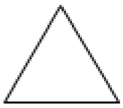
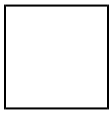
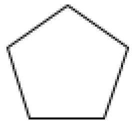
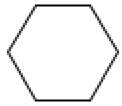
2023 北京延庆初二（上）期末

数　　学

一、选择题：（共 20 分，每小题 2 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的只有一个.

1. 下列图形均为正多边形，恰有 3 条对称轴的图形是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2. 任意掷一枚骰子，下列情况出现　可能性最小的是（　　）

A. 面朝上的点数是偶数　　B. 面朝上的点数是奇数

C. 面朝上的点数小于 2　　D. 面朝上的点数大于 2

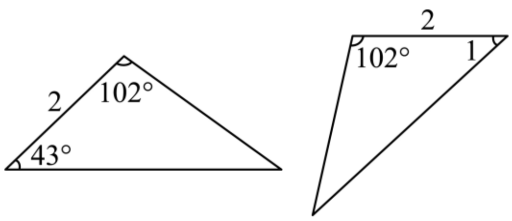
3. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（　　）

A. $x>2$　　B. $x\geq 2$　　C. $x<2$　　D. $x\neq 2$

4. 下列各式中，最简二次根式是（　　）

A. $\sqrt{12}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{2x^3}$　　D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

5. 如图的两个三角形是全等三角形，其中角和边的大小如图所示，那么∠1 的度数是（　　）



A. $43°$　　B. $35°$　　C. $55°$　　D. $47°$

6. 下列运算中，正确的是（　　）

A. $\sqrt[3]{-27}=3$　　B. $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{(-2)^2}=-2$　　D. $\sqrt{4}=\pm 2$

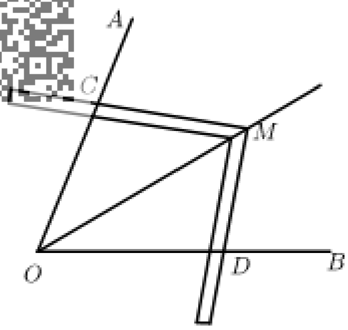
7. 下列变形正确的是（　　）

A. $\frac{x}{y}=\frac{x+1}{y+1}$　　B. $\frac{x^2+y^2}{x+y}=x+y$　　C. $\frac{-x+y}{x-y}=-1$　　D. $\frac{x}{y}=\frac{y}{x}$

8. 如果 n 为整数，且 $n<\sqrt{13}<n+1$，那么 n 的值为（　　）

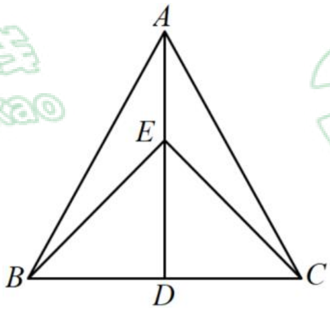
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

9. 工人师傅常常利用角尺构造全等三角形　方法来平分一个角．如图，在 $\angle AOB$ 的两边 OA、OB 上分别在取 $OC=OD$，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与点 C、D 重合，这时过角尺顶点 M 的射线 OM 就是 $\angle AOB$ 的平分线．这里构造全等三角形的依据是（　　）



A. SAS　　B. ASA　　C. AAS　　D. SSS

10. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，E 是 AD 上一点，连接 EB，CE．若 $\angle EBD=45°$，$BC=4$，则 BE 的长是（　　）

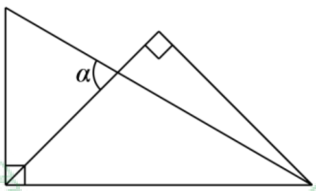


A. $2\sqrt{2}$　　B. 4　　C. $4\sqrt{2}$　　D. 2

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

11. 若分式 $\dfrac{2x}{x-1}$ 值为 0，则 x 的值为______.

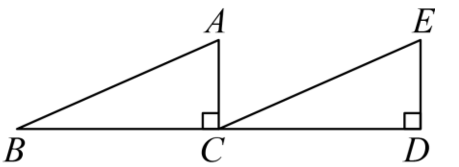
12. 如图，将一副直角三角板，按如图所示的方式摆放，则∠ α 的度数是___________.



