

2019-2020 学年度北京四中八年级上学期期中 数学试卷



考试时间为 100 分钟 试卷满分为 120 分

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

(A 卷共 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1、剪纸是中华优秀传统文化中的一项瑰宝, 下列剪纸图案中不是轴对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

2、某种流感病毒的直径在 0.00 000 012 米左右, 将 0.00 000 012 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.12×10^{-6} B. 12×10^{-8} C. 1.2×10^{-6} D. 1.2×10^{-7}

3、点 $(-2, 3)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(2, -3)$ B. $(2, 3)$ C. $(-2, -3)$ D. $(3, -2)$

4、下列约分正确的是 ()

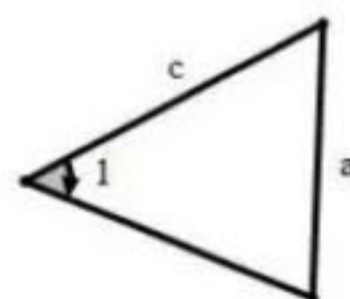
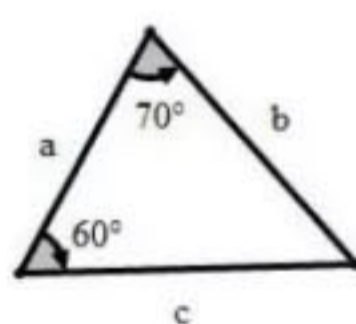
- A. $\frac{m^6}{m^3} = m^2$ B. $\frac{b+c}{a+c} = \frac{b}{a}$ C. $\frac{x^2-y^2}{x-y} = x+y$ D. $\frac{x+y}{y} = y$

5、下列各式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

- A. $4x^2-1 = (2x+1)(2x-1)$ B. $a(x+y+1) = ax+ay+a$
 B. $(x+3y)(x-3y) = x^2-9y^2$ D. $a^2c-a^2b+1 = a^2(c-b)+1$

6、若右图中的两个三角形全等, 图中的字母表示三角形的边长, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()

- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°



7、使分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 3$ B. $x > 3$ C. $x < 3$ D. $x = 3$

8、计算 $(-\frac{2a}{b})^3$ 的结果是 ()

- A. $-\frac{2a^3}{b^3}$ B. $-\frac{6a^3}{b^3}$ C. $-\frac{8a^3}{b^3}$ D. $\frac{8a^3}{b^3}$

9、小米在用尺规作图作 $\triangle ABC$ 边 AC 上的高 BH ，作法如下：

①分别以点 D 、 E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧交于 F ；

②作射线 BF ，交边 AC 于点 H ；

③以 B 为圆心， BK 长为半径作弧，交直线 AC 于点 D 和 E ；

④取一点 K ，使 K 和 B 在 AC 的两侧；

所以， BH 就是所求作的高，其中顺序正确的作图步骤是（ ）

- A. ①②③④ B. ④③②① C. ②④③① D. ④③①②

10、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=40^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿着直线 l 折叠，点 C 落在点 D 的位置，则 $\angle 1 - \angle 2$ 的度数是（ ）

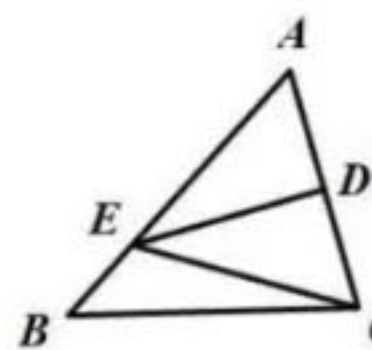
- A. 40° B. 80° C. 90° D. 140°

二、填空题（每题 3分，共 24分）

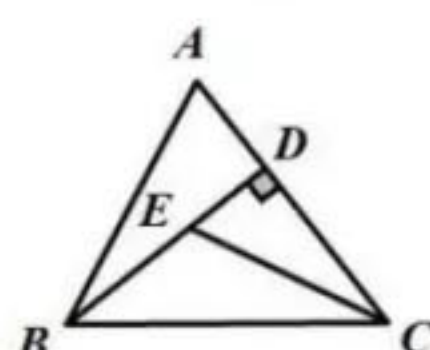
11、当 $x=$ _____时，分式 $\frac{x}{x-1}$ 值为0.

12、分解因式： $x^2y - 4y =$ _____.

