2021北京西城初三（上）期末

数　　学

2021.1

考生须知	1.本试卷共6页，共三道大题，25道小题。满分100分。考试时间120分钟。
	2.在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。
	3.试题答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4.在答题卡上，选择题、作图题用2*B*铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5.考试结束时，将本试卷、答题卡一并交回。

一、选择题(本题共24分，每小题3分)

第1~8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.在抛物线 $y=x2-4x-5$.上的一个点的坐标为

A.(0,-4)　　B.(2,0)　　C.(1,0)　　D.(-1,0)

2.在半径为6*cm*的圆中，60°的圆心角所对弧的弧长是

A.π cm　　B.2π cm　　C.3π cm　　D.6π cm

3.将抛物线 $y=x^2$ 先向右平移3个单位长度，再向上平移5个单位长度，所得抛物线的解析式为

A. $y=(x+3)^2+5$ B. $y=(x-3)^2+5$

C. $y=(x+5)^3+3$ D. $y=(x-5)^2+3$

4.2020年是紫禁城建成600年暨故宫博物院成立95周年，在此之前有多个国家曾发行过紫禁城元素的邮品图1所示的摩纳哥发行的小型张中的图案，以敞开的紫禁城大门和大门内的石狮和太和殿作为邮票和小型张的边饰，如果标记出图1中大门的门框并画出相关的几何图形（图2），我们发现设计师巧妙地使用了数学元素（忽略误差），图2中的四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 是位似图形，点0是位似中心，点 A' 是线段 OA 的中点，那么以下结论正确的是：

A.四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的相似比为1:1

B.四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的相似比为1:2

C.四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的周长比为3:1

D.四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的面积比为4:1

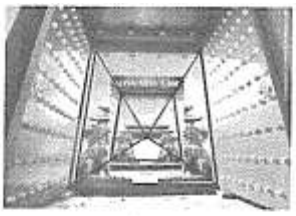


图 1

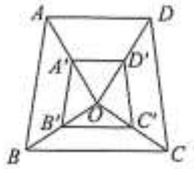
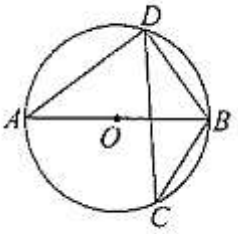


图 2

5.如图，AB 是⊙O 的直径，CD 是弦，若∠CDB＝32°，则∠ABC 等于

A. 68°　　B. 64°　　C. 58°　　D. 32°



6.若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ 经过 $A(1，0)$，$B(3，0)$两点，则抛物线的对称轴为

A. $x=1$　　B. $x=2$　　C. $x=3$　　D. $x=4$

7.近年来我国无人机产业迅猛发展，无人机驾驶员已正式成为国家认可的新职业，中国民用航空局的现有统计数据显示，从 2017 年底至 2019 年底，全国拥有民航局颁发的民用无人机驾驶执照的人数已由约 2.44 万人增加到约 6.72 万人. 若设 2017 年底至 2019 年底，全国拥有民用无人机驾驶执照人数的年平均增长率为 x，则可列出关于 x 的方程为

A. $2.44(1+x)=6.72$　　B. $2.44(1+2x)=6.72$

C. $2.44(1+x)^2=6.72$　　D. $2.44(1-x)^2=6.72$

8.现有函数 $y=\begin{cases}x+4\left(x<a\right)\\x^2-2x\left(x\geq a\right)\end{cases}$ 如果对于任意的实数 n，都存在实数 m，使得当 $x=m$ 时，$y=n$，那么实数 a 的取值范围是

A. $-5\leq a\leq4$　　B. $-1\leq a\leq4$

C. $-4\leq a\leq1$　　D. $-4\leq a\leq5$

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9.若正六边形的边长为 2，则它的半径为___________。

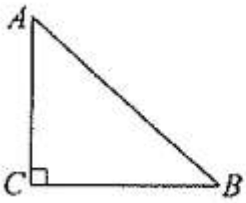
10.若抛物线 $y=ax^2$（a#0）经过 $A(1，3)$，则该抛物线的解析式为___________。

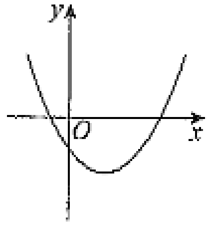
11.如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，∠C＝90°，AC＝6，AB＝9，则 $\sin B$＝________.