13. 请写出一个小于 4 的无理数：________.

14. 计算：$\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=$________.

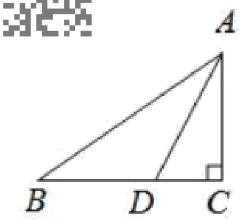
15. 如图，Rt△ABC 和 Rt△ECD 中，$AB=EC$，在不添加任何辅助线的情况下，请你添加一个条件______，使得 Rt△ABC 和 Rt△ECD 全等，（写出一个即可）



16. 等腰三角形有两条边长分别为 3cm 和 7cm，则这个等腰三角形的周长为_____cm.

17. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，如果 $AB=6$，$CD=2$，那么

$S_{\triangle ABD}=$______.



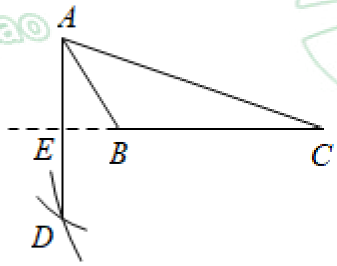
18. 阅读下面材料：

已知：$\triangle ABC$，依下列步骤尺规作图，并保留作图痕迹.

步骤 1：以 C 为圆心，CA 为半径画弧；

步骤 2：以 B 为圆心，BA 为半径画弧，两弧交于点 D；

步骤 3：连接 AD，交 CB 延长线于点 E.



下列叙述正确的是______.（填写序号）

① BE 垂直平分线段 AD；② AB 平分 $\angle EAC$；③ $AC=CD$；④ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot CE$.

三、解答题（共 64 分，第 19 题 4 分，第 20 题 10 分，第 21 题 9 分，第 22 题 5 分，23 题 6 分，第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 26 题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19. 计算：$\left(\sqrt{18}-4\sqrt{\dfrac{1}{2}}\right)+\left(1-\sqrt{3}\right)^{0}$

20. 计算：

（1）$\dfrac{m+1}{m-1}-\dfrac{2}{m-1}$

（2）如果 $a-b=2\sqrt{3}$，求代数式 $\left(\dfrac{a^{2}+b^{2}}{a}-2b\right)\div\dfrac{2(a-b)}{a}$ 的值.

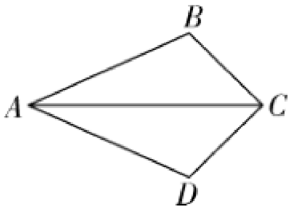
21. 解方程：

（1）$\dfrac{2}{x-2}=\dfrac{1}{x}$

（2）$\dfrac{1}{2x-4}-\dfrac{x}{x-2}=\dfrac{1}{2}$

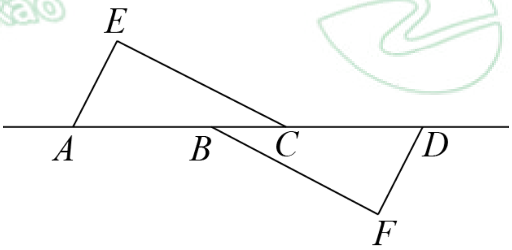
22. 如图，$\angle B=\angle D$，且 AC 是 $\angle BAD$ 的平分线．

求证：$AB=AD$．



23. 列方程解应用题：某生产线用机器人搬运产品．A 型机器人比 B 型机器人每小时多搬运 20 件，A 型机器人搬运 600 件产品所用 时间与 B 型机器人搬运 400 件产品所用的时间相等．问 B 型机器人每小时搬运多少件产品？

24. 如图，点 A，B，C，D 在一条直线上，$AB=DC$，$\angle ECA=\angle FBD$，$EC=FB$．请判断 AE 与 DF 的关系，并证明你的结论．



