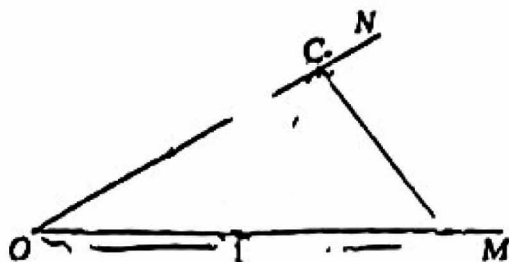


图 1

图 2

6. 如图，已知 $\angle MON$ 及其边上一点 $A$ ，以点 $A$ 为圆心， $AO$ 长为半径画弧，分别交 $OM$ ， $ON$ 于点 $B$ 和 $C$ ，再以点 $C$ 为圆心， $AC$ 长为半径画弧，恰好经过点 $B$ ，错误的结论是

- A.  $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle ABC}$       B.  $\angle OCB = 90^\circ$   
 C.  $\angle MON = 30^\circ$       D.  $OC = 2BC$



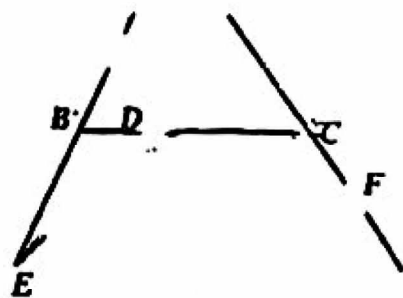
7. 若 $(x+m)(x-6)$ 的计算结果中不含 $x$ 的一次项，则 $m$ 的值为

- A. 6      B. -6      C. 0      D. 6或-6

8. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $D$ 是线段 $BC$ 上一点（不与点 $B$ ， $C$ 重合），连接 $AD$ ，点 $E$ ， $F$ 分别在线段 $AB$ ， $AC$ 的延长线上，且 $DE = DF = AD$ ，点 $D$ 从 $B$ 运动到 $C$ 的过程中，一直不变的量是

- ①  $BE + CF$       ②  $\triangle BDE$ 的周长      ③  $\frac{\angle ADB}{S_{\triangle ADB}}$       ④  $\angle BDE + \angle CDF$

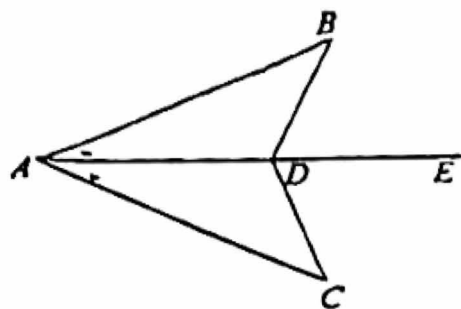
- A. ①②③      B. ①③④      C. ②③④      D. ①②③④



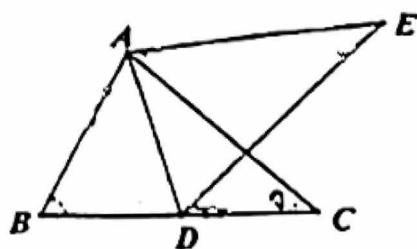
## 第 II 卷 (共 76 分)

### 二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

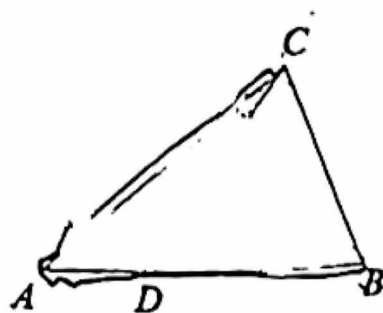
9. 如图, 已知  $AE$  平分  $\angle BAC$ , 点  $D$  是  $AE$  上一点, 连接  $BD, CD$ . 请你添加一个适当的条件, 使  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ . 添加的条件是: \_\_\_\_\_ . (写出一个即可)