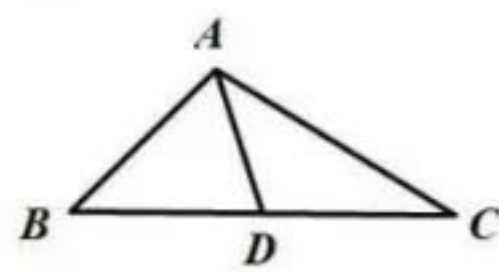
13、计算： $\frac{6x^2}{y} \cdot \frac{y}{x} =$ _____.



14 题图



15 题图



17 题图

14、如图， DE 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线，若 $BC=8$ ， $AB=10$ ，则 $\triangle EBC$ 的周长是_____.

15、如图，在 $\triangle ABC$ 中， BD 是边 AC 上的高， CE 平分 $\angle ACB$ ，交 BD 于点 E ， $DE=2$ ， $BC=5$ ，则 $\triangle BCE$ 的面积为_____.

16、化简分式 $\frac{3a-3b}{(a-b)^2}$ 的结果是_____.

17、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=5$ ，则 BC 边的中线 AD 的取值范围为_____.

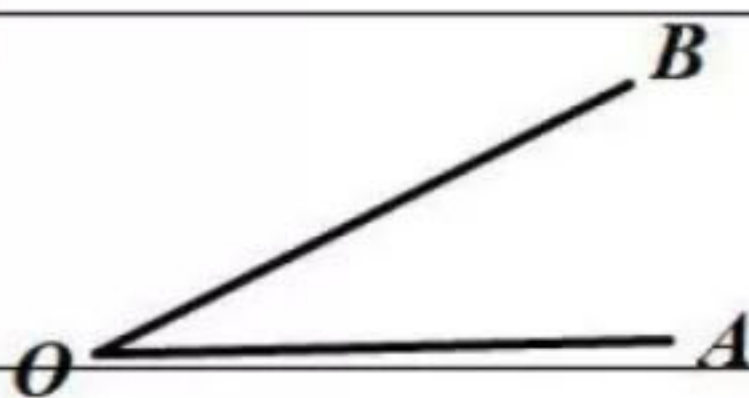
18、阅读下面材料：

在数学课上老师提出如下问题：

尺规作图：作 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

已知： $\angle AOB$.

求作： $\angle A'O'B' = \angle AOB$.



小米的做法如下：

如图：

(1) 作射线 $O'A'$ ；

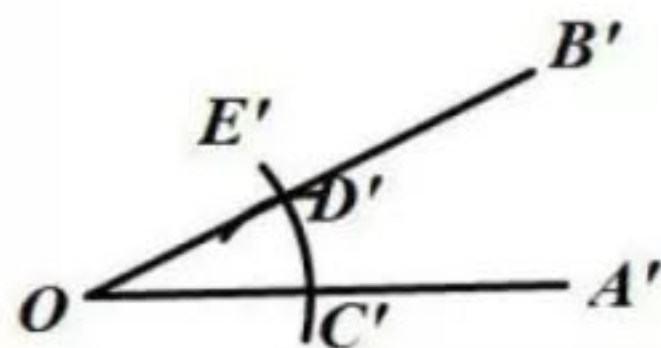
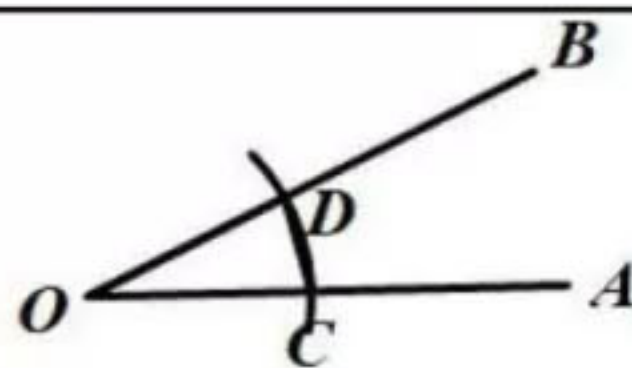
(2) 以点 O 为圆心，任意长为半径作弧，交 OA 于点 C ，交 OB 于点 D ；

(3) 以点 O' 为圆心， OC 为半径作弧 $C'E'$ ，交 $O'A'$ 于点 C' ；

(4) 以点 C' 为圆心， CD 为半径作弧，交弧 $C'E'$ 于 D' ；

(5) 过点 D' 作射线 $O'B'$ 。

所以 $\angle A'O'B'$ 就是所求作的角。



老师说：“小米的做法正确。”

请回答：小米的作图依据是_____.



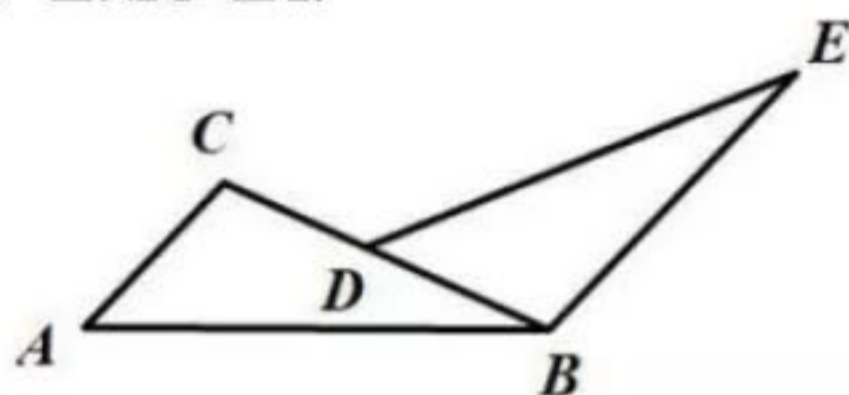
三、解答题（共 46 分，19 题 10 分，20 题-25 题每题各 6 分）

19、分解因式：

(1) $(a-b)^2 + 3(a-b)$

(2) $2ax^2 - 12ax + 18a$

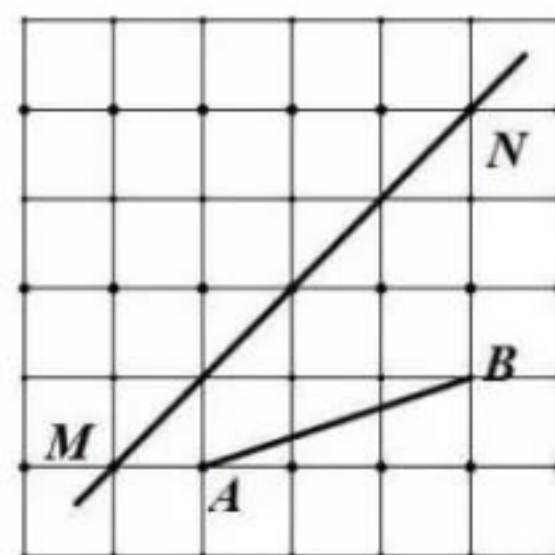
20、已知，如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 的 BC 边上， $AC \parallel BE$ ， $BC = BE$ ， $\angle ABC = \angle E$ 。
求证： $AB = DE$ 。



21、先化简，再求值： $\frac{a^2}{a^2-2a+1} \div (1 - \frac{1}{1-a})$ ，其中 $a = 2$ 。

22、解方程： $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{x+1}$ 。

23、如图，在每个小正方形的边长均为 1 个单位长度的方格纸中，有线段 AB 和直线 MN，点 A、B、M、N 均在小正方形的顶点上，在方格纸中画四边形 ABCD（四边形的各顶点均在小正方形的顶点上），使四边形 ABCD 是以直线 MN 为对称轴的轴对称图形，点 A 的对称点为点 D，点 B 的对称点为点 C。



24、列方程或列方程组解应用题.

老京张铁路是 1909 年由“中国铁路之父”詹天佑主持设计建造的中国第一条干线，铁路全程约 210 千米，用“人”字形铁轨辅助的方式解决了火车上山的问题. 京张铁路是 2022 年北京至张家口冬奥会的重点配套交通基础设施，全长约 175 千米，预计 2019 年底建成通车. 京张高铁的预设平均速度将是老京张铁路的 5 倍，可以提前 5 个小时到达，求京张高铁的平均速度.

25、在探究两个三角形满足两边和其中一边的对角对应相等 (“SSA”) 是否能判定两个三角形全等时，我们设计不同情形进行探究：

(1) 例如，当 $\angle B$ 是锐角时，如图 1， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E=90^\circ$ ，在射线 EM 上有点 D ，使 $DF=AC$ ，用尺规画出符合条件的点 D ，则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的关系是：

- A. 全等 B. 不全等 C. 不一定全等

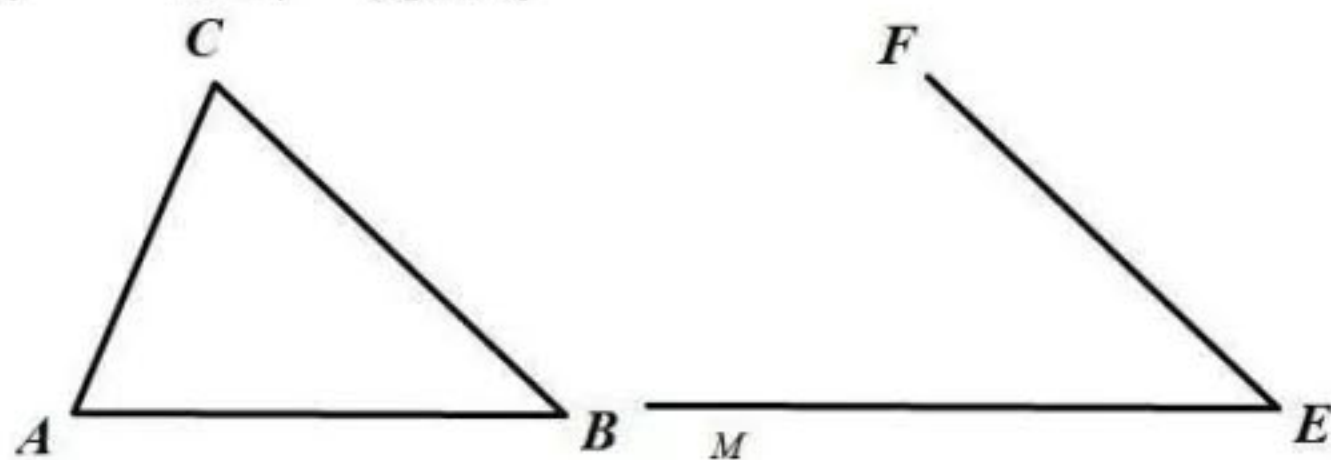
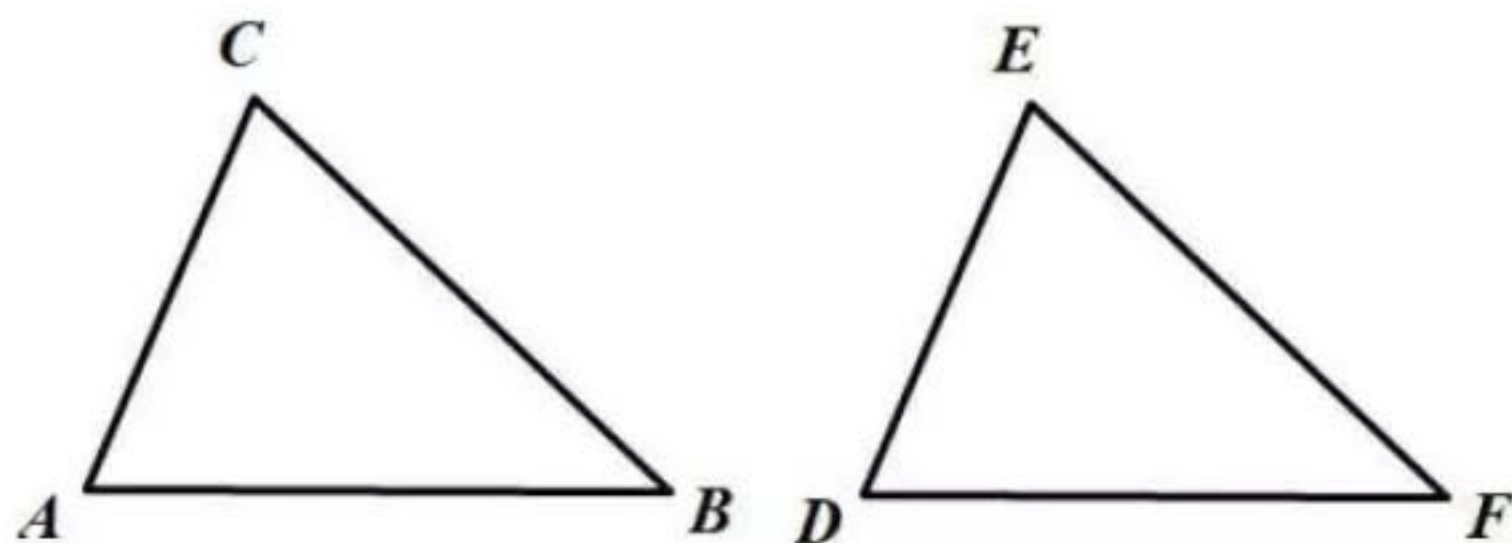


图 1

我们进一步发现如果能确定这两个三角形的形状，那么“SSA”是成立的.

