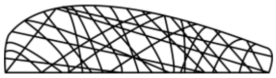
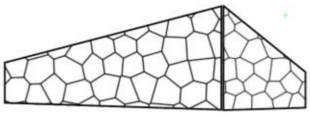
2022北京二十中初二12月月考
数　　学

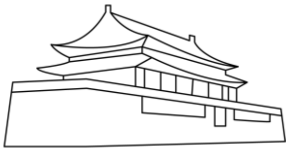
一、选择题（每小题3分，共24分）

1. 2022年，北京中轴线申遗进入加速阶段，北京中轴线北起钟鼓楼，南至永定门，贯穿老城南北，直线距离长约7.8公里，是我国现存最完整、最古老的中轴线．这条中轴线一路向北延伸，鸟巢、冰立方为这条古老的中轴线注入了新的生命力，它正向世界述说着这座千年古都的时代新貌，下列关于中轴线建筑的简笔画，其中是轴对称图形的是（　　）

A. 

B. 

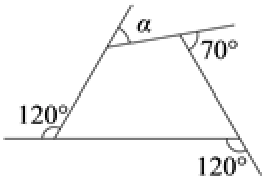
C. 

D. 

2. 若 x=-1，则下列分式值为0的是（　　）

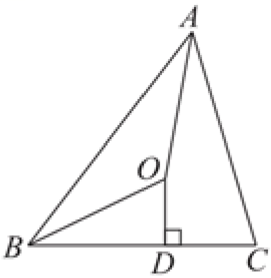
A. $\dfrac{1}{x-1}$　　B. $\dfrac{x}{x+1}$　　C. $\dfrac{x-1}{x}$　　D. $\dfrac{x^2-1}{x}$

3. 由图中所表示的已知角的度数，可知∠α的度数为（　　）



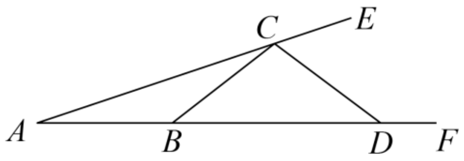
A. 80°　　B. 70°　　C. 60°　　D. 50°

4. 如图所示，点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，BO 平分 $\angle ABC, OD \perp BC$ 于点 D，连接 OA，若 $OD=5$，$AB=20$，则 $\triangle AOB$ 的面积是（　　）



A. 20　　B. 30　　C. 50　　D. 100

5. 如图，$\angle EAF$＝18°，$AB=BC=CD$，则 $\angle ECD$ 等于（　　）



A. 36°　　B. 54°　　C. 72°　　D. 108°

6. 下列因式分解正确的是（　　）

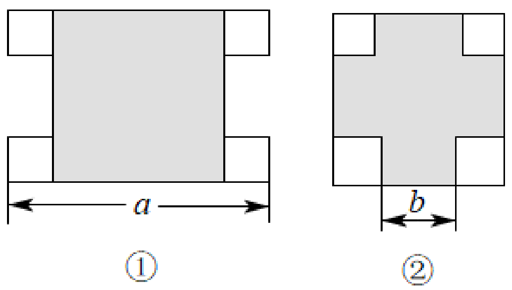
A. $100-25m^2=(10+5m)(10-5m)$　　B. $x^2-8x+16=(x+4)^2$

C. $x^2+x=x^2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$　　D. $1-16x^4=(1+4x^2)(1-2x)(1+2x)$

7. 下列运算正确的是（　　）

A. $\dfrac{x^6}{x^2}=x^3$　　B. $\dfrac{x^2+y^2}{x+y}=x+y$　　C. $\dfrac{x+3}{y+3}=\dfrac{x}{y}$　　D. $\dfrac{-x+y}{x-y}=-1$

8. 一个大正方形和四个全等的小正方形按图①、②两种方式摆放，则图②的大正方形中未被小正方形覆盖部分的面积是（　　）



A. $2ab$　　B. ab　　C. a^2-4b^2　　D. $(a-2b)^2$

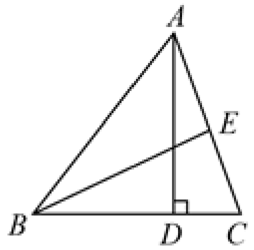
二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 使分式 $\dfrac{1}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_________.

10. 在数学课上，小明计算 $(x+2)(x-■)$ 时，已正确得出结果，但课后不小心将第二个括号中的常数染黑了，若结果中不含有一次项，则被染黑的常数为__________.

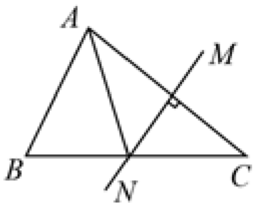
11. 若 $(s-t)^2=4$， $st=-1$，则 $s^2+t^2=$______.

12. 如图， $\triangle ABC$ 中 AD， BE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，若 $\angle C=70°$， $\angle AEB=95°$，则 $\angle BAD=$_____°.