第 9 题图

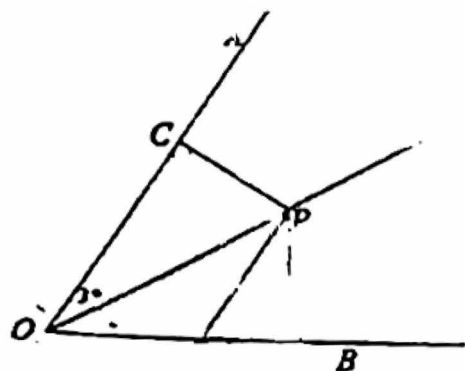


第 10 题图

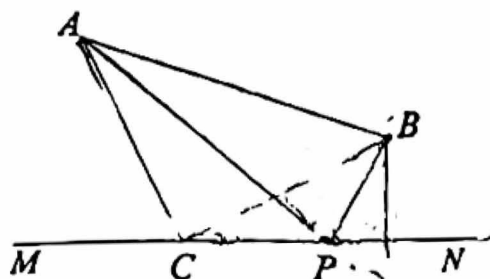


第 13 题图

10. 如图,  $D$  在  $BC$  边上,  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ,  $\angle EAC = 44^\circ$ , 则  $\angle B$  的度数为 \_\_\_\_\_ .
11. 等腰三角形的一边长为 1, 周长为 5, 则它的腰长为 \_\_\_\_\_ .
12. 若  $x + y = 3$ ,  $xy = 2$ , 则  $(x+1)(y+1) =$  \_\_\_\_\_ .
13. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = AB$ , 点  $D$  在  $AB$  上,  $BC = BD$ ,  $\angle ACD = 15^\circ$ , 则  $\angle B$  的度数为 \_\_\_\_\_ .
14. 已知  $3^a \cdot 3 = 27^b$ , 则  $a, b$  满足的关系是 \_\_\_\_\_ .
15. 如图,  $\angle AOB = 60^\circ$ , 点  $P$  在  $\angle AOB$  的平分线上,  $PC \perp OA$  于点  $C$ , 点  $D$  在边  $OB$  上, 且  $OD = DP = 4$ . 则线段  $OC$  的长度为 \_\_\_\_\_ .



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ , 点  $C$  在直线  $MN$  上,  $\angle BCN = 30^\circ$ .

点  $P$  为  $MN$  上一动点, 连接  $AP, BP$ . 当  $AP + BP$  的值最小时,  $\angle CBP$  的度数为\_\_\_\_\_.

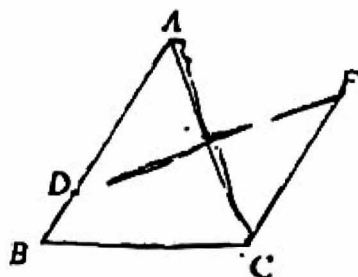
三、解答题 (本题共 12 小题, 共 60 分, 第 17-21 每题 4 分, 第 22-25 每题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27、28 题每题 7 分)

17. 计算:  $x^2y \cdot (-2x^2y)^2$ .

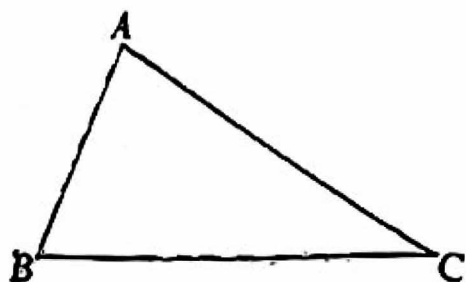
18. 计算:  $3a\left(\frac{1}{3}a^2 - 2a - 1\right)$ .

19. 已知  $x^2 - 2x - 1 = 0$ , 求  $(x+2)(x-1) - 2x(x-3) - 5x$  的值.

20. 如图,  $D$  是  $AB$  上一点,  $DF$  交  $AC$  于点  $E$ ,  $DE = FE$ ,  $FC \parallel AB$ . 求证:  $AE = CE$ .