25. 老师留的作业中有这样一道计算题：$\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{x+9}{x^2-9}$，小明完成的过程如下：

$$\frac{1}{x+3}+\frac{x+9}{x^2-9}$$

$$=\frac{x-3}{(x+3)(x-3)}+\frac{x+9}{(x+3)(x-3)} \quad \text{（第一步）}$$

$$=x-3+(x+9) \quad \text{（第二步）}$$

$$=2x+6 \quad \text{（第三步）}$$

老师发现小明的解答过程有错误．

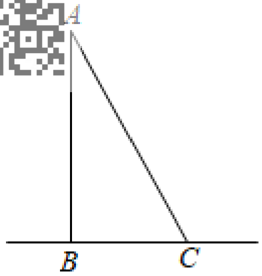
（1）请你帮助小明分析错误原因．

小明的解答从第______步开始出现错误，错误的原因是____________________；正确的解题思路是____________________________．

（2）请写出正确解答过程．

$$\frac{1}{x+3}+\frac{x+9}{x^2-9}$$

26. 《九章算术》卷九"勾股"中记载："今有立木，系索其末，委地三尺．引索却行，去本八尺而索尽．问索长几何？"译文：今有一竖立着的木柱，在木柱的上端系有绳索，绳索从木柱上端顺木柱下垂后，堆在地面的部分尚有 3 尺；牵着绳索（绳索与地面接触）退行，在距木柱根部 8 尺处时绳索用尽．问绳索长多少？即：如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$AC-AB=3$，$BC=8$，求 AC 的长．



27. 在Rt△ABC中，$\angle ABC=90°$，$AB=BC$，$\angle ABD=\alpha$，点D为AC边上的一个动点，连接BD，点A关于直线BD的对称点为点E，直线BD，CE交于点F.

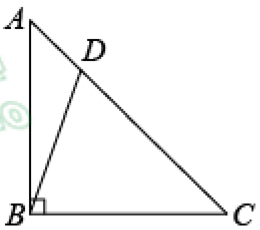


图1

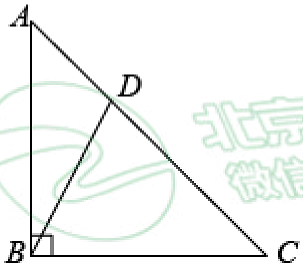


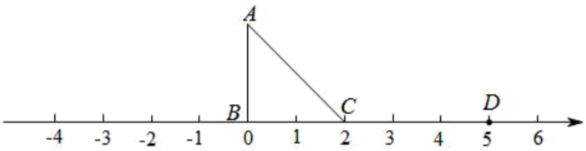
图2

（1）如图1，当$\alpha=20°$时，根据题意将图形补充完整，并直接写出$\angle BFC$的度数；

（2）如图2，当$0°<\alpha<45°$时，用等式表示线段FC，EF，BC之间的数量关系，并证明.

28. 在同一平面内的两个图形M，N，给出如下定义：P为图形M上任意一点，Q为图形N上任意一点，如果P，Q两点间的距离有最大值，那么称这个最大值为图形M，N间的"最距离"，记作：$d(M,N)$.

如图，点B，C在数轴上表示的数分别为0，2，$AB\perp BC$于点B，且$AB=BC$.



（1）若点D在数轴上表示的数为5，求d（点D，$\triangle ABC$）；

（2）若点E，F在数轴上表示的数分别是x，$x+2$，当d（线段EF，$\triangle ABC$）$\geq 2\sqrt{5}$时，求x的取值范围.

参考答案

一、选择题：（共 20 分，每小题 2 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的只有一个.

1. 【答案】A

【解析】

【分析】直接利用轴对称图形的性质确定各图形对称轴的条数即可解答.

【详解】解：A、正三角形有 3 条对称轴，故此选项正确；

B、正方形有 4 条对称轴，故此选项错误；

C、正五边形有 5 条对称轴，故此选项错误；

D、正六边形有 6 条对称轴，故此选项错误.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形的对称轴，正确把握轴对称图形的定义是解题关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】先分别求出各选项的事件的概率，然后再比较各个概率的大小即可.