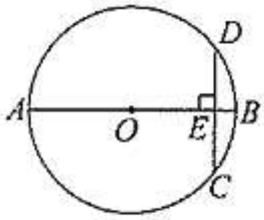
12.若抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a＋0）的示意图如图所示，则 a_____0，b______0，c____0（填“＞”，“＝”或“＜”）

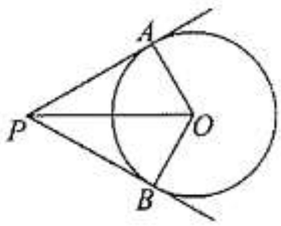
13.如图，AB 为 O0 的直径，AB＝10，CD 是弦，$AB\perp CD$ 于点 E，若 CD＝6，则 EB＝______.

14.如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，A，B 为切点，若 OA＝2，∠APB＝60°，则 PB＝_______.





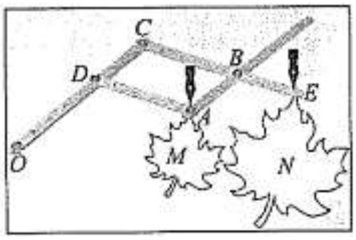




15.放缩尺是一种绘图工具，它能把图形放大或缩小.

制作：把钻有若干等距小孔的四根直尺用螺栓分别在点 A，B，C，D 处连接起来，使得直尺可以绕着这些点转动，O 为固定点，$OD=DA=CB$，$DC=AB=BE$，在点 A，E 处分别装上画笔.

画图：现有一图形 M，画图时固定点 O，控制点 A 处的笔尖沿图形 M 的轮廓线移动，此时点 E 处的画笔便画出了将图形 M 放大后的图形 N.



原理：

若连接 OA，OE，可证得以下结论：

①△ODA 和△OCE 为等腰三角形，

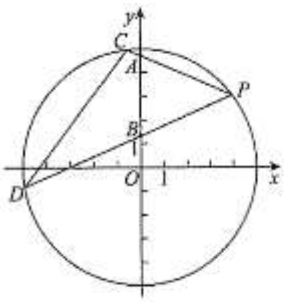
则$\angle DOA=\frac{1}{2}(180°-\angle ODA)$，$\angle COE=\frac{1}{2}(180°-\angle$_______$)$；

②四边形 $ABCD$ 为平行四边形(理由是_______)；

③$\angle DOA=\angle COE$，于是可得 O，A，E 三点在一条直线上；

④当$\frac{DC}{CB}=\frac{3}{5}$时，图形 N 是以点 O 为位似中心，把图形 M 放大为原来的______倍得到的.

16.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$P(4，3)$，⊙O 经过点 P.点 A，点 B 在 y 轴上，$PA=PB$，延长 PA，PB 分别交⊙O 于点 C，点 D，设直线 CD 与 x 轴正方向所夹的锐角为 α.



（1）⊙O 的半径为________；

（2）$\tan\alpha=$__________。

三、解答题（本题共 52 分，第 17、18、20~22 题每小题 5 分，第 19 题 6 分，第 23~25 题每小题 7 分）

17.计算：$2sin60°-tan45°+cos-30°$.

18.已知关于 x 的方程 $x^2+2x+k-4=0$.

（1）如果方程有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围；

（2）若 $k=1$，求该方程的根.