21. 下面是小明设计的“在已知三角形的一边上取一点, 使得这点到这个三角形的另外两边的距离相等”的尺规作图过程:



已知:  $\triangle ABC$ .

求作: 点  $D$ , 使得点  $D$  在  $BC$  边上, 且到边  $AB, AC$  的距离相等.

作法: 如图, 作  $\angle BAC$  的平分线, 交  $BC$  于点  $D$ .

则点  $D$  即为所求.

根据小明设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形(保留作图痕迹):

(2)完成下面的证明.

证明: 作  $DE \perp AB$  于点  $E$ , 作  $DF \perp AC$  于点  $F$ .

$AD$  平分  $\angle BAC$ .

$\therefore$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)(括号里填推理的依据).

22. 如图①是某年某月的月历, 用如图②所示的“凹”字型框在月历中任意圈出5个数, 设

“凹”字型框中的五个数分别为  $a_1, a_2, a, a_3, a_4$

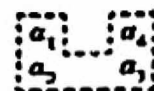
(1)用含  $a$  的代数式表示:

$a_2 =$  \_\_\_\_\_,  $a_4 =$  \_\_\_\_\_;

(2)求证:  $a_1 a_3 - a_2 a_4$  为定值.

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

①



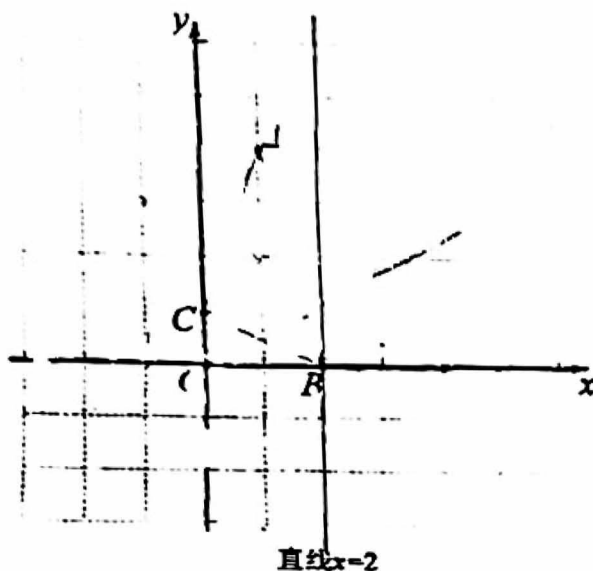
②

23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别是  $A(1, 4)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(0, 1)$ .

(1) 在图中画出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴对称的  $\triangle A_1 B_1 C_1$ ;

(2) 直接写出点  $A$  关于直线  $x=2$  对称的点的坐标 \_\_\_\_\_;

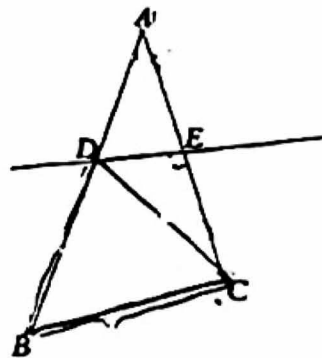
点  $A$  关于直线  $x=m$  对称的点的坐标 \_\_\_\_\_ (用含  $m$  的式子表示).



24. 如图, 已知 $\triangle ABC$ , 边  $AC$  的垂直平分线与  $AB$  相交于点  $D$ , 与  $AC$  相交于点  $E$ , 且  $BD=BC$ .

(1) 若  $\angle A=35^\circ$ , 直接写出  $\angle ACB$  的度数为\_\_\_\_\_;

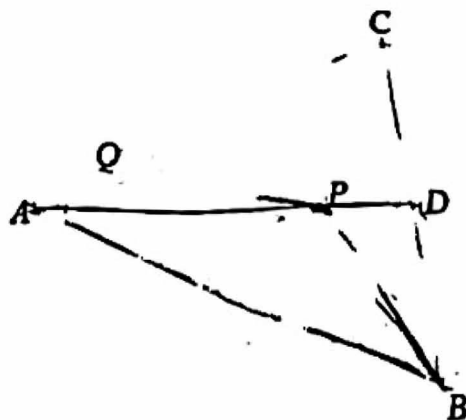
(2) 写出  $\angle ACB$  与  $\angle A$  的数量关系, 并证明.



25. 如图, 已知 $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AD$  为中线, 点  $P$  是  $AD$  上一点, 点  $Q$  是  $AC$  上一点, 且  $\angle BPQ + \angle BAQ = 180^\circ$ .

(1) 若  $\angle ABP = \alpha$ , 求  $\angle PQC$  的度数 (用含  $\alpha$  的式子表示);

(2) 求证:  $BP=PQ$ .



26. 小鹏学习多项式研究了多项式值为 0 的问题, 发现当  $mx+n=0$  或  $px+q=0$  时,

多项式  $A=(mx+n)(px+q)=mpx^2+(mq+np)x+nq$  的值为 0, 把此时  $x$  的值称为多项式  $A$  的零点.

(1) 已知多项式  $(3x+1)(x-2)$ , 则此多项式的零点为\_\_\_\_\_;

(2) 已知多项式  $B=(x-1)(bx+c)=ax^2-(a-1)x-\frac{a}{2}$  有一个零点为 1, 求多项式  $B$  的另一个零点;

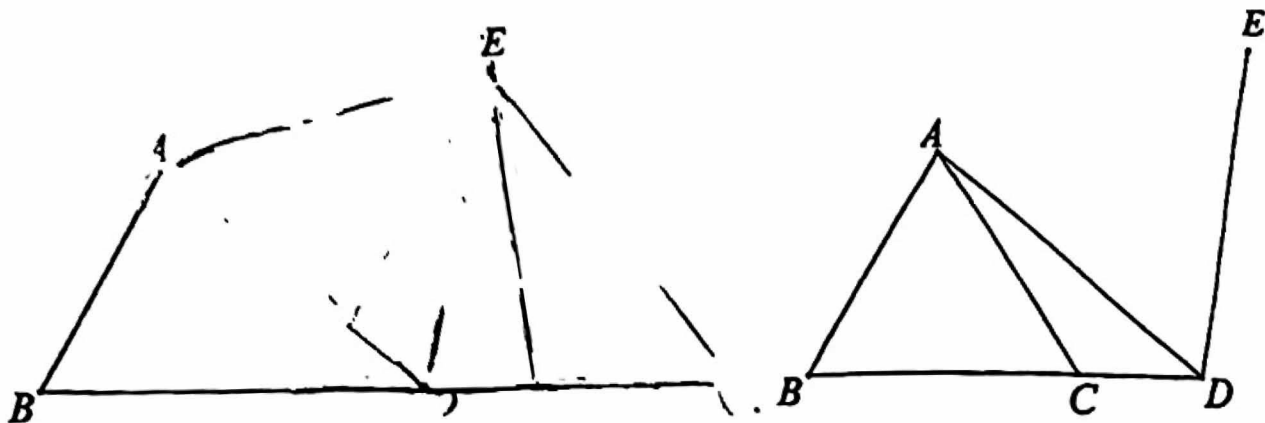
(3) 小鹏继续研究  $(x-3)(x-1)$ ,  $x(x-4)$  及  $\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$  等, 发现在  $x$  轴上表示这些多项式零点的两个点关于直线  $x=2$  对称, 他把这些多项式称为“2 系多项式”. 若多项式  $M=(2ax+b)(cx-5c)=bx^2-4cx-2a-4$  是“2 系多项式”, 求  $a$  与  $c$  的值.

27. 如图, 已知等边  $\triangle ABC$ , 点  $D$  为  $BC$  边延长线上一点, 连接  $AD$ ,  $\angle ADE=60^\circ$  且  $AD=DE$ , 在  $CD$  的延长线上截取  $CF$ , 使  $CF=CA$ , 连接  $EF$ .