【详解】解：A．掷一枚骰子面朝上的点数是偶数有 2，4，6 三个数，此事件的概率为：$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$；掷一枚骰子面朝上的点数是 3 的概率为$\frac{1}{6}$；

B．掷一枚骰子面朝上的点数是奇数有 1，3，5 三个数，此事件的概率为：$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$；

C．掷一枚骰子面朝上的点数小于 2 的只有 1，此事件的概率为：$\frac{1}{6}$；

D．掷一枚骰子面朝上的点数大于 2 数有 3、4、5、6，此事件的概率为：$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$；

$\therefore \frac{1}{6}<\frac{1}{2}=\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了概率公式，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 P（A）$=\frac{m}{n}$.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件：被开方数为非负数，可得 x 的取值范围.

【详解】解：若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 $x-2\geq0$，

解得 $x\geq2$，

故选：B．

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，解答本题的关键是掌握二次根式有意义：被开方数为非负数．

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的定义及性质逐项判断即可．

【详解】解：$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，故$\sqrt{12}$不是最简二次根式，A 选项不合题意；

$\sqrt{6}$中被开方数是整数，且被开方数中不含能开得尽方的因数，故$\sqrt{6}$是最简二次根式，B 选项符合题意；

$\sqrt{2x^3}=x\sqrt{2x}$，故$\sqrt{2x^3}$不是最简二次根式，C 选项不合题意；

$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故$\sqrt{\frac{1}{3}}$不是最简二次根式，D 选项不合题意；

故选 B．

【点睛】本题考查最简二次根式的识别，解题的关键是掌握定义：如果一个二次根式符合下列两个条件：1、被开方数中不含能开得尽方的因数或因式；2、被开方数的因数是整数，因式是整式， 那么这个根式叫做最简二次根式．

5. 【答案】A

【解析】

【分析】利用全等三角形的性质即可解决问题．

【详解】解：∵两三角形全等，对应角相等，

$\therefore\angle1=43^\circ$．

故选：A．

【点睛】本题考查了全等三角形的性质，理解题意，灵活运用所学知识是解题关键．

6. 【答案】B

【解析】

【分析】利用平方根和立方根的意义计算即可；注意负数没有平方根，算术平方根是非负数；

【详解】A.∵ $\sqrt[3]{-27}=-3$

∴此选项错误；

B.$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，此选项正确；

C.∵ $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

∴此选项错误；

D.∵ $\sqrt{4}=2$

∴此选项错误

故选：B

【点睛】本题考查平方根和立方根的意义，熟练掌握运算法则是解题的关键

7. 【答案】C

【解析】

【分析】根据分式的性质，从左到右进行变形分析即可．

【详解】A、选项中分子分母都加 1，等式不一定成立，故本选项错误．

B、选项中分子分母无公因式，不能约分，故本选项错误．

C、$\frac{-x+y}{x-y}=\frac{-(x-y)}{x-y}=-1$，故本选项正确．

D、等式左边与右边不一定相等．

故选 C．

【点睛】本题主要考查了分式的性质及分式的变形，正确运用分式的性质是解题关键．

8. 【答案】B

【解析】

【分析】估算无理数的大小即可得出答案．

【详解】解：$\because 9<13<16$，

$\therefore 3<\sqrt{13}<4$，

$\therefore n=3$．

故选：B．

【点睛】本题考查了估算无理数的大小，无理数的估算常用夹逼法，用有理数夹逼无理数是解题的关键．

9. 【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定条件判断即可．

【详解】解：由题意可知 $OC=OD, MC=MD$

在 $\triangle OCM$ 和 $\triangle ODM$ 中

$$\begin{cases} OC=OD \\ OM=OM \\ MC=MD \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCM \cong \triangle ODM\ (SSS)$

$\therefore \angle COM=\angle DOM$

$\therefore OM$ 就是 $\angle AOB$ 的平分线

故选：D

【点睛】本题考查全等三角形的判定及性质、角平分线的判定、熟练掌握全等三角形的判定是关键．

10.【答案】A

【解析】

【分析】根据三线合一可得 $ED \perp BC$，根据垂直平分线的性质可得 $BD = \frac{1}{2}BC = 2$，根据 $\angle EBD = 45°$ 可得 $\angle BED = \angle EBD = 45°$，则 $DE = BD = 2$,即 $\triangle BED$ 为等腰直角三角形，然后根据勾股定理求解即可.