19.借助网格画图并说理：

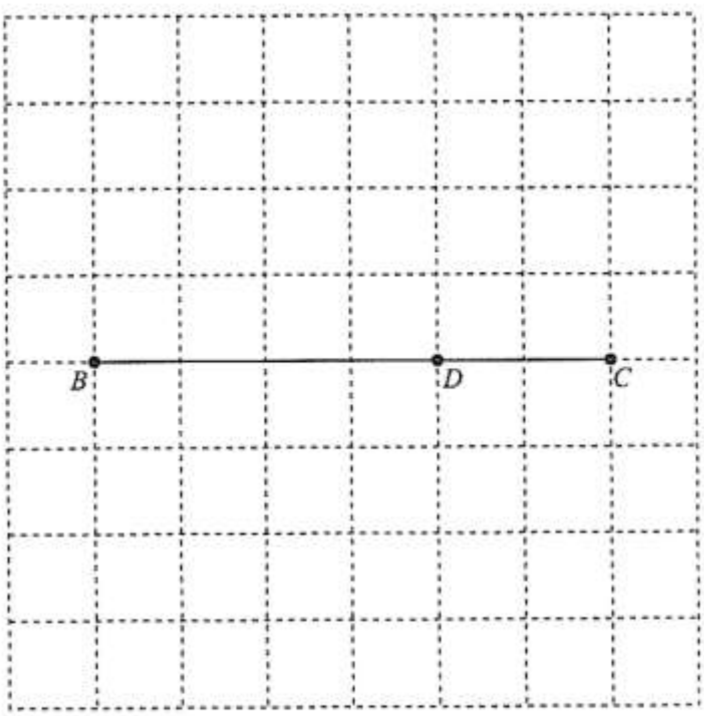
如图所示的网格是正方形网格，$\triangle ABC$ 的三个顶点是网格线的交点，点 A 在 BC 边的上方，$AD\perp BC$ 于点 D，$BD=4$，$CD=2$，$AD=3$。以 BC 为直径作⊙O，射线 DA 交⊙O 于点 E，连接 BE，CE.

（1）补全图形；

（2）填空：$\angle BEC=$_________°，理由是______；

（3）判断点 A 与⊙O 的位置关系并说明理由；

（4）$\angle BAC$_______$\angle BEC$（填“＞”，“＝”或“＜”）.

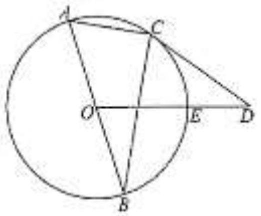


20.二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象经过（3，0）点，当 $x=1$ 时，函数的最小值为－4.

（1）求该二次函数的解析式并画出它的图象；

（2）直线 $x=m$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）和直线 $y=x-3$ 的交点分别为点 C，点 D，点 C 位于点 D 的上方，结合函数的图象直接写出 m 的取值范围.

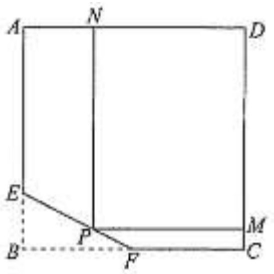
21.如图，AB 为 00 的直径，AC 为弦，点 D 在⊙O 外，$\angle BCD=\angle A$，OD 交⊙O 于点 E.



（1）求证：CD 是⊙O 的切线；

（2）若 $CD=4$，$AC=2.7$，$\cos\angle BCD=\dfrac{9}{20}$，求 DE 的长.

22.如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 在 AB 边上，$BE=1$，F 为 BC 边的中点.将正方形截去一个角后得到一个五边形 $AEFCD$，点 P 在线段 EF.上运动（点 P 可与点 E，点 F 重合），作矩形 $PMDN$，其中 M，N 两点分别在 CD，AD 边上.



设 $CM=x$，矩形 $PMDN$ 的面积为 S.

（1）$DM=$______（用含 x 的式子表示），x 的取值范围是______；

（2）求 S 与 x 的函数关系式；

（3）要使矩形 $PMDN$ 的面积最大，点 P 应在何处？并求最大 EL 面积.

23.已知抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2+x$.

（1）直接写出该抛物线的对称轴，以及抛物线与 y 轴的交点坐标；

（2）已知该抛物线经过 $A(3n+4,y_1)$，$B(2n-1,y_2)$ 两点.

①若 $n<-5$，判断 y_1 与 y_2 的大小关系并说明理由；

②若 A，B 两点在抛物线的对称轴两侧，且 $y_1>y_2$，直接写出 n 的取值范围.

24.在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB$＝90°，$\angle ABC$＝30°，$BC=\sqrt{3}$.将△ABC 绕点 B 顺时针旋转 α（0°＜α≤120°）得到△$A'BC'$，点 A，点 C 旋转后的对应点分别为点 A'，点 C'.

（1）如图 1，当点 C'恰好为线段 AA'的中点时，a＝________°，AA'＝_______；

（2）当线段 AA'与线段 CC'有交点时，记交点为点 D.

①在图 2 中补全图形，猜想线段 AD 与 $A'D$ 的数量关系并加以证明；

②连接 BD，请直接写出 BD 的长的取值范围.

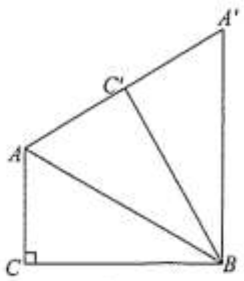


图 1

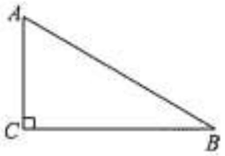


图 2

c

25.对于平面内的图形 G_1 和图形 G_2，记平面内一点 P 到图形 G_1 上各点的最短距离为 d，点 P 到图形 G_2 上各点的最短距离为 d_2 若 $d_1=d_2$，就称点 P 是图形 G_1 和图形 G_2 的一个“等距点”.

在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A（6，0），B（0，$2\sqrt{3}$）.

（1）在 R（3，0），S（2，0），T（1，$\sqrt{3}$）三点中，点 A 和点 B 的等距点是______；

（2）已知直线 $y=-2$.

①若点 A 和直线 $y=-2$ 的等距点在 x 轴上，则该等距点的坐标为______；

②若直线 $y=a$ 上存在点 A 和直线 $y=-2$ 的等距点，求实数 a 的取值范围；

（3）记直线 AB 为直线 l_1，直线 l_2：$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，以原点 O 为圆心作半径为 r 的⊙O.若⊙O 上有 m 个直线 l_1 和直线 l_2 的等距点，以及 n 个直线 l_1 和 y 轴的等距点（$m\neq0$，$n\neq0$），当 $m\neq n$ 时，求 r 的取值范围.

2021 北京西城初三（上）期末数学

参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	B	D	C	B	C	A

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 2. 10. $y=3x^2$. 11. $\frac{2}{3}$ 12. >，<，<. 13. 1. 14. $2\sqrt{3}$.

15. OCE；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；$\frac{8}{5}$.

16.（1）5（1 分）；（2）$\frac{4}{3}$（2 分）.

三、解答题（本题共 52 分，第 17、18、20~22 题每小题 5 分，第 19 题 6 分，第 23~25 题每小题 7 分）

17.解：$2\sin60°-\tan45°+\cos^2 30°$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ……………………………………………………………3 分

$=\sqrt{3}-1+\frac{3}{4}$

$=\sqrt{3}-\frac{1}{4}$. ……………………………………………………………………………………5 分

18.解：（1）$\triangle=2^2-4\times1\times(k-4)$ ……………………………………………………………… 1 分

$=20-4k$.

∵ 方程有两个不相等的实数根，

∴ $\triangle>0$. ………………………………………………………………………………… 2 分

解得 $k<5$。 ………………………………………………………………………………… 3 分

（2）当 $k=1$ 时，原方程化为 $x^2+2x-3=0$.

19.解：（1）补全图形见图 1. ………………………………………………………………………… 1 分

（2）90，直径所对的圆周角是直角……………………………………………………… 3 分

（3）点 A 在⊙O 外.

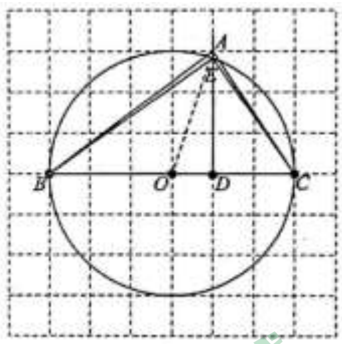


图 1

理由如下：连接 OA.

∵ $BD=4$，$CD=2$，

∴ $BC=BD+CD=6$，$r=\dfrac{BC}{2}=3$.

∵ $AD\perp BC$，

∴ $\angle ODA=90°$

在 Rt△AOD 中，$AD=3$，$OD=BD-OB=1$，

∴ $OA=\sqrt{OD^2+AD^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

∵ $\sqrt{10}>3$，

∴ $OA>r$. …………………………………………………………………… 4 分

∴ 点 A 在⊙O 外…………………………………………………………… 5 分

（4）$\angle BAC$ _$<$_ $\angle BEC$. …………………………………………………… 6 分

20.解：（1）∵ 当 $x=1$ 时，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的最小值为 -4，

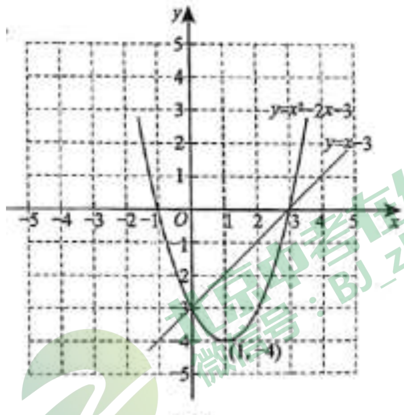


图 2

∴ 二次函数的图象的顶点为（1，-4）.

∴ 二次函数的解析式可设为

$y=a(x-1)^2-4$（$a\neq0$）.

∵ 二次函数的图象经过（3，0）点，

∴ $a(3-1)^2-4=0$.

解得 $a=1$.

∴ 该二次函数的解析式为

$y=(x-1)^2-4$. …………………………………………………………………… 3 分

画图象见图 2. …………………………………………………………………… 5 分

（2）$m<0$ 或 $m>3$. …………………………………………………………………… 5 分

21.（1）证明：如图 3，连按 OC.

∵ AB 为⊙O 的直径，AC 为弦，

∴ $\angle ACB=90°$，$\angle 1+C2=90°$.

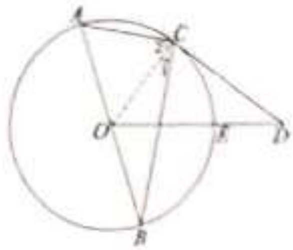


图 3

∵ $OA=OC$，

∴ $\angle 2=\angle A$.

∵ $\angle BCD=\angle A$，

∴ $\angle 2=\angle BCD$.

∴ $\angle 1+\angle BCD=90°$.

∴ $\angle OCD=90°$.

∴ $CD\perp OC$. ………………………………………………………………………2 分

∵ OC 为⊙O 的半径，

∴ CD 是⊙O 的切线，……………………………………………………………3 分

（2）解：∵ $\angle BCD=\angle A$，$\cos\angle BCD=\dfrac{9}{20}$

∴ $\cos A=\cos\angle BCD=\dfrac{9}{20}$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=2.7$，$\cos A=\dfrac{9}{20}$.

∴ $AB=\dfrac{AC}{\cos A}=2.7\div\dfrac{9}{20}=6$.

∴ $OC=OE=\dfrac{AB}{2}=3$.

在 $Rt\triangle OCD$ 中，$\angle OCD=90°$，$OC=3$，$CD=4$，

∴ $OD=\sqrt{OC^2+CD^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

∴ $DE=OD-OE=5-3=2$ ……………………………………………………………5 分

22.解：如图 4.

（1）$4-x$，$0\le x\le 1$ ……………………………2 分

（2）可得 $DN=PM=2x+2$.

$S=DM\cdot DN=(4-x)(2x+2)=-2x^2+6x+8$，

其中 $0\le x\le 1$. ……………………………………3 分

（3）∵ 此抛物线开口向下，对称轴为 $x=\dfrac{3}{2}$，

∴ 当 $x< x=\dfrac{3}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大.

∵ x 的取值范围为 $0\le x\le 1$，

∴ 当 $x=1$ 时，矩形 $PMDN$ 的面积最大，此时点 P 与点 E 重合，此时最大面积为 12，…………………………………………………………………………5 分

23.解：（1）$x=1$，$(0,0)$ …………………………………………………………………………2 分

（2）$x_A-x_B=(3n+4)-(2n-1)=n+5$,

$x_A-1=(3n+4)-1=3n+3=3(n+1)$,

$x_B-1=(2n-1)-1=2n-2=2(n-1)$.

①当 $n<-5$ 时，$x_A-1<0$，$x_B-1<0$，$x_A-x_B<0$.

∴ A，B 两点都在抛物线的对称轴 $x=1$ 的左侧，且 $x_A<x_B$ …………………4 分

∵ 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+x$ 开口向下，

∴ 在抛物线的对称轴 $x=1$ 的左侧，y 随 x 的增大而增大.