(2) 例如，已知：如图，在锐角 $\triangle ABC$ 和锐角 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$.

求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



B卷(共20分)

1、(本题6分)学农期间我们完成了每日一题,进一步研究了角的平分线.工人师傅常用角尺平分一个任意角.作法如下:

如图, $\angle AOB$ 是一个任意角,在边 OA 、 OB 上分别取 $OM=ON$,移动角尺,使角尺两边相同的刻度分别与 M 、 N 重合.过角尺顶点 C 的射线 OC 便是 $\angle AOB$ 的平分线.我们发现利用 SSS 证明两个三角形全等,从而证明 $\angle AOC = \angle BOC$.

学习了轴对称的知识后,我们知道角是轴对称图形,角平分线所在直线就是它的对称轴,爱动脑筋的小慧同学利用轴对称图形的性质发现了一种画角平分线的方法.

方法如下:如图1,将两个全等的三角形纸片 $\triangle DEF$ 和 $\triangle MNL$ 的一组对应边分别与 $\angle AOB$ 的一边共线,同时这条边所对顶点落在 $\angle AOB$ 的另一条边上,则 $\triangle DEF$ 和 $\triangle MNL$ 的另一组对应边的交点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上.

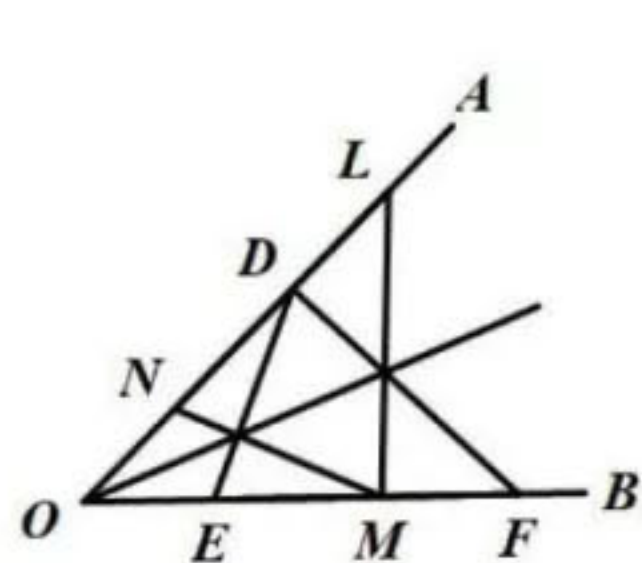
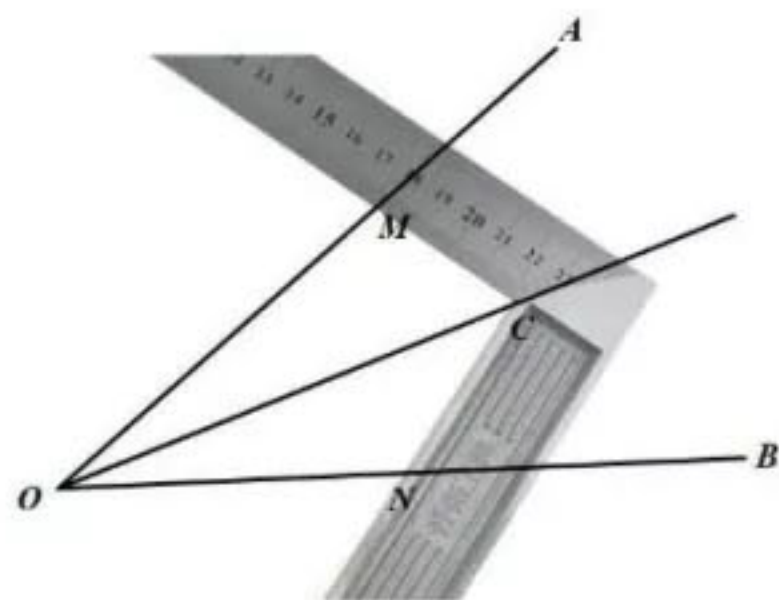