【详解】解：$\because$ $AB=AC$，AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore AD \perp BD, BD = DC$，

$\because BC = 6$，

$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 2$，

$\because \angle EBD = 45°$，

$\therefore \angle BED = \angle EBD = 45°$，

$\therefore DE = BD = 2$

$\therefore \triangle BED$ 为等腰直角三角形，

$\therefore BE = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.

故选 A.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质与判定、勾股定理等知识点，掌握等腰三角形的性质与判定是解题的关键.

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

11. 【答案】0

【解析】

【分析】根据分式的值为零的条件列式求出 x 的值即可.

【详解】解：$\because$分式 $\frac{2x}{x-1}$ 的值为 0，

$\therefore x = 0$，$x - 1 \neq 0$.

故答案为：0.

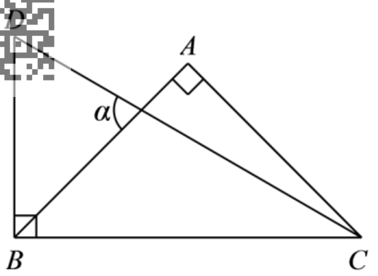
【点睛】本题主要考查了分式值为零的条件，解题关键在于掌握若分式的值为零，需同时具备两个条件：(1) 分子为 0；(2) 分母不为 0．这两个条件缺一不可.

12. 【答案】75°

【解析】

【分析】根据直角三角板的已知角度以及三角形外角性质即可求解.

【详解】如图，$\angle\alpha = \angle DCB + \angle ABC = 30° + 45° = 75°$



故答案为：75°

【点睛】本题考查了三角板中角度的计算，三角形外角的性质，掌握三角形外角的性质是解题的关键．

13．【答案】答案不唯一如$\sqrt{2}$，π等

【解析】

【分析】开放性的命题，答案不唯一，写出一个小于 4 的无理数即可．

【详解】开放性的命题，答案不唯一，如$\sqrt{2}$等．

故答案为不唯一，如$\sqrt{2}$等．

【点睛】本题考查了估算无理数的大小：利用完全平方数和算术平方根对无理数的大小进行估算．也考查了算术平方根．

14．【答案】1

【解析】

【分析】按照平方差公式直接计算即可得到答案．

【详解】解：原式$=2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$

$=4-3$

$=1$．

故答案为：1．

【点睛】本题考查的是二次根式的乘法运算，平方差公式的应用，掌握利用平方差公式进行简便运算是解题的关键．

15．【答案】$BC=CD$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据三角形全等判定条件即可解答．

【详解】解：当$BC=CD$时满足条件；

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$和$\mathrm{Rt}\triangle ECD$中，

$$\begin{cases} AB=EC \\ BC=CD \end{cases},$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABC\cong \mathrm{Rt}\triangle ECD$．

故答案是：$BC=CD$（答案不唯一）．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定条件，掌握全等三角形的判定性质是解题的关键．

16．【答案】17

【解析】

【分析】由等腰三角形两腰长相等的性质，分 7 为腰长或 3 为腰长两种情况，结合三角形三边关系即可求解．

【详解】解：根据题意，当腰长为7cm 时，7、7、3 能组成三角形，周长为：$7+7+3=17\left(\mathrm{cm}\right)$；

当腰长为3cm 时，$3+3<7$，7、3、3 不能构成三角形，

故答案为：17．

【点睛】本题主要考查等腰三角形的定义和三角形的三边关系，解题的关键是掌握“三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边”．

17．【答案】6

【解析】

【分析】作 $DE\perp AB$ 于 E，根据角平分线的性质得到 $DE=DC$，再根据三角形得面积公式计算即可．

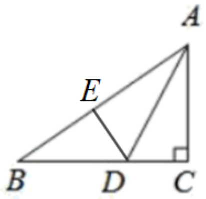
【详解】解：作 $DE\perp AB$ 于 E，

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，$DE\perp AB$，$\angle C=90°$，

$\therefore DE=DC=2$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times AB\times DE=\frac{1}{2}\times 6\times 2=6$，

故答案：6



【点睛】本题主要考查角平分线的性质．掌握角平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键．

18．【答案】①③##③①

【解析】

【分析】根据线段的垂直平分线的判定解决问题即可．

【详解】解：由作图可知，$CA=CD$，$BA=BD$，

$\therefore BE$ 垂直平分线段 AD，

故答案为：①③．

【点睛】本题考查作图－基本作图，线段的垂直平分线的判定等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

三、解答题（共 64 分，第 19 题 4 分，第 20 题 10 分，第 21 题 9 分，第 22 题 5 分，23 题 6 分，第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 26 题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

19. 【答案】$\sqrt{2}+1$

【解析】

【分析】根据零指数幂，二次根式的混合运算法则计算即可.

【详解】解：$\left(\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{2}}\right)+\left(1-\sqrt{3}\right)^0=\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)+1=\sqrt{2}+1$

【点睛】本题考查二次根式的混合运算，零指数幂，正确计算是解题的关键.

20. 【答案】(1) 1　　(2) $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 利用同分母分式的计算方法解题；

(2) 先把分式化简，代入数值计算解题.

【小问 1 详解】

解：$\frac{m+1}{m-1}-\frac{2}{m-1}=\frac{m+1-2}{m-1}=\frac{m-1}{m-1}=1$

【小问 2 详解】

解：$\left(\frac{a^2+b^2}{a}-2b\right)\div\frac{2(a-b)}{a}=\left(\frac{a^2+b^2-2ab}{a}\right)\cdot\frac{a}{2(a-b)}=\frac{(a-b)^2}{a}\cdot\frac{a}{2(a-b)}=\frac{a-b}{2}$

$\because a-b=2\sqrt{3}$

$\therefore$原式$=\frac{a-b}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

【点睛】本题考查分式的化简，能利用法则计算是解题的关键.

21. 【答案】(1) $x=-1$

(2) $x=1$

【解析】

【分析】(1) 先将分式方程化为整式方程，求出解后进行检验即可；

(2) 先将分式方程化为整式方程，求出解后进行检验即可.

【小问 1 详解】

解：$\frac{2}{x-1}=\frac{1}{x}$，

$2x=x-1$，

$x=-1$，

检验：当$x=-1$时，$x(x-1)\neq 0$，

$\therefore$原分式方程的解为$x=-1$.

【小问 2 详解】

解：$\frac{1}{2x-4}-\frac{x}{x-2}=\frac{1}{2}$，

$\frac{1}{2(x-2)}-\frac{x}{x-2}=\frac{1}{2}$，

$1-2x=x-2$，

$-2x-x=-2-1$，

$-3x=-3$，

$x=1$，

检验：当$x=1$时，$2(x-2)\neq 0$，

$\therefore$原分式方程的解为$x=1$.

【点睛】本题考查解分式方程，解题的关键是求出解后要进行检验.

22. 【答案】见解析

【解析】

【分析】由角平分线的定义可得$\angle BAC=\angle DAC$，然后再证明$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，最后根据全等三角形的性质即可解答.

【详解】证明：$\because$ AC 是$\angle BAD$的平分线，

$\therefore\angle BAC=\angle DAC$.

在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases}\angle B=\angle D\\ \angle BAC=\angle DAC\\ AC=AC\end{cases}$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle ADC$.

$\therefore AB=AD$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，根据题意证得$\triangle ABC\cong\triangle ADC$是解答本题的关键.

23. 【答案】40 件

【解析】

【分析】根据题意，设 B 型机器人每小时搬运 x 件产品，那么 A 型机器人每小时搬运$(x+20)$件产品，然后列出分式方程，解分式方程即可.

【详解】解：设 B 型机器人每小时搬运 x 件产品，那么 A 型机器人每小时搬运$(x+20)$件产品.

根据题意列方程，得$\frac{600}{x+20}=\frac{400}{x}$

解得：$x=40$

经检验：$x=40$是原分式方程的解，且符合实际意义.

答：B 型机器人每小时搬运 40 件产品.

【点睛】本题主要考查分式方程的应用，解题的关键是熟练掌握列分式方程解应用题的一般步骤，即①根据题意找出等量关系，②列出方程，③解出分式方程，④检验，⑤作答．注意：分式方程的解必须检验．

24. 【答案】$AE=DF$， $AE\,/\!/\,DF$，证明见解析

【解析】

【分析】根据已知条件可证$\triangle AEC\cong\triangle DFB$，由全等三角形的性质可得：$AE=DF$， $\angle EAC=\angle FDB$.，进而得到$AE\,/\!/\,DF$．

【详解】解：$AE=DF$， $AE\,/\!/\,DF$，证明如下：

$\because AB=DC$，

$\therefore AB+BC=DC+CB$．

$\therefore AC=DB$．

$\triangle AEC$和$\triangle DFB$中，

$$\begin{cases} AC=DB \\ \angle ECA=\angle FBD \\ EC=FB \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEC\cong\triangle DFB$．

$\therefore AE=DF$， $\angle EAC=\angle FDB$．

$\therefore AE\,/\!/\,DF$．

【点睛】本题主要考查了平行线的性质判定、全等三角形的判定和性质等知识点，根据已知条件证得$\triangle AEC\cong\triangle DFB$是解答本题的关键．

25. 【答案】(1) 第二步，去分母，利用同分母分数相加减法则，分母不变，分子相加减

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 小明的解答从第二步开始出现错误，错误的原因是去分母；

(2) 根据分式的混合运算顺序和运算法则化简可得．

【小问1详解】

请你帮助小明分析错误原因，并加以改正．

小明的解答从第二步开始出现错误，错误的原因是去分母；

正确的解题思路是利用同分母分数相加减法则，分母不变，分子相加减．

故答案为：第二步，去分母，利用同分母分数相加减法则，分母不变，分子相加减；

【小问2详解】

解：$\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{x+9}{x^2-9}=\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{x+9}{(x+3)(x-3)}=\dfrac{x-3+x+9}{(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{2x+6}{(x+3)(x-3)}=\dfrac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)}=\dfrac{2}{x-3}$

【点睛】本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

26.【答案】$\frac{73}{6}$

【解析】

【分析】设绳子 $AC=x$，则 $AB=x-3$，然后根据勾股定理列方程求解即可.

【详解】解：设绳子 $AC=x$，则 $AB=x-3$.

由勾股定理，得 $(x-3)^2+8^2=x^2$.

解得：$x=\frac{73}{6}$.

答：绳子 AC 的长为 $\frac{73}{6}$.

【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用，根据勾股定理列出方程是解答本题的关键.

27.【答案】(1) 图见解析，$45°$

(2) $EF^2+FC^2=2BC^2$，证明见解析

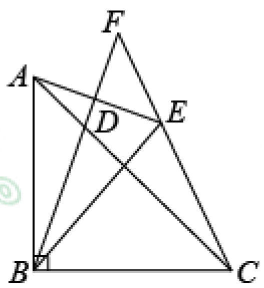
【解析】

【分析】(1) 画出图形后连接 BE，根据对称性可得 $AB=BE=BC$，分别求出 $\angle FCB$、$\angle FBC$ 利用三角形内角和求解即可.

(2) 连接 AF，BE，证出 $\angle AFE=90°$，在 Rt$\triangle ABC$ 中，利用由勾股定理得，$AC=\sqrt{2}BC$，在 Rt$\triangle AFC$ 中，利用由勾股定理得，$AF^2+FC^2=AC^2$，进行代换即可得出线段 FC，EF，BC 之间的数量关系是：$EF^2+FC^2=2BC^2$.

【小问 1 详解】

解：延长 BD，关于 BD 作 A 点的对称点 E，连接 CE 和 BD 延长线交于 F 点，如下图，



连接 BE，

$\because A$ 点、E 点关于 BD 对称，

$\therefore BF$ 是 AE 的中垂线，

$\therefore AB=BE$，

$\because \angle ABD=\alpha$，$\alpha=20°$，

$\therefore \angle ABD=\angle FBE=20°$，

$\therefore \angle AEB=(180°-2\times20°)\div2=70°$，

$\because AB = BC$，

$\therefore BC = BE$，

$\because \angle ABC = 90°$，

$\therefore \angle EBC = 90° - 40° = 50°$，

$\therefore \angle ECB = (180° - 50°) \div 2 = 65°$，

$\therefore \angle FBC = \angle FBE + \angle EBC = 20° + 50° = 70°$，

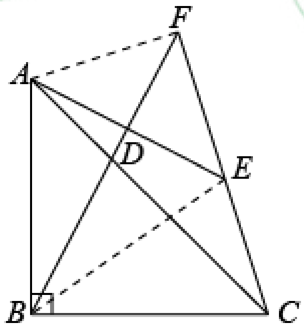
$\therefore \angle BFC = 180° - \angle FBC - \angle FCB = 180° - 70° - 65° = 45°$，

$\therefore \angle BFC = 45°$.

【小问 2 详解】

猜想线段 FC，EF，BC 之间的数量关系是：$EF^2 + FC^2 = 2BC^2$.

证明：连接 AF，BE.



$\because$ 点 E 和点 A 关于 BD 对称，

$\therefore AF = EF$，$AB = BE$，$\angle AFB = \angle EFB$，$\angle ABF = \angle EBF = \alpha$，

$\because \angle ABC = 90°$，

$\therefore \angle EBC = 90° - 2\alpha$，

$\because AB = BC$，$AB = BE$，

$\therefore BC = BE$，

$\therefore \angle BEC = \angle BCE = 45° + \alpha$，

$\because \angle BEC = \angle FBE + \angle BFE$，$\angle FBE = \alpha$，

$\therefore \angle BFE = 45°$，

$\therefore \angle AFE = 90°$，

在 Rt△ABC 中，由勾股定理得，$AC = \sqrt{2}BC$，

在 Rt△AFC 中，由勾股定理得，$AF^2 + FC^2 = AC^2$，

$\therefore EF^2 + FC^2 = \left(\sqrt{2}BC\right)^2$，

$\therefore EF^2 + FC^2 = 2BC^2$.

【点睛】本题考查对称的性质、线段平分线的性质及等腰三角形的判定与性质、对称轴垂直平分对称点的

连线、线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等，熟练掌握勾股定理是解题关键.

28.【答案】（1）$\sqrt{29}$

（2）$x \geq 2$ 或 $x \leq 2-2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】（1）根据直角三角形中,斜边最长，判定点 D 到图形 $\triangle ABC$ 的最距离是 DA，根据勾股定理计算即可.

（2）分线段 EF 在原点的左侧和右侧两种情形计算.

【小问 1 详解】

连接，DA，根据直角三角形中斜边最长，

所以点 D 到图形 $\triangle ABC$ 的最距离是 DA，

因为点 B，C 在数轴上表示的数分别为 0，2，$AB \perp BC$ 于点 B，且 $AB = BC$，点 D 在数轴上表示的数为 5，

所以 $AB = BC = 2, OD = 5$，

所以 $DA = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$，

所以 d（点 D，$\triangle ABC$）为 $\sqrt{29}$.

【小问 2 详解】

当线段 EF 在原点的左侧时，

因为点 E，F 在数轴上表示的数分别是 x，$x+2$，

所以 d（线段 EF，$\triangle ABC$）$\geq 2\sqrt{5}$ 时，

得到 $EC \geqslant 2\sqrt{5}$，

所以 $2 - x \geqslant 2\sqrt{5}$，

解得 $x \leq 2-2\sqrt{5}$；

当线段 EF 在原点的右侧时，

因为点 E，F 在数轴上表示的数分别是 x，$x+2$，

所以 d（线段 EF，$\triangle ABC$）$\geq 2\sqrt{5}$ 时，

得到 $FA \geqslant 2\sqrt{5}$，

所以 $2^2 + (x+2)^2 \geqslant (2\sqrt{5})^2$，

解得 $x \geq 2$，$x \leq -6$（舍去）;

综上所述，x 的取值范围 $x \geq 2$ 或 $x \leq 2-2\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了新定义问题，正确理解新定义的内涵是解题的关键.