∴ $y_1<y_2$ ……………………………………………………………………………5 分

② $-1<n<-\frac{1}{5}$ ……………………………………………………………………7 分

24.解：（1）60，2 ……………………………………………………………………………2 分

（2）①补全图形见图 5 …………………………………………………………………3 分

$AD=A'D$.

证明如下：

如图 5，过点 A 作 $A'C'$的平行线，交 CC'于点 E，记∠1＝β.

∵ 将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 α 得到 $Rt\triangle A'BC'$，

∴ $\angle A'C'B=\angle ACB=90°$，$A'C'=AC$，$BC'=BC$.

∴ $\angle 2=\angle 1=\beta$.

∴ $\angle 3=\angle ACB-\angle 1=90°-\beta$，$\angle A'C'D=\angle A'C'B+\angle 2=90°+\beta$.

∵ $AE//A'C'$

∴ $\angle AED=\angle A'C'D=90°+\beta$.

∴ $\angle 4=180°-\angle AED=180°-(90°+\beta)=90°-\beta$.

∴ $\angle 3=\angle 4$.

∴ $AE=AC$.

∴ $AE=A'C'$.

在△ADE和△$A'DC'$中，

$$\begin{cases}\angle ADE=\angle A'DC',\\ \angle AED=\angle A'C'D,\\ AE=A'C',\end{cases}$$

∴ △ADE≌△$A'DC'$ .... 4 分

∴ $AD=A'D$. .... 5 分

证法不唯一

②$1\leq BD\leq\sqrt{3}$. .... 7 分

25.解：（1）S（2，0） .... 1 分

（2）①（4，0）或（8，0） .... 3 分

②如图 6，设直线 $y=a$ 上的点 Q 为点 A 相直线 $y=-2$ 的等距点，连接 QA，过点 Q 作直线 $y=-2$ 的垂线，垂足为点 C.

∵ 点 Q 为点 A 和直线 $y=-2$ 的等距点，

∴ $QA=QC$.

∴ $QA^2=QC^2$

∵ 点 Q 在直线 $y=a$ 上，

∴ 可设点 Q 的坐标为 Q（x，a）.

∴ $(x-6)^2+a^2=[a-(-2)]^2$.

整理得 $x^2-12x+32-4a=0$.

由题意得关于 x 的方程 $x^2-12x+32-4a=0$ 有实数根.

∴ $\triangle=(-12)^2-4\times1\times(32-4a)=16(a+1)\geq0$.

解得 $a\geq-1$. .... 5 分

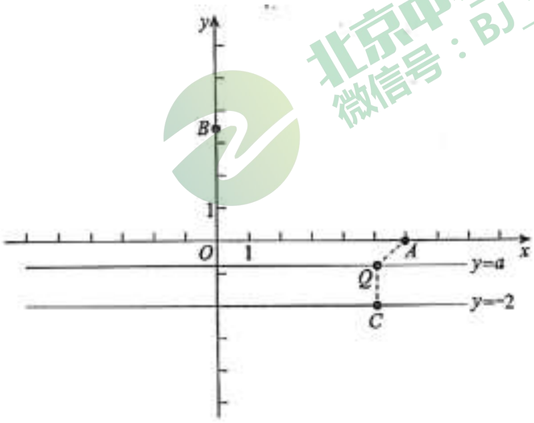


图 6

（3）如图 7.

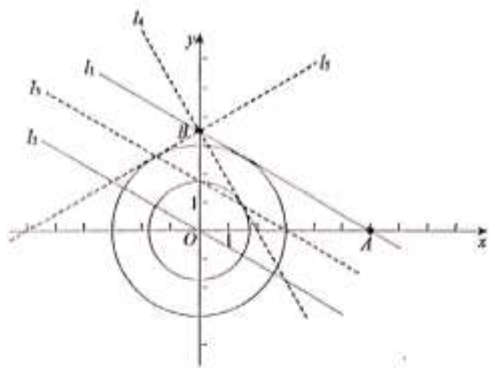


图 7

图 7

直线 l_1 和直线 l_2 的等距点在直线 l_3： $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ 上.

直线 l_1 和 y 轴的等距点在直线 l_4： $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 或 l_5： $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$ 上.

由题意得 $r=\sqrt{3}$ 或 $r\geq 3$ ………………………………………………………………… 7 分