2023 北京海淀高一（上）期末

数　　学

2023.01

学校__________班级__________姓名__________

考生须知	**1.本试卷共 6 页，共三道大题，19 道小题.满分 100 分.考试时间 90 分钟.**
	2.在试卷上准确填写学校名称、班级名称、姓名.
	3.答案一律填涂或书写在试卷上，用黑色字迹签字笔作答.
	4.考试结束，请将本试卷交回.

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|\ x>0\}, B=\{x|-1<x<2\}$，若 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|\ x<2\}$　　B. $\{x|0<x<2\}$

C　$\{x|1<x<2\}$　　D. $\{x|-1<x<2\}$

2. 下列函数中，是奇函数且在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是（　　）

A. $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$　　B. $f(x)=x^2$

C. $f(x)=\dfrac{1}{x}$　　D. $f(x)=x^3$

3. 某学校想了解高一学生社会实践项目的选择意向，采用分层抽样的方式抽取 100 人进行问卷调查.已知高一年级有 270 名男生，从男生中抽取了 60 名，则该校高一年级共有学生（　　）

A. 445 人　　B. 450 人　　C. 520 人　　D. 540 人

4. 下列结论正确　是（　　）

A. 若 $a>b, c<0$，则 $a+c<b+c$

B. 若 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$，则 $a<b$

C. 若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$

D. 若 $a^2>b^2$，则 $a>b$

5. 某班分成了 A、B、C、D 四个学习小组学习二十大报告，现从中随机抽取两个小组在班会课上进行学习成果展示，则 A 组和 B 组恰有一个组被抽到的概率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{5}{6}$

6. 已知 $a=4^{0.1},b=2^{0.6},c=\log_4 0.6$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A. $c<a<b$　　B. $c<b<a$

C　$a<b<c$　　D. $b<a<c$

7　甲、乙两名学生，六次数学测验成绩（百分制）如图所示：

甲	茎	乙
1	6	
2	7	7
9	8	2　5　7
5　3　0	9	2　3

①甲同学成绩的中位数和极差都比乙同学大；

②甲同学的平均分比乙同学高；

③甲同学的成绩比乙同学稳定；

④甲同学成绩的方差大于乙同学成绩的方差.

上面说法正确的是（　　）

A. ①③　　B. ①④　　C. ②④　　D. ②③

8. 已知 $f\left(x\right)=\log_{\frac{1}{4}}x$，则不等式 $f\left(x\right)\geq -\frac{4}{3}\left(x-1\right)$ 的解集为（　　）

A. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]\cup\left[1,+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

C. $\left(0,\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{4}\right]\cup\left[1,+\infty\right)$

9. 函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[1,2\right]$ 上　图像是连续不断的，则“$f\left(1\right)f\left(2\right)\geq 0$”是“函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $(1,2)$ 上没有零点”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10. 已知 $f\left(x\right)=x^2-2x$.若对于 $\forall x_1,x_2\in\left[m,m+1\right]$，均有 $f\left(x_1+1\right)\geq f\left(x_2\right)$ 成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,0\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$　　C. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left[1,+\infty\right)$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.把答案填在题中横线上.

11. 函数 $f(x)=\ln\left(1-x\right)$ 的定义域是_____.

12. $3^0+8^{\frac{2}{3}}=$__________，$\lg 6-\lg\left(\frac{3}{5}\right)+\ln e^2=$__________.

13. 已知x_1,x_2是关于x的方程$x^2-mx+m^2-6=0$的两个实根，且$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$，则$m=$__________.

14. 已知$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x-1,x<0\\x^2-ax,x\geq 0\end{cases}$，当$a=2$时，$f\left(x\right)$的单调减区间为__________；若$f\left(x\right)$存在最小值，则实数$a$的取值范围是__________.

15. 请阅读以下材料，并回答后面的问题：

材料 1：人体成分主要由骨骼、肌肉、脂肪等组织及内脏组成，肌肉是最大的组织，且肌肉的密度相比脂肪而言要大很多.肌肉和脂肪在体重中占比个体差异较大，脂肪占体重的百分比（称为体脂率，记为F%）经常作为反映肥胖程度的一个重要指标，但是不易于测量.