图1

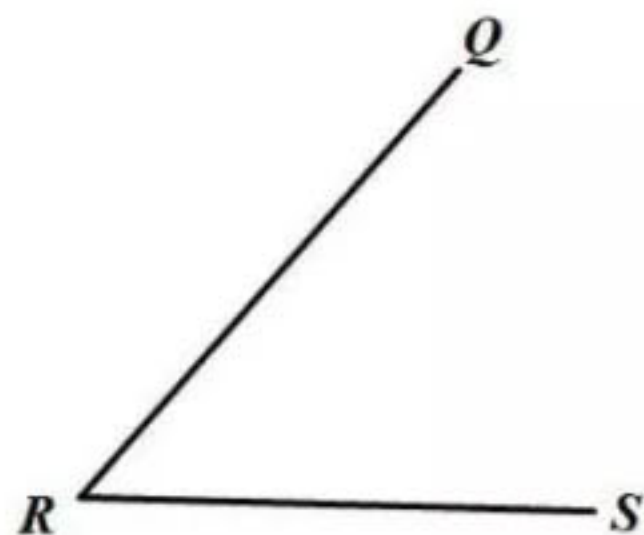


图2

(1) 小慧的做法正确吗?说明理由:

小旭说:利用轴对称的性质,我只用刻度尺就可以画角平分线.(提示:刻度尺可以度量出相等的线段)

(2) 请你和小旭一样,只用刻度尺画出图2中 $\angle QRS$ 的角平分线.(保留作图痕迹,不写作法)



2. (本题 7 分) 学农期间, 我们了解了任意有理数均可化为有限连分数, 例如: 把 3.21 化成连分数. 解: 整数分离: $3.21=3+0.21$

$$\text{小数化分数: } 3.21=3+\frac{21}{100}$$

$$\text{真分数部分化为分子是一的繁分数: } 3.21=3+\frac{1}{\frac{100}{21}}$$

此时, $\frac{100}{21}$ 是假分数, 重复以上步骤, 分离其整数部分, 将 $\frac{100}{21}$ 写成 $4+\frac{16}{21}$, 如此继续下去:

$$3.21=3+\frac{1}{\frac{100}{21}}=3+\frac{1}{4+\frac{16}{21}}=3+\frac{1}{4+\frac{1}{\frac{21}{16}}}=3+\frac{1}{4+\frac{1}{1+\frac{5}{16}}}=3+\frac{1}{4+\frac{1}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{5}}}}$$

$$\text{其实, 每个实数都可以写成连分数的形式: } a_0+\frac{1}{a_1+\frac{1}{a_2+\frac{1}{a_3+\dots}}}$$

其中 a_0, a_1, a_2, a_3

都是整数.

例如, 将无理数 $x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ 化成无限连分数的方法如下: 因为当 $x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ 时,

$$x^2=3x+1, \text{ 所以两边同时除以 } x, \text{ 得 } x=3+\frac{1}{x},$$

$$x^2=3x+1, \text{ 所以两边同时除以 } x, \text{ 得 } x=3+\frac{1}{x},$$

$$\text{所以 } x=3+\frac{1}{x}=3+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}=3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}}=3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{\dots}}}$$

$\sqrt{2}$ 化成无限连分数.

请你仿照上例完成下列填空, 将无理数

$$\text{设 } y=\sqrt{2}+1 \dots \textcircled{1}, \text{ 计算 } (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=\underline{\hspace{2cm}},$$

$$\frac{1}{y}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\underline{\hspace{2cm}},$$

$$\text{则 } y=\underline{\hspace{2cm}}+\frac{1}{y} \dots \textcircled{2},$$

由①②可得, $\sqrt{2} = a_0 + \frac{1}{y} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$, 则 $a_0 = \underline{\hspace{1cm}}$, $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$, $a_2 = \underline{\hspace{1cm}}$, $a_3 = \underline{\hspace{1cm}}$.

3、(本题 7 分) 已知: 如图, 直角 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle C=90^\circ$, $\angle CAB=\angle ABC=45^\circ$, 过点 B 作射线 $BD \perp AB$ 于 B , 点 P 为 BC 边上任一点, 在射线上取一点 Q , 使得 $PQ=AP$.

(1) 请依题意补全图形;

(2) 试判断 AP 和 PQ 的位置关系, 并加以证明.