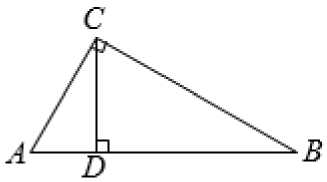


13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， MN 是 AC 的垂直平分线，若 $CM=3\text{cm}$， $\triangle ABC$ 的周长是16cm，则 $\triangle ABN$ 的

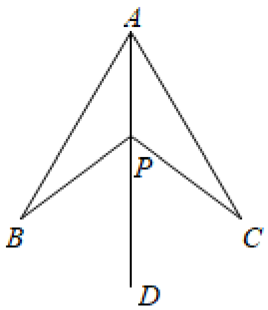
周长是__________cm．



14．如图，在△*ABC* 中，∠*ACB*=90°，∠*B* =30°，*CD* 是高．若 *AD*=2，则 *BD*=____．



15．如图所示，已知 P 是 AD 上的一点，$\angle ABP=\angle ACP$，请再添加一个条件：___________，使得 $\triangle ABP\cong\triangle ACP$．



16．如果 $(x+a)(x+b)=x^2-5x+\dfrac{1}{2}$，则：

（1）$(a-2)(b-2)$ 的值为______；

（2）$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+1$ 的值为______．

三．解答题（共 60 分，17、18 每小题 8 分，19-21，23、24 每小题 5 分，22 题 4 分，25 题 8 分，26 题 7 分）．

17．（1）计算：$-2^2+\left(\sqrt{2}+1\right)^0+\left(-2mn\right)^2+2m\cdot 3mn^2$

（2）因式分解：$3a^2-12ab+12b^2$

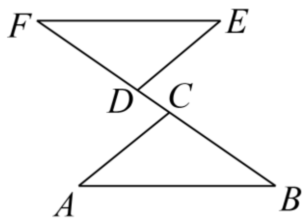
18．（1）运用乘法公式简算：102^2-98^2

（2）化简：$(2x+3y)^2-(2x-y)(2x-y)$

19．化简：$\left(\dfrac{2ab^3}{-c^2d}\right)^2\div\dfrac{6a^4}{b^3}\cdot\left(\dfrac{-3c}{b^2}\right)^2$．

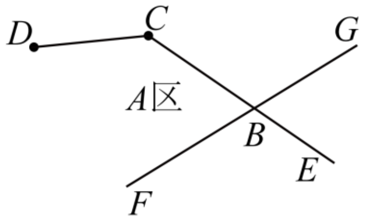
20．已知 $a^2+3a+7=0$，求代数式 $\left(\dfrac{a^2-4}{a^2-4a+4}-\dfrac{1}{2-a}\right)\div\dfrac{1}{a^2-2a}$ 的值．

21. 如图，点B，C，D，F在一条直线上，$AB=EF$，$AC=ED$，$\angle CAB=\angle DEF$，求证：$AC\parallel DE$.

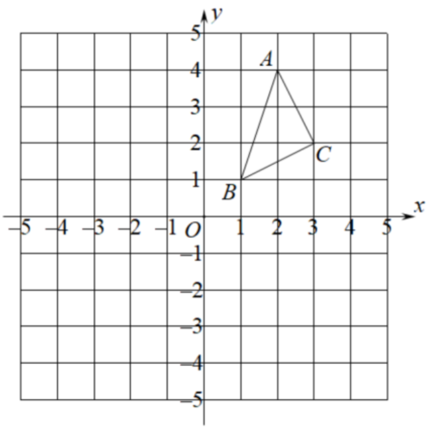


22. 尺规作图：

如图所示，在一次军事演习中，红方侦察员发现：蓝方指挥部点P在A区内，且到铁路FG和公路CE的距离相等，到两通讯站C和D的距离也相等．如果你是红方的指挥员，请你在下图中标出蓝方指挥部点P的位置．（保留作图痕迹，不必写作法）



23. $\triangle ABC$在平面直角坐标系中的位置如图所示，A、B、C三点在格点上．

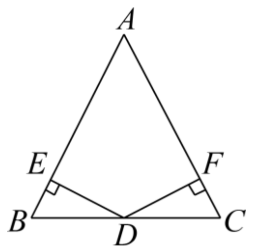


（1）作出$\triangle ABC$关于x轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$，并写出点C_1的坐标；

（2）在y轴上求作点D，使得$AD+BD$最小，直接写出D点坐标；

（3）若$\triangle PBC$为等腰三角形，且点P在y轴上，则满足题意的点P的个数有______个．

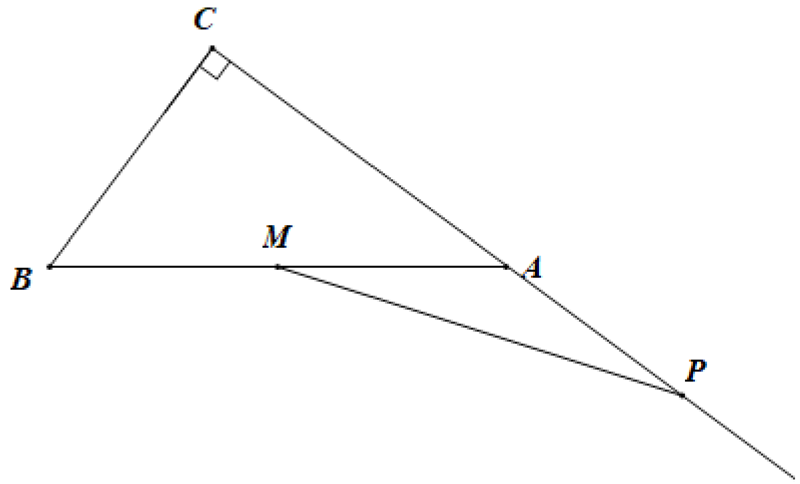
24. 如图：在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D为BC边的中点，过点D作$DE\perp AB$于点E，$DF\perp AC$于点F.



（1）求证：$DE=DF$；

（2）若 $\angle A=60^\circ, BE=2$，求 $\triangle ABC$ 的周长．

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC>BC$，M 为 AB 的中点，P 为 CA 延长线上一点，连接 MP，过点 M 作 $MP\perp ME$，交 BC 的延长线于点 E，连接 PE．作点 B 关于直线 ME 的对称点 N，连接 MN．

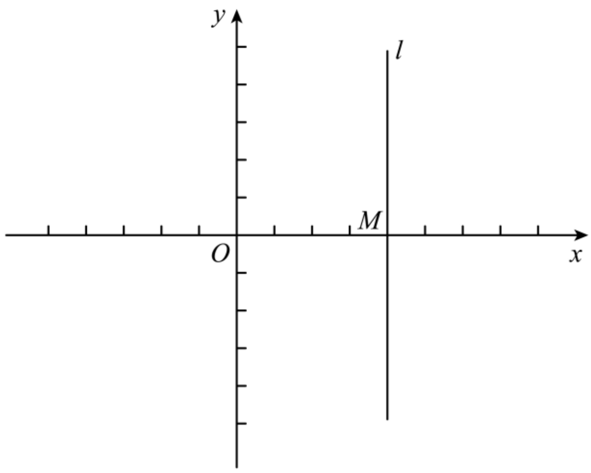


（1）依题意补全图形；

（2）若 $\angle AMP=\alpha$，求 $\angle NMP$ 的度数（用含 α 的式子表示）；

（3）请判断以线段 AP，NE，PE 为边的三角形的形状，并说明理由．

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 经过点 $M\left(4,0\right)$，且平行于 y 轴．给出如下定义：点 $P\left(x,\ y\right)$ 先关于 y 轴对称得点 P_1，再将点 P_1 关于直线 l 对称得点 P'，则称点 P' 是点 P 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点．



（1）已知 $A\left(-5,0\right)$，$B\left(-2,0\right)$，$C\left(-3,1\right)$，则它们关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 A'，B'，C' 的坐标分别是______；

（2）若点 D 的坐标是 $\left(a,0\right)$，其中 $a<0$，点 D 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点是点 D'，求线段 DD' 的长；

（3）已知点 $E\left(5,0\right)$，点 $F\left(7,0\right)$，以线段 EF 为边在 x 轴上方作正方形 $EFGH$，若点 $P\left(a,1\right)$，

$Q(a+1,1)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点分别为 P'，Q'，且线段 $P'Q'$ 与正方形 $EFGH$ 的边有公共点，求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义逐项判断即可得出答案．

【详解】解：根据轴对称图形的定义，四个选项中，只有 A 选项中的图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，B，C，D 选项均不符合，

因此只有 A 选项中的图形是轴对称图形．

故选 A．

【点睛】本题考查轴对称图形的识别，解题的关键是掌握轴对称图形的定义：在平面内，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形叫做轴对称图形．

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据分式的值为零的条件即可求出答案．

【详解】解：A、当 $x=-1$ 时，原式$=-\frac{1}{2}$，故 A 不选；

B、当 x=-1 时，原分式无意义，故 B 不选；

C、当 x=-1 时，原式$=2$，故 C 不选；

D、当 x=-1 时，原式$=0$，故选 D.

故选：D.

【点睛】本题考查分式的值为 0 的条件，解题的关键是熟练运用分式的运算，本题属于基础题型．

3. 【答案】D

【解析】

【详解】∵多边形的外角和为 360°，且已知三个外角的度数分别是 120°、70°、120°，

∴∠α＝（360－120－70－120）°＝50°；

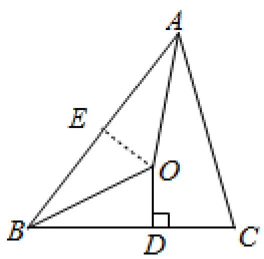
故选 D．

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据角平分线的性质求出 OE，最后用三角形的面积公式即可解答．

【详解】解：过 O 作 $OE\perp AB$ 于点 E，



∵BO 平分 $\angle ABC$，$OD\perp BC$ 于点 D，

∴$OE=OD=5$，

∴$\triangle AOB$ 的面积 $=\frac{1}{2}AB\cdot OE=\frac{1}{2}\times 20\times 5=50$，

故选：C.

【点睛】此题考查角平分线的性质，关键是根据角平分线的性质得出 $OE=OD$ 解答.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】根据等边对等角求出 $\angle BCA$，$\angle BDC$，再利用外角性质求出 $\angle ECD$.

【详解】解：∵ $\angle EAF=18°$，$AB=BC$，

∴ $\angle BCA=\angle EAF=18°$，

∴ $\angle CBD=\angle A+\angle BCA=36°$，

∵$CB=CD$，

∴ $\angle BDC=\angle CBD=36°$，

∴ $\angle ECD=\angle A+\angle BDC=54°$，

故选：B.

【点睛】此题考查了等腰三角形等边对等角的性质，三角形外角的性质，熟记等腰三角形等边对等角的性质是解题的关键.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据提公因式法、完全平方公式和平方差公式，对选项进行分解因式，即可得出答案.

【详解】解：A、$100-25m^2=25\left(4-m^2\right)=25\left(2+m\right)\left(2-m\right)$，故该因式分解错误，不符合题意；

B、$x^2-8x+16=\left(x-4\right)^2$，故该因式分解错误，不符合题意；

C、$x^2+x=x\left(1+x\right)$，故该因式分解错误，不符合题意；

D、$1-16x^4=\left(1+4x^2\right)\left(1-2x\right)\left(1+2x\right)$，故该因式分解正确，符合题意.

故选：D

【点睛】本题考查了因式分解，解本题的关键在熟练掌握利用提公因式法和公式法分解因式.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据分式分基本性质分式分子分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变，可得答案.

【详解】解：A、分式分基本性质分式分子分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变，故 A 错误；

B、分式分基本性质分式分子分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变，故 B 错误；

C、分式分基本性质分式分子分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变，故 C 错误；

D、分式分基本性质分式分子分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变，故 D 正确；

故选：D．

【点睛】本题考查了分式的基本性质，分式分基本性质分式分子分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变．

8．【答案】B

【解析】

【分析】设小正方形的边长为 x，大正方形的边长为 y，列方程求解，用大正方形的面积减去 4 个小正方形的面积即可．

【详解】解：设小正方形的边长为 x，大正方形的边长为 y，

则：$\begin{cases} 2x+y=a \\ y-2x=b \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=\dfrac{a-b}{4} \\ y=\dfrac{a+b}{2} \end{cases}$，

∴阴影面积=（$\dfrac{a+b}{2}$）^{2} - 4×（$\dfrac{a-b}{4}$）^{2} $=\dfrac{a^2+2ab+b^2}{4}-\dfrac{a^2-2ab+b^2}{4}=\dfrac{4ab}{4}=ab$．

故选 B

【点睛】本题考查了整式的混合运算，求得大正方形的边长和小正方形的边长是解题的关键．

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9．【答案】$x\neq1$

【解析】

【详解】根据题意得：$x-1\neq0$，即 $x\neq1$．

故答案为：$x\neq1$．

10．【答案】2

【解析】

【分析】设被染黑的常数为 a，利用乘法公式展开 $(x+2)(x-a)$，根据一次项系数为 0 即可求出 a 的值．

【详解】解：设被染黑的常数为 a，

则 $(x+2)(x-a)=x^2-ax+2x-2a=x^2+(2-a)x-2a$，

∵结果中不含有一次项，

∴ $2-a=0$，

∴ $a=2$，

故答案为：2．

【点睛】本题考查多项式乘以多项式，解题的关键是掌握多项式乘以多项式的运算法则，本题也可以通过

平方差公式快速求解.

11. 【答案】2

【解析】

【分析】首先根据完全平方公式，得出 $s^2-2st+t^2=4$，进而整理得出 $s^2+t^2=4+2st$，再把 $st=-1$ 代入，计算即可得出结果.

【详解】解：$\because \left(s-t\right)^2=s^2-2st+t^2=4$，

整理，可得：$s^2+t^2=4+2st$，

又 $\because st=-1$，

$\therefore s^2+t^2=4+2st=4+2\times\left(-1\right)=2$.

故答案为：2

【点睛】本题考查了已知式子的值，求代数式的值，完全平方公式的应用，解本题的关键在熟练掌握完全平方公式.

12. 【答案】40

【解析】

【分析】根据 AD，BE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，得 $\angle ADC=90^\circ$，$\angle ABE=\angle CBE$；根据三角形的外角，得 $\angle AEB=\angle CBE+\angle C$，$\angle ADC=\angle ABD+\angle BAD$，即可.

【详解】$\because AD$，BE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，

$\therefore \angle ADC=90^\circ$，$\angle ABE=\angle CBE$，

$\because \angle C=70^\circ$，$\angle AEB=95^\circ$，

$\therefore \angle AEB=\angle CBE+\angle C$，

$\therefore 95^\circ=\angle CBE+70^\circ$，

$\therefore \angle CBE=25^\circ$，

$\therefore \angle ABE=\angle CBE=25^\circ$，

$\therefore \angle ABD=50^\circ$，

$\because \angle ADC=\angle ABD+\angle BAD$，

$\therefore 90^\circ=50^\circ+\angle BAD$，

$\therefore \angle BAD=40^\circ$.

故答案为：40.

【点睛】本题考查了三角形的知识，三角形的外角和定理，角平分线的定义，高线的定义，解题的关键是掌握三角形的外角和定理，三角形角平分线和高线的性质.

13. 【答案】10

【解析】

【分析】$\triangle ABN$ 的周长是 $AB+BN+AN$，$AN=NC$，所以求 $\triangle ABN$ 的周长其实就是求 $AB+BC$，由此即可求出答案.

【详解】解：∵ MN 是 AC 的垂直平分线，且 $CM=3\text{cm}$，

∴ $AN=NC$，$AM=CM=3$，即 $AC=AM+CM=3+3=6$，

∵ $\triangle ABC$ 的周长是 16cm，即 $AB+BC+AC=16$，

∴ $AB+BC=16-AC=16-6=10$，

∵ $\triangle ABN$ 的周长是 $AB+BN+AN$，$AN=NC$，

∴ $\triangle ABN$ 的周长是 $AB+BN+NC=AB+BC=10$，

故答案是：10．

【点睛】本题主要考查的是垂直平分线的性质，解题的关键是通过垂直平分线的性质将所求线段转化为已知线段的关系．

14. 【答案】6

【解析】

【分析】求出$\angle A$，求出$\angle ACD$，根据含30度角的直角三角形性质求出$AC=2AD$，$AB=2AC$，求出AB即可．

【详解】解：∵$CD\perp AB$，$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ADC=90°=\angle ACB$，

∵$\angle B=30°$，

∴$\angle A=90°-\angle B=60°$，

∴$\angle ACD=90°-\angle A=30°$，

∵$AD=2$，

∴$AC=2AD=4$，

∴$AB=2AC=8$，

∴$BD=AB-AD=8-2=6$，

故答案为：6．

【点睛】本题主要考查的是含30°角的直角三角形性质和三角形内角和定理的应用，关键是求出$AC=2AD$，$AB=2AC$．

15. 【答案】$\angle BAP=\angle CAP$ 或 $\angle APB=\angle APC$ 或 $\angle DPB=\angle DPC$