(1) ①依题意补全图形;

②直接写出  $\angle ACD$  的度数\_\_\_\_\_;

(2) 用等式表示线段  $DE$  与  $EF$  之间的数量关系, 并证明.



备用图



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $M$  是  $x$  轴正半轴上的一个点, 点  $M$  关于  $y$  轴的对称点记作点  $N$ . 若在坐标系内有一点  $P$ , 使得  $\angle PNM = \alpha$ , 则称点  $P$  为点  $M$  的“ $\alpha$ -关联点”. 如图 1, 点  $P$  是点  $M$  的“ $50^\circ$ -关联点”.

已知点  $A(4,0)$ ,  $B(t,0)$ , 其中  $t > 0$  且  $t \neq 4$ .

(1) 下列各点中, 是点  $A$  的“ $45^\circ$ -关联点”的是\_\_\_\_\_;

①  $P_1(0,-4)$ , ②  $P_2(-1,3)$ , ③  $P_3(1,-3)$

(2) 若点  $Q$  是点  $A$  的“ $90^\circ$ -关联点”, 同时也是点  $B$  的“ $60^\circ$ -关联点”. 当  $\angle QBO \leq 30^\circ$  时, 求  $t$  的取值范围;

(3) 已知线段  $CD$  上总存在线段  $AB$  上每个点的“ $30^\circ$ -关联点”, 若  $CD$  的最小值为  $\frac{3}{2}$ . 请直接写出  $t$  的值.

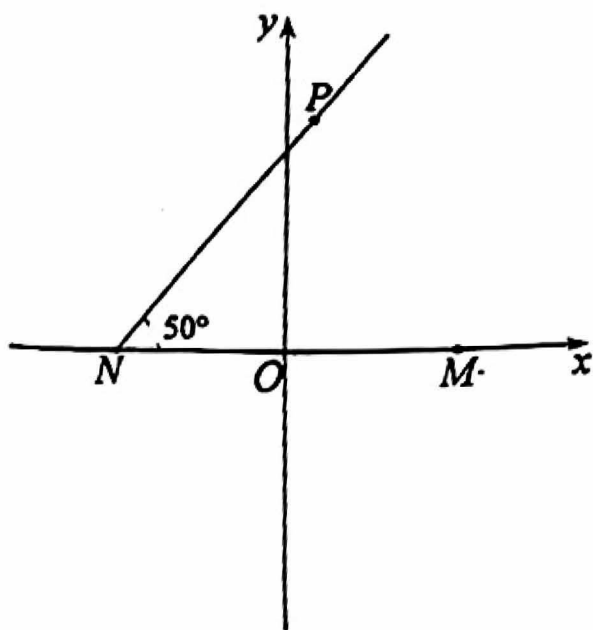
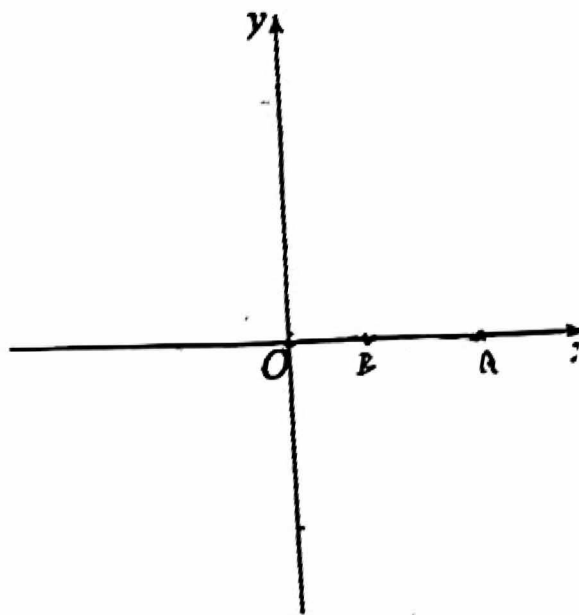


图 1



备用图