材料 2：体重指数 BMI（BodyMassIndex 的缩写）计算公式为：体重指数 $\mathrm{BMI}=\frac{G}{h^2}$($G$为体重，单位：千克；$h$为身高，单位：米)，是衡量人体整体胖瘦程度的一个简单易得的重要指标.1997 年，世界卫生组织经过大范围的调查研究后公布：BMI 值在$18.5\sim 24.9$为正常；$\mathrm{BMI}\geq 25$为超重；$\mathrm{BMI}\geq 30$为肥胖.由于亚洲人与欧美人的体质有较大差异，国际肥胖特别工作组经调查研究后，于 2000 年提出了亚洲成年人 BMI 值在$18.5\sim 22.9$为正常.中国肥胖问题工作组基于中国人体质特征，于 2003 年提出中国成年人 BMI 值在$18.5\sim 23.9$为正常；$\mathrm{BMI}\geq 24$为超重；$\mathrm{BMI}\geq 28$为肥胖. 30 岁的小智在今年的体检报告中，发现体质指数 BMI 值为24.8，依照标准属于超重.因为小智平时还是很注意体育锻炼的，正常作息，且每周去健身房有大约 2 小时的健身运动，周末还经常会和朋友去打篮球，所以小智对自己超重感觉很困惑.

请你结合上述材料，从数学模型的视角，帮小智做一下分析（包括：是否需要担心？为什么？）：__________.

三、解答题：本大题共 4 小题，共 40 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 已知集合$A=\{x||x-1|<2\},B=\{x|\ m<x<2m+3\}$

（1）求集合 A 中的所有整数；

（2）若$\left(\complement_{\mathbf{R}}A\right)\cap B=\varnothing$，求实数$m$的取值范围.

17. 高考英语考试分为两部分，一部分为听说考试，满分 50 分，一部分为英语笔试，满分 100 分.英语听说考试共进行两次，若两次都参加，则取两次考试的最高成绩作为听说考试的最终得分，如果第一次考试取得满分，就不再参加第二次考试.为备考英语听说考试，李明每周都进行英语听说模拟考试训练，下表是他在第一次听说考试前的 20 次英语听说模拟考试成绩.

假设：①模拟考试和高考难度相当；②高考的两次听说考试难度相当；③若李明在第一次考试未取得满分后能持续保持听说训练，到第二次考试时，听说考试取得满分的概率可以达到$\frac{1}{2}$.

46	50	47	48	49	50	50	47	48	47

48	49	50	49	50	50	48	50	49	50

（1）设事件A为“李明第一次英语听说考试取得满分”，用频率估计事件A的概率；

（2）基于题干中假设，估计李明英语高考听说成绩为满分的概率的最大值.

18. 已知$a>0$且$a\neq 1$，函数$f\left(x\right)=\dfrac{a^{x}-a^{-x}}{a^{x}+a^{-x}}+b$在R上是单调减函数，且满足下列三个条件中的两个.

①函数$f\left(x\right)$为奇函数；②$f\left(1\right)=-\dfrac{3}{5}$；③$f\left(-1\right)=-\dfrac{3}{5}$.

（1）从中选择的两个条件的序号为_____，依所选择的条件求得$b=$____，$a=$____；

（2）利用单调性定义证明函数$g\left(t\right)=\dfrac{2}{t}-t$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减；

（3）在（1）的情况下，若方程$f\left(x\right)=m+4^{x}$在$\left[0,1\right]$上有且只有一个实根，求实数m的取值范围.

19. 设函数$y=f\left(x\right)$的定义域为M，且区间$I\subseteq M$，对任意$x_1,x_2\in I$且$x_1<x_2$，记$\Delta x=x_2-x_1$，$\Delta y=f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)$.若$\Delta y+\Delta x>0$，则称$f\left(x\right)$在$I$上具有性质A；若$\Delta y-\Delta x>0$，则称$f\left(x\right)$在$I$上具有性质$B$；若$\Delta y\cdot\Delta x>0$，则称$f\left(x\right)$在$I$上具有性质$C$；若$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}>0$，则称$f\left(x\right)$在$I$上具有性质$D$.