【解析】

【分析】利用全等三角形的判定定理解决问题即可．

【详解】若添加∠BAP=∠CAP，且∠ABP=∠ACP，AP=AP，由“AAS”可证△ABP≌△ACP；

若添加∠APB=∠APC，且∠ABP=∠ACP，AP=AP，由“AAS”可证△ABP≌△ACP；

若添加∠DPB=∠DPC，可得∠APB=∠APC，且∠ABP=∠ACP，AP=AP，由“AAS”可证△ABP≌△ACP；

故答案为：∠BAP=∠CAP或∠APB=∠APC或∠DPB=∠DPC．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定方法是本题的关键．

16. 【答案】　①. $14.5##14\frac{1}{2}##\frac{29}{2}$　②. 97

【解析】

【分析】（1）根据$(x+a)(x+b)=x^2-5x+\frac{1}{2}$可得$x^2+\left(a+b\right)x+ab=x^2-5x+\frac{1}{2}$，即有$a+b=-5$，$ab=\frac{1}{2}$，将$(a-2)(b-2)$去括号，再代入计算即可；

（2）$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+1$变形为$\frac{\left(a+b\right)^2-2ab}{\left(ab\right)^2}+1$，将$a+b=-5$，$ab=\frac{1}{2}$代入计算即可求解.

【详解】（1）$(x+a)(x+b)=x^2-5x+\frac{1}{2}$

$x^2+\left(a+b\right)x+ab=x^2-5x+\frac{1}{2}$

即：$a+b=-5$，$ab=\frac{1}{2}$，

$(a-2)(b-2)$

$=ab-2\left(a+b\right)+4$

$=\frac{1}{2}-2\times\left(-5\right)+4$

$=14.5$，

故答案为：14.5；

（2）根据（1）中可知：$a+b=-5$，$ab=\frac{1}{2}$，

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+1$

$=\frac{b^2}{a^2b^2}+\frac{a^2}{a^2b^2}+1$

$=\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}+1$

$=\frac{\left(a+b\right)^2-2ab}{\left(ab\right)^2}+1$

$=\frac{\left(-5\right)^2-2\times\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}+1$

$=97$，

故答案为：97．

【点睛】本题考查了多项式乘以多项式，掌握多项式乘以多项式法则，根据等式的恒等性得出$a+b=-5$，$ab=\dfrac{1}{2}$是解题的关键．

三．解答题（共60分，17、18每小题8分，19-21，23、24每小题5分，22题4分，25题8分，26题7分）．

17. 【答案】（1）$10m^2n^2-3$；（2）$3\left(a-2b\right)^2$

【解析】

【分析】（1）根据有理数的乘方、零指数幂、积的乘方、单项式的乘法计算和化简各数或式，然后合并即可；

（2）根据提公因式法和完全平方公式分解因式即可．

【详解】解：（1）$-2^2+\left(\sqrt{2}+1\right)^0+\left(-2mn\right)^2+2m\cdot 3mn^2$

$=-4+1+4m^2n^2+6m^2n^2$

$=10m^2n^2-3$；

（2）$3a^2-12ab+12b^2$

$=3\left(a^2-4ab+4b^2\right)$

$=3\left(a-2b\right)^2$．

【点睛】本题考查了有理数的乘方、零指数幂、积的乘方、单项式的乘法、因式分解，解本题的关键在熟练掌握相关的运算法则和因式分解的方法．

18. 【答案】（1）800，（2）$16xy+8y^2$

【解析】

【分析】（1）运用平方差公式计算即可；

（2）运用平方差公式化简即可．

【详解】（1）102^2-98^2

$=\left(102+98\right)\left(102-98\right)$

$=200\times 4$

$=800$；

（2）$(2x+3y)^2-(2x-y)(2x-y)$

$=(2x+3y)^2-(2x-y)^2$

$=\left[(2x+3y)+(2x-y)\right]\times\left[(2x+3y)-(2x-y)\right]$

$=(4x+2y)\times 4y$

$=16xy+8y^2$．

【点睛】本题主要考查了运用平方差公式进行计算的知识，熟练掌握平方差公式是解答本题的关键.

19. 【答案】$\dfrac{6b^5}{a^2c^2d^2}$

【解析】

【分析】首先计算积的乘方运算，再把除法转化为乘法，然后再根据分式乘法计算化简，即可得出答案.

【详解】解：$\left(\dfrac{2ab^3}{-c^2d}\right)^2 \div \dfrac{6a^4}{b^3} \cdot \left(\dfrac{-3c}{b^2}\right)^2$

$=\dfrac{4a^2b^6}{c^4d^2} \times \dfrac{b^3}{6a^4} \times \dfrac{9c^2}{b^4}$

$=\dfrac{2b^6}{c^4d^2} \times \dfrac{b^3}{3a^2} \times \dfrac{9c^2}{b^4}$

$=\dfrac{2b^9}{3a^2c^4d^2} \times \dfrac{9c^2}{b^4}$

$=\dfrac{2b^5}{a^2c^2d^2} \times 3$

$=\dfrac{6b^5}{a^2c^2d^2}$.

【点睛】本题考查了分式的乘除法，解本题的关键在熟练掌握积的乘方运算和分式的乘除法法则.

20. 【答案】a^2+3a，-7

【解析】

【分析】根据$a^2+3a+7=0$得出$a^2+3a=-7$，然后根据分式的混合运算法则将原式化简，代入求值即可.

【详解】解：$\because a^2+3a+7=0$，

$\therefore a^2+3a=-7$，

$\therefore \left(\dfrac{a^2-4}{a^2-4a+4} - \dfrac{1}{2-a}\right) \div \dfrac{1}{a^2-2a}$

$=\left(\dfrac{(a+2)(a-2)}{(a-2)^2} + \dfrac{1}{a-2}\right) \times a(a-2)$

$=\dfrac{a+2+1}{a-2} \times a(a-2)$

$=\dfrac{a+3}{a-2} \times a(a-2)$

$=a(a+3)$

$=a^2+3a$

$=-7$.

【点睛】本题考查了分式的混合运算，代数式求值等知识点，熟练掌握分式的混合运算法则是解本题的关

键．

21．【答案】见详解

【解析】

【分析】先证明$\triangle CAB \cong \triangle DEF$，可得$\angle BCA = \angle FDE$，进而可得$\angle DCA = \angle CDE$，问题得证．

【详解】$\because AB = EF$，$AC = ED$，$\angle CAB = \angle DEF$，

$\therefore \triangle CAB \cong \triangle DEF$，

$\therefore \angle BCA = \angle FDE$，

$\because$点B，C，D，F在一条直线上，

$\therefore \angle DCA = 180^\circ - \angle BCA$，$\angle CDE = 180^\circ - \angle FDE$，

$\therefore \angle DCA = \angle CDE$，

$\therefore AC \parallel DE$．

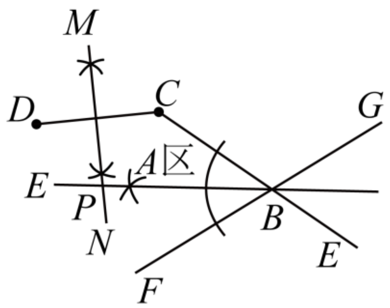
【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，平行线的判定等知识，掌握全等三角形的判定与性质是解答本题的关键．

22．【答案】答案见解析

【解析】

【分析】作线段 CD 的垂直平分线 MN，作∠CBF 的角平分线 BE 交 MN 于点 P，点 P 即为所求作．

【详解】如图，点 P 即为所求作．



【点睛】本题考查作图的应用与设计，角平分线的性质，线段垂直平分线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

23．【答案】（1）图形见详解，C_1的坐标为：$(3,-2)$

（2）D点坐标$(0,2)$

（3）3

【解析】

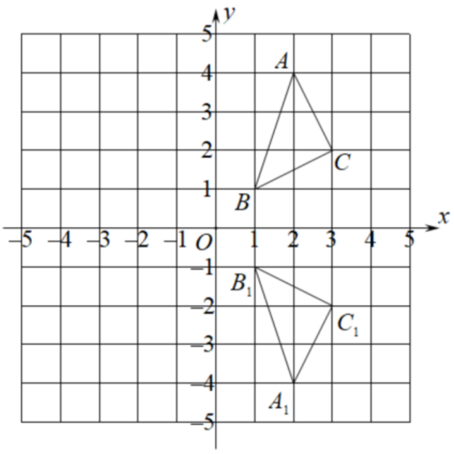
【分析】（1）根据对称的性质作图即可，再根据图形即可写出点C_1的坐标；

（2）作B点关于y轴的对称点B_2，连接B_2A，交y轴于点D，问题随之得解；

（3）以B为圆心，BC为半径画圆，交y轴于点P_1，P_1，作BC的垂直平分线交y轴于点P_3，即点P在P_1，P_1，P_3时可以使得$\triangle$PBC 为等腰三角形，问题得解．

【小问 1 详解】

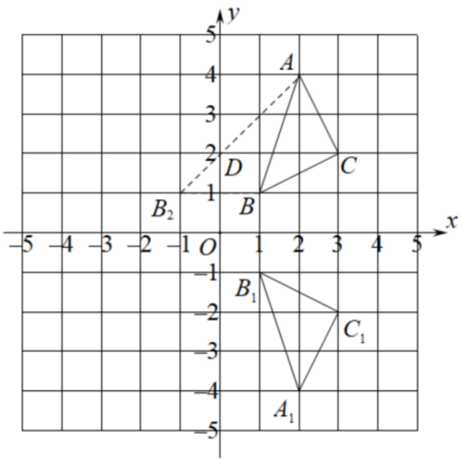
作图如下：



$\triangle A_1B_1C_1$即为所求，点C_1的坐标为：$(3,-2)$.

【小问 2 详解】

作 B 点关于 y 轴的对称点B_2，连接B_2A，交 y 轴于点 D，如图，



由图可知 D 点坐标为：$(0,2)$.

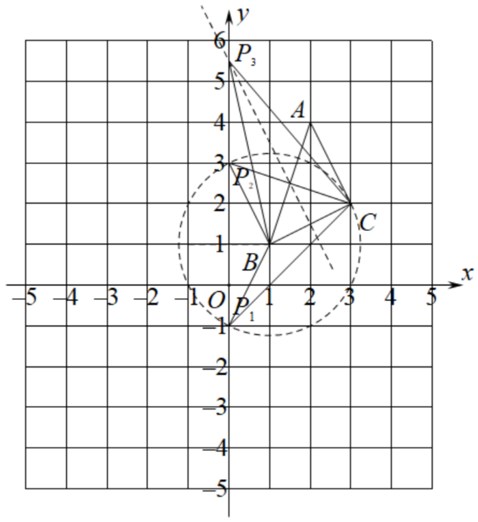
证明：根据 B 点关于 y 轴的对称为点B_2，则有：$B_2D=BD$，

即 $BD+AD=B_2D+AD$，

显然：当 A、D、B_2 三点共线时B_2D+AD最小，最小为B_2A，即 D 点即为所求；

【小问 3 详解】

以 B 为圆心，BC 为半径画圆，交 y 轴于点 P_1，P_2，作 BC 的垂直平分线交 y 轴于点 P_3，即点 P 在 P_1，P_2，P_3时可以使得$\triangle PBC$为等腰三角形，如图，



即满足要求的点有 3 个.

证明：根据作图可知：$P_1B = BC$，$P_2B = BC$，$P_3B = P_3C$，

即$\triangle P_1BC$，$\triangle P_2BC$，$\triangle P_3BC$是等腰三角形，即满足要求的 P 点有 3 个.

【点睛】本题考查了作图−轴对称变换，最短路径问题以及等腰三角形的定义等知识，掌握轴对称的性质是解答本题的关键.

24. 【答案】（1）见解析　　（2）24

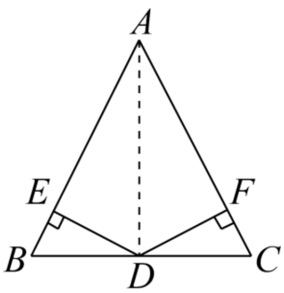
【解析】

【分析】（1）连接 AD，可得 AD 平分 $\angle BAC$，再根据 AAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle ADF$，即可得到结果；

（2）根据已知条件证明 $\triangle ABC$ 为等边三角形，再根据直角三角形的性质得到 $BE = \frac{1}{2}BD$，即可得到结果；

【小问 1 详解】

证明：连接 AD，



∵ $AB = AC$，D 为 BC 边的中点，

∴ AD 平分 $\angle BAC$，

∴ $\angle EAD = \angle FAD$，

∵ $DE \perp AB$，$DF \perp AC$，

∴ $\angle AED = \angle AFD = 90°$，

又 $AD = AD$，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADF$ (AAS)，

$\therefore DE = DF$；

【小问 2 详解】

解： $\because AB = AC$， $\angle A = 60°$，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle B=60°$，

$\because \angle BED = 90°$，

$\therefore \angle BDE = 30°$，

$\therefore BE = \frac{1}{2}BD$，

$\because BE = 2$，

$\therefore BD = 4$，

$\therefore BC = 2BD = 8$，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 24 .

【点睛】本题主要考查了三线合一，全等三角形的性质与判定，等边三角形的判定与性质，含 30 度角的直角三角形的性质，熟知等腰三角形三线合一的性质是解答此题的关键.

25. 【答案】（1）作图见解析

（2） α

（3）直角三角形，过程见解析

【解析】

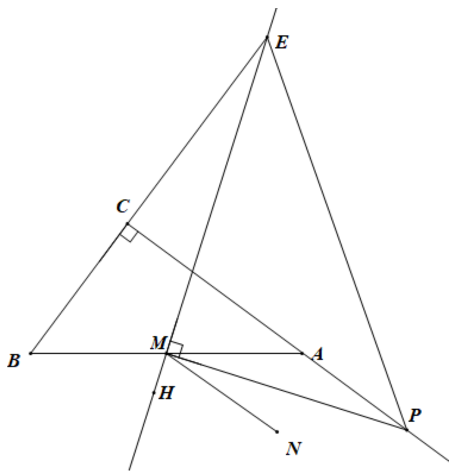
【分析】对于（1），根据题意画出图形解答即可；

对于（2），先分别表示 $\angle AME$， $\angle BME$，再根据轴对称的性质解答即可；

对于（3），根据（2）中的结论得出 $\angle AMP = \angle NMP$，再结合“SAS”证明 $\triangle AMP \cong \triangle NMP$，即可得出 $AP = NP$，再根据 $\angle B = \angle ENM$，结合三角形外角的性质说明 $\triangle ENP$ 是直角三角形，即可得出答案.

【小问 1 详解】

如图所示.



【小问 2 详解】

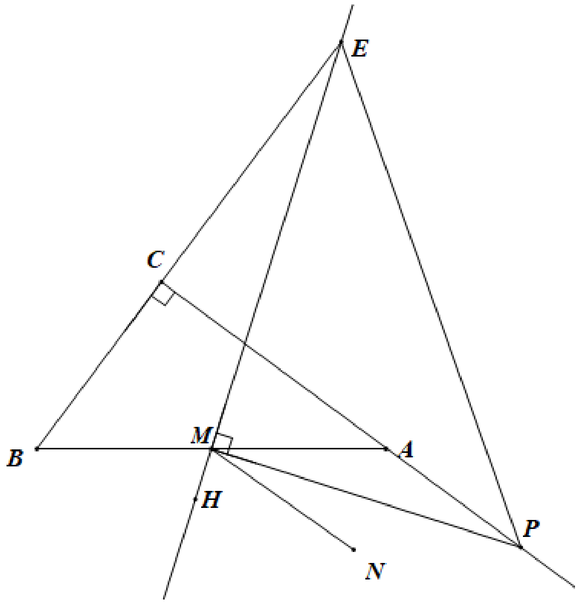
$\because \angle EMP = 90^\circ$， $\angle AMP = \alpha$，

$\therefore \angle AME = 90^\circ - \alpha = \angle BMH$，

$\therefore \angle BME = 180^\circ - \angle BMH = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha + 90^\circ$.

$\because$点 B，点 N 关于直线 ME 对称，

$\therefore \angle NMP = \angle BME = \alpha + 90^\circ - 90^\circ = \alpha$；



【小问 3 详解】

直角三角形.

理由如下：连接 PN， EN，由（2）得 $\angle AMP = \angle NMP$，根据轴对称可知 $BM = MN$，$\angle B = \angle ENM$.

$\because AM = BM$，

$\therefore AM = MN$.

$\because MP = MP$，

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle NMP$，

$\therefore AP = NP$， $\angle MAP = \angle MNP$.

$\because \angle BAP$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，

$\therefore \angle BAP = 90^\circ + \angle B$，

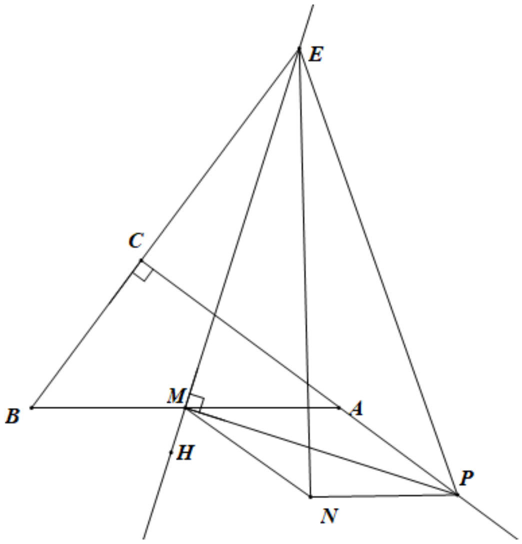
$\therefore \angle MNP = 90^\circ + \angle B = \angle ENM + \angle ENP$

$\because \angle B = \angle ENM$，

$\therefore \angle ENP = 90^\circ$，

$\therefore \triangle ENP$ 是直角三角形，

所以以线段 AP， NE， PE 为边的三角形是直角三角形.



【点睛】本题主要考查了作图能力，轴对称的性质，全等三角形的性质和判定，三角形外角的性质，直角三角形的判定等，构造全等三角形是解题的关键.

26. 【答案】（1）$(3,0)$；$(6,0)$；$(5,1)$

（2）$DD'=8$

（3）$-4\leqslant a\leqslant -3$ 或 $-2\leq a\leq -1$

【解析】

【分析】（1）根据二次反射点的定义直接得出答案；

（2）根据二次反射点的定义得出 $D'(8+a,0)$，则可得出答案；

（3）根据二次反射点的定义得出 $P'(8+a,1)$，$Q'(9+a,1)$，由题意分两种情况列出不等式组，解不等式组可得出答案.

【小问 1 详解】

解：$\because A(-5,0)$，

$\therefore$点 A 关于 y 轴对称点的坐标为 $A_1(5,0)$，

$\because A_1(5,0)$ 关于直线 l 对称的点 $A'(3,0)$，

$\therefore A(-5,0)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 A' 的坐标 $(3,0)$，

$\because B(-2,0)$，

$\therefore$点 B 关于 y 轴对称点的坐标为 $B_1(2,0)$，

$\because B_1(2,0)$ 关于直线 l 对称的点 $B'(6,0)$，

$\therefore B(-2,0)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 B' 的坐标 $(6,0)$，

$\because C(-3,1)$，

$\therefore$点 C 关于 y 轴对称点的坐标为 $C_1(3,1)$，

$\because C_1(3,1)$ 关于直线 l 对称的点 $C'(5,1)$，

$\therefore C(-3,1)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 C' 的坐标 $(5,1)$；

故答案为：$(3,0)$；$(6,0)$；$(5,1)$

【小问 2 详解】

解：$\because$ 点 D 的坐标是 $(a,0)$，其中 $a<0$，

$\therefore$ 点 D 关于 y 轴对称点的坐标为 $D_1(-a,0)$，

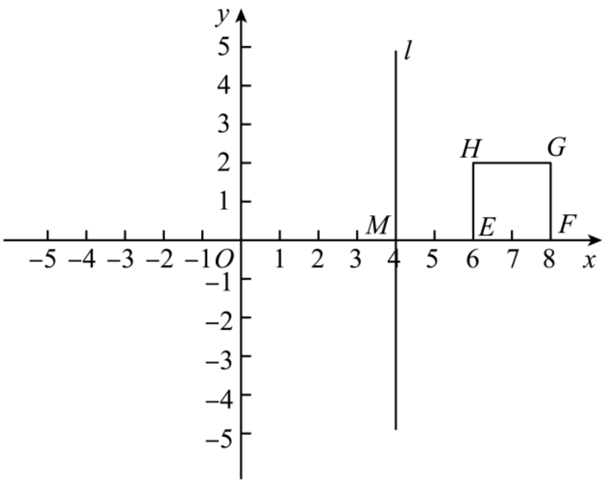
$\therefore D_1(-a,0)$ 关于直线 l 对称的点 $D'(8+a,0)$，

$\therefore DD'=8+a-a=8$；

【小问 3 详解】

解：$\because$ 点 $P(a,1)$，$Q(a+1,1)$，

$\therefore$ 点 P、Q 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点分别为 $P'(8+a,1)$，$Q'(9+a,1)$，如图，



当 $P'Q'$ 与 EH 有公共点时，

$$\begin{cases}9+a\geq 5\\8+a\leq 5\end{cases},$$

解得：$-4\leqslant a\leqslant -3$，

当 $P'Q'$ 与 FG 有公共点时，

$$\begin{cases}9+a\geq 7\\8+a\leq 7\end{cases},$$

解得：$-2\leq a\leq -1$，

综上所述，a 的取值范围为：$-4\leqslant a\leqslant -3$ 或 $-2\leq a\leq -1$.

【点睛】本题考查了正方形的性质、轴对称性质、动点问题、新定义二次反射点的理解和运用，解题关键是对新定义二次反射点的正确理解.