（1）记：①充分而不必要条件；

②必要而不充分条件；

③充要条件；

④既不充分也不必要条件

则$f\left(x\right)$在I上具有性质A是$f\left(x\right)$在I上单调递增的_____（填正确选项的序号）；

$f\left(x\right)$在I上具有性质B是$f\left(x\right)$在I上单调递增的_____（填正确选项的序号）；

$f\left(x\right)$在I上具有性质C是$f\left(x\right)$在I上单调递增的_____（填正确选项的序号）；

（2）若$f\left(x\right)=ax^2+1$在$\left[1,+\infty\right)$满足性质B，求实数a的取值范围；

（3）若函数$g\left(x\right)=\dfrac{1}{|x|}$在区间$\left[m,n\right]$上恰满足性质A、性质$B$、性质$C$、性质$D$中的一个，直接写出实数$m$的最小值.

参考答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 【答案】B

【解析】

【分析】利用交集的定义运算即得.

【详解】因为 $A=\{x|\ x>0\}$，$B=\{x|-1<x<2\}$，

则 $A\cap B=\{x|0<x<2\}$.

故选：B.

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据函数奇偶性的定义，结合幂函数的图象与性质，逐项分析即得.

【详解】对于 A，函数 $f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$ 的定义域为 $[0,+\infty)$ 不关于原点对称，所以函数 $f\left(x\right)$ 为非奇非偶函数，不符合题意；

对于 B，函数 $f\left(x\right)=x^2$ 定义域为 R，又 $f\left(-x\right)=(-x)^2=x^2=f\left(x\right)$，所以函数 $f\left(x\right)$ 为偶函数，不符合题意；

对于 C，函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 为单调递减函数，不符合题意；

对于 D，函数 $f\left(x\right)=x^3$，由 $f\left(-x\right)=(-x)^3=-x^3=-f\left(x\right)$，所以函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，

根据幂函数的性质，可得函数 $f\left(x\right)=x^3$ 在区间 $\left(0,+\infty\right)$ 上为单调递增函数，符合题意.

故选：D.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】由题可得 $\dfrac{100}{n}=\dfrac{60}{270}$，进而即得.

【详解】设该校高一年级共有学生 n 人，

由题可知 $\dfrac{100}{n}=\dfrac{60}{270}$，

解得 $n=450$ (人).

故选：B.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据不等式的性质确定正确答案.

【详解】A 选项，若 $a>b,c<0$，则 $a+c>b+c$，所以 A 选项错误.

B 选项，若 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$，两边平方得 $a<b$，所以 B 选项正确.

C 选项，若 $a>b,c=0$，则 $ac^2=bc^2$，所以 C 选项错误.

D 选项，若 $a^2>b^2$，如 $a=-1,b=0$，则 $a<b$，所以 D 选项错误.

故选：B

5. 【答案】C

【解析】

【分析】利用列举法结合古典概型概率公式即得.

【详解】从 A、B、C、D 四个学习小组中随机抽取两个小组有 AB,AC,AD,BC,BD,CD 共 6 种结果，

其中 A 组和 B 组恰有一个组被抽到的结果有 AC,AD,BC,BD 共 4 种结果，

所以 A 组和 B 组恰有一个组被抽到的概率为 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

故选：C.

6. 【答案】A

【解析】

【分析】化简 a，通过讨论函数 $f\left(x\right)=2^x$ 和 $g\left(x\right)=\log_4 x$ 的单调性和取值范围即可得出 a,b,c 的大小关系.

【详解】解：由题意，

$a=4^{0.1}=2^{0.2}$，

在 $f\left(x\right)=2^x$ 中，函数单调递增，且 $f\left(x\right)>0$，

$\therefore 0<a=2^{0.2}<b=2^{0.6}$，

在 $g\left(x\right)=\log_4 x$ 中，函数单调递增，且当 $0<x<1$ 时，$g\left(x\right)<0$，

$\therefore c=\log_4 0.6<0$，

$\therefore c<a<b$，

故选：A.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】计算中位数，平均数，极差，估计方差，进而即得.

【详解】根据茎叶图数据知，甲同学成绩的中位数是 $\frac{89+90}{2}=89.5$，极差为 34，

乙同学成绩的中位数是 $\frac{85+87}{2}=86$，极差为 16，

所以甲同学成绩的中位数和极差都比乙同学大，故①正确；

甲同学的平均分是 $\overline{x_{甲}}=\dfrac{61+72+89+90+93+95}{6}=\dfrac{500}{6}\approx 83.3$，乙同学的平均分是

$\overline{x_{乙}}=\dfrac{77+82+85+87+92+93}{6}=\dfrac{516}{6}=86$，

所以乙同学的平均分高，故②错误；

由茎叶图可知乙同学成绩数据比较集中，方差小，甲同学成绩数据比较分散，方差大，故③错误，④正确.

所以说法正确的是①④.

故选：B.

8. 【答案】D

【解析】

【分析】化简不等式 $f(x)\geq -\dfrac{4}{3}(x-1)$，结合解方程组以及函数的图象确定正确答案.

【详解】$f(x)$ 的定义域是 $(0,+\infty)$，AB 选项错误.

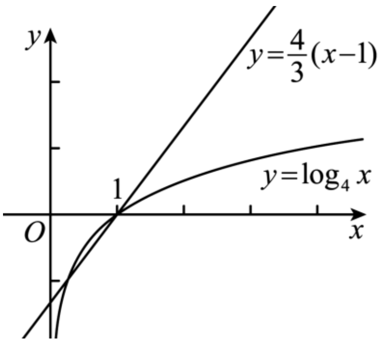
$f(x)=\log_{\frac{1}{4}}x=-\log_4 x\geq -\dfrac{4}{3}(x-1),\log_4 x\leq \dfrac{4}{3}(x-1)$ ①，

由 $\begin{cases} y=\log_4 x \\ y=\dfrac{4}{3}(x-1) \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{4} \\ y_1=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=0 \end{cases}$，

画出 $y=\log_4 x, y=\dfrac{4}{3}(x-1)$ 的图象如下图所示，

由图可知，不等式①的解集为 $\left(0,\dfrac{1}{4}\right]\cup[1,+\infty)$.

故选：D



9. 【答案】B

【解析】

【分析】由零点存在性定理，及充分必要条件的判定即可得解.

【详解】因为函数 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的图像是连续不断的，

由零点存在性定理，可知由 $f(1)f(2)<0$ 可得函数 $f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 上有零点，

即由函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $(1,2)$ 上没有零点，可得 $f\left(1\right)f\left(2\right)\geq 0$，

而由 $f\left(1\right)f\left(2\right)\geq 0$ 推不出函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $(1,2)$ 上没有零点，如 $f\left(x\right)=\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2$， $f\left(1\right)f\left(2\right)\geq 0$，

函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $(1,2)$ 上有零点 $\dfrac{3}{2}$，

所以“ $f\left(1\right)f\left(2\right)\geq 0$ ”是“函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $(1,2)$ 上没有零点”的必要不充分条件.

故选：B.

10. 【答案】C

【解析】

【分析】将 $f\left(x_1+1\right)\geq f\left(x_2\right)$ 成立转化成 $f\left(x+1\right)_{\min}\geq f\left(x\right)_{\max}$ 恒成立的问题，构造函数 $h\left(x\right)=f\left(x+1\right)$，然后分类讨论，即可求出 m 的取值范围.

【详解】解：由题意

在 $f\left(x\right)=x^2-2x$ 中，对称轴 $x=-\dfrac{-2}{2\times 1}=1$

函数在 $\left(-\infty,1\right)$ 上单调减，在 $\left(1,+\infty\right)$ 上单调增

$f\left(x+1\right)=\left(x+1\right)^2-2\left(x+1\right)=x^2-1$，

$\because$ 对于 $\forall x_1,x_2\in\left[m,m+1\right]$，均有 $f\left(x_1+1\right)\geq f\left(x_2\right)$ 成立

即对于 $\forall x_1,x_2\in\left[m,m+1\right]$，均有 $f\left(x+1\right)_{\min}=\left(x^2-1\right)_{\min}\geq f\left(x\right)_{\max}=\left(x^2-2x\right)_{\max}$ 恒成立

在 $h\left(x\right)=f\left(x+1\right)=x^2-1$ 中，对称轴 $x=-\dfrac{0}{2\times 1}=0$，

函数在 $\left(-\infty,0\right)$ 上单调减，在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调增

当 $m+1\leq 0$ 即 $m\leq -1$ 时，

函数 $h\left(x\right)$ 在 $\left[m,m+1\right]$ 上单调减

函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[m,m+1\right]$ 上单调减

$h\left(x\right)_{\min}=\left(m+1\right)^2-1=m^2+2m$

$f\left(x\right)_{\max}=m^2-2m$

$\therefore\begin{cases}m^2+2m\geq m^2-2m\\ m\leq -1\end{cases}$

解得 $m=\varnothing$

当 $\begin{cases}m+1>0\\ m<0\end{cases}$，即 $-1<m<0$ 时，

函数 $h(x)$ 在 $[m,0)$ 上单调减，在 $(0,m+1]$ 上单调增

函数 $f(x)$ 在 $[m,m+1]$ 上单调减

$\therefore h(x)_{\min}=0^2-1=-1$

$f(x)_{\max}=m^2-2m$

$\therefore \begin{cases}-1\geq m^2-2m\\ -1<m\leq 0\end{cases}$

解得 $m=\varnothing$

当 $\begin{cases}m\geq 0\\ m+1\leq 1\end{cases}$，即 $m=0$ 时，$[m,m+1]=[0,1]$

函数 $h(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调增

函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调减

$\therefore h(x)_{\min}=0^2-1=-1$

$f(x)_{\max}=f(0)=0^2-0=0$

$\therefore h(x)_{\min}=-1<f(x)_{\max}=0$

故不符题意，舍去.

当 $\begin{cases}\dfrac{m+m+1}{2}<1\\ m>0\end{cases}$ 即 $0<m<\dfrac{1}{2}$ 时

函数 $h(x)$ 在 $[m,m+1]$ 上单调增，$h(x)_{\min}=m^2-1$

函数 $f(x)$ 在 $[m,1)$ 上单调减，在 $(1,m+1]$ 上单调增，$f(x)_{\max}=f(m)=m^2-2m$

$\therefore \begin{cases}m^2-1\geq m^2-2m\\ 0<m<\dfrac{1}{2}\end{cases}$

解得 $m=\varnothing$

当 $\begin{cases}\dfrac{m+m+1}{2}>1\\ m<1\end{cases}$ 即 $\dfrac{1}{2}<m<1$ 时

函数 $h(x)$ 在 $[m,m+1]$ 上单调增，$h(x)_{\min}=m^2-1$

函数 $f(x)$ 在 $[m,1)$ 上单调减，在 $(1,m+1]$ 上单调增，$f(x)_{\max}=f(m+1)=m^2-1$

此时，$h(x)_{\min}=m^2-1=f(x)_{\max}$

$\therefore \frac{1}{2}<m<1$符合题意

当$m\geq 1$时，

函数$h(x)$在$[m,m+1]$上单调增

函数$f(x)$在$[m,m+1]$上单调增

$\therefore h(x)_{\min}=m^2-1$

$f(x)_{\max}=f(m+1)=(m+1)^2-2(m+1)=m^2-1$

此时$h(x)_{\min}=m^2-1=f(x)_{\max}$

$\therefore m\geq 1$符合题意

综上，实数m的取值范围是$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

故选：C.

【点睛】本题考查恒成立问题，二次函数不同区间的单调性，以及分类讨论的思想，具有很强的综合性.

二、填空题：本大题共5小题，每小题4分，共20分.把答案填在题中横线上.

11. 【答案】$\{x\mid x<1\}$

【解析】

【分析】直接令真数大于0可得定义域.

详解】函数$f(x)=\ln(1-x)$，由$1-x>0$，得$x<1$，

所以定义域为$\{x\mid x<1\}$.

故答案为：$\{x\mid x<1\}$.

【点睛】本题主要考查了对数型函数的定义域，属于基础题.

12【答案】 ①. 5 ②. 3

【解析】

【分析】根据指数幂的运算法则和对数的运算法则即得.

【详解】$3^0+8^{\frac{2}{3}}=1+(2^3)^{\frac{2}{3}}=1+4=5$，

$\lg 6-\lg\left(\frac{3}{5}\right)+\ln e^2=\lg 6+\lg\left(\frac{5}{3}\right)+2=\lg\left(6\times\frac{5}{3}\right)+2=3$.

故答案为：5；3.

13. 【答案】2

【解析】

【分析】根据根与系数的关系结合条件即得.

【详解】因为x_1,x_2是关于x　方程$x^2-mx+m^2-6=0$的两个实根，

则$\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m^2-6\\\Delta=m^2-4\left(m^2-6\right)\geq 0\end{cases}$，又$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$，

所以$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{m}{m^2-6}=-1$，

解得$m=-3$或$m=2$，

经判别式检验知$m=2$.

故答案为：2.

14. 【答案】　①. $(0,1)$　②. $[2,+\infty)$

【解析】

【分析】空一：分开求解单调性；空二：分$\frac{a}{2}\leq 0$和$\frac{a}{2}>0$两种情况讨论.

【详解】当$a=2$时，$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x-1,x<0\\x^2-2x,x\geq 0\end{cases}$

当$x<0$时函数$f\left(x\right)=2^x-1$单调递增，

当$x\geq 0$时函数$f\left(x\right)=x^2-2x=\left(x-1\right)^2-1$，所以函数$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right)$上单调递减，在$\left(1,+\infty\right)$单调递增，

所以函数$f\left(x\right)$的单调减区间为$\left(0,1\right)$

因为函数$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x-1,x<0\\x^2-ax,x\geq 0\end{cases}=\begin{cases}2^x-1,x<0\\\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4},x\geq 0\end{cases}$

$\frac{a}{2}\leq 0\Rightarrow a\leq 0$并且$f\left(0\right)=0$，所以函数$f\left(x\right)$在R上单调递增，没有最小值；

$\frac{a}{2}>0\Rightarrow a>0$，要想函数$f\left(x\right)$有最小值则满足$-\frac{a^2}{4}\leq -1$即$a\geq 2$

故答案为：$\left(0,1\right)$，$\left[2,+\infty\right)$

15. 【答案】答案见解析

【解析】

【分析】根据材料结合条件分析即得.

【详解】因为小智平时注意锻炼，肌肉占比相对高，意味着身体密度大，相同体型和身高情况下，BMI值与密度成正比（或者说，体重更大），

所以他的BMI值就会偏高，如果小智体型基本正常（或者说身高远高于中国人平均值），就不必担心.

故答案为：如果小智体型基本正常（或者说身高远高于中国人平均值），他的BMI值就会偏高，就不必担

心，因为小智平时注意锻炼，肌肉占比相对高，意味着身体密度大，相同体型和身高情况下，BMI 值与密度成正比（或者说，体重更大）.

三、解答题：本大题共 4 小题，共 40 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 【答案】（1）$0,1,2$

（2）$\left(-\infty,-3\right]\cup\left[-1,0\right]$

【解析】

【分析】（1）解绝对值不等式求得集合 A ，从而确定正确答案.

（2）对集合 B 是否为空集进行分类讨论，结合 $\left(\complement_{\mathbf{R}}A\right)\cap B=\varnothing$ 求得 m 的取值范围.

【小问 1 详解】

$|x-1|<2,-2<x-1<2,-1<x<3$，所以 $A=\{x\mid -1<x<3\}$，

所以集合 A 中的所有整数为 $0,1,2$.

【小问 2 详解】

由（1）得：$A=\{x|-1<x<3\}$，所以 $\complement_{\mathrm{R}}A=\{x|\ x\le -1$ 或 $x\ge 3\}$

① $B=\varnothing$ 时，即 $m\ge 2m+3$，

所以 $m\le -3$，符合 $\left(\complement_{\mathrm{R}}A\right)\cap B=\varnothing$；

② $B\ne\varnothing$ 时，即 $m<2m+3$，

所以 $m>-3$，

由于 $\left(\complement_{\mathrm{R}}A\right)\cap B=\varnothing$，

所以 $\begin{cases} m\ge -1 \\ 2m+3\le 3 \end{cases}$，

所以 $-1\le m\le 0$.

综上，实数 m 的取值范围是 $\left(-\infty,-3\right]\cup\left[-1,0\right]$.

17. 【答案】（1）$\dfrac{2}{5}$；

（2）$\dfrac{7}{10}$.

【解析】

【分析】（1）根据古典概型公式计算，即可求解；（2）计算出李明第二次英语听说考试取得满分的概率，然后根据题意，由独立事件的乘法公式计算李明英语高考听说成绩为满分的概率的最大值.

【小问 1 详解】

依题意，李明　20 次英语听说模拟考试中有 8 次取得满分，

取得满分的频率为$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$，

所以用频率估计事件A的概率为$P\left(A\right)=\frac{2}{5}$.

【小问2详解】

设事件B为“李明第二次英语听说考试取得满分”，

事件C为“李明高考英语听说考试取得满分”.

依题意，$P\left(B\right)=\frac{1}{2}$，

所以$P\left(C\right)\le P\left(A\right)+P\left(\overline{A}B\right)=P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B\right)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$，

所以如果李明在第一次未取得满分时，坚持训练参加第二次考试，

那么他英语高考听说考试最终成绩为满分的概率的最大值可以达到$\frac{7}{10}$.

18. 【答案】(1) ①②；0；$\frac{1}{2}$

(2) 证明见解析　　(3) $\left[-\frac{23}{5},-1\right]$

【解析】

【分析】(1) 通过分析可知一定满足①②，从而列出方程组，求出$b=0$，$a=\frac{1}{2}$；

(2) 定义法判断函数的单调性步骤：取值，作差，变形，判号；

(3) 参变分离得到$m=\frac{2}{4^x+1}-\left(4^x+1\right)$，$x\in\left[0,1\right]$，换元后转化为$m=\frac{2}{t}-t$在$\left[2,5\right]$上有唯一解，结合(2)中函数单调性，求出$g\left(t\right)=\frac{2}{t}-t$的值域，从而得到$m$的取值范围.

【小问1详解】

因为函数$f\left(x\right)=\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}+b$在R上是单调减函数，

故② $f\left(1\right)=-\frac{3}{5}$；③ $f\left(-1\right)=-\frac{3}{5}$不会同时成立，两者选一个，

故函数一定满足①函数$f\left(x\right)$为奇函数，

由于函数定义域为R，所以有$f\left(0\right)=0$，则$f\left(1\right)<0$，$f\left(-1\right)>0$，

故一定满足②，

选择①②：$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=\frac{a^{-x}-a^x}{a^{-x}+a^x}+b+\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}+b=0$，

$f\left(1\right)=\dfrac{a-a^{-1}}{a+a^{-1}}+b=-\dfrac{3}{5}$，

解得：$b=0$，$a=\dfrac{1}{2}$；

【小问 2 详解】

任取 $x_1,x_2\in\left(0,+\infty\right)$，且 $x_1<x_2$，

则 $g\left(x_2\right)-g\left(x_1\right)=\left(\dfrac{2}{x_2}-x_2\right)-\left(\dfrac{2}{x_1}-x_1\right)=\left(x_1-x_2\right)\left(\dfrac{2}{x_1x_2}+1\right)$，

由于 $0<x_1<x_2$，所以 $x_1-x_2<0,\dfrac{2}{x_1x_2}+1>0$，

所以 $g\left(x_2\right)-g\left(x_1\right)<0$，即 $g\left(x_2\right)<g\left(x_1\right)$，

所以函数 $g\left(t\right)=\dfrac{2}{t}-t$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递减.

【小问 3 详解】

由（1）可得 $f\left(x\right)=\dfrac{1-4^x}{1+4^x}$，

所以方程为 $\dfrac{1-4^x}{1+4^x}=m+4^x$，即 $m=\dfrac{1-4^x}{1+4^x}-4^x=\dfrac{2}{4^x+1}-\left(4^x+1\right)$，

令 $t=4^x+1$，由于 $x\in\left[0,1\right]$，所以 $t\in\left[2,5\right]$，

则问题转化为 $m=\dfrac{2}{t}-t$ 在 $\left[2,5\right]$ 上有唯一解.

由（2）知，函数 $g\left(t\right)=\dfrac{2}{t}-t$ 在 $\left[2,5\right]$ 上单调递减，

所以 $g(t)_{\min}=g\left(5\right)=\dfrac{2}{5}-5=-\dfrac{23}{5},g(t)_{\max}=g\left(2\right)=\dfrac{2}{2}-2=-1$，

所以，实数 m 的取值范围是 $\left[-\dfrac{23}{5},-1\right]$.

19. 【答案】（1）②；①；③

（2）$\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

（3）1

【解析】

【分析】（1）结合函数的单调性、充分、必要条件的知识确定正确答案.

（2）根据性质 B，利用分离常数法，结合不等式的性质求得 a 的取值范围.

（3）将问题转化为$-1<\dfrac{\Delta y}{\Delta x}\le 0$恒成立，对$m,n$的范围进行分类讨论，由此求得$m$的最小值.

【小问 1 详解】

由于$x_1<x_2$，所以$\Delta x=x_2-x_1>0$.

对于性质A，当$\Delta y+\Delta x>0$时，无法判断Δy的符号，故无法判断单调性；

当$f\left(x\right)$在I上单调递增时，$\Delta y>0\Rightarrow \Delta y+\Delta x>0$，

所以$f\left(x\right)$在I上具有性质A是$f\left(x\right)$在I上单调递增的必要而不充分条件.

对于性质B，当$\Delta y-\Delta x>0$时，$\Delta y>\Delta x>0$，所以$f\left(x\right)$在I上单调递增；

当$f\left(x\right)$在I上单调递增时，$\Delta y>0$，$\Delta y-\Delta x$的符合无法判断，

所以$f\left(x\right)$在I上具有性质B是$f\left(x\right)$在I上单调递增的充分而不必要条件.

对于性质C，若$\Delta y\cdot\Delta x>0$，则$\Delta y>0$，所以$f\left(x\right)$在I上单调递增；

当$f\left(x\right)$在I上单调递增时，$\Delta y>0$，$\Delta y\cdot\Delta x>0$，

所以$f\left(x\right)$在I上具有性质C是$f\left(x\right)$在I上单调递增的充要条件.

【小问 2 详解】

对于任意　$x_1,x_2\in\left[1,+\infty\right)$，且$x_1<x_2$，

有$\Delta x=x_2-x_1>0,\Delta y=f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)=ax_2^2-ax_1^2$，

由于$f\left(x\right)$在$\left[1,+\infty\right)$满足性质B，即$\Delta y-\Delta x>0$，

所以$\left(ax_2^2-ax_1^2\right)-\left(x_2-x_1\right)>0$，所以$\left(ax_1+ax_2-1\right)\left(x_2-x_1\right)>0$，

因为$x_2-x_1>0$，所以$a\left(x_1+x_2\right)>1$，所以$a>\dfrac{1}{x_1+x_2}$，

由于任意的$x_1,x_2\in\left[1,+\infty\right)$，且$x_1<x_2$，所以$x_1+x_2>2$，

所以$\dfrac{1}{x_1+x_2}<\dfrac{1}{2}$，

所以实数a的取值范围是$\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

【小问 3 详解】

实数m的最小值为 1.

理由如下：

因为$g\left(x\right)=\dfrac{1}{|x|}$在$\left[m,n\right]$上恰满足性质A、性质$B$、性质$C$、性质$D$中的一个，

所以对任意 $x_1, x_2 \in [m,n]$ 且 $x_1 < x_2$，有 $-1 < \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \le 0$ 恒成立.

因为 $g(x) = \dfrac{1}{|x|}$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，所以 $0 \notin [m,n]$.

当 $m < n < 0$ 时，$y = \dfrac{1}{-x}$，

所以 $\Delta y = -\dfrac{1}{x_2} - \left(-\dfrac{1}{x_1}\right) = \dfrac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} = \dfrac{\Delta x}{x_1 x_2}$，从而 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{1}{x_1 x_2} > 0$，不合题意；

当 $0 < m < n$ 时，$y = \dfrac{1}{x}$，

所以 $\Delta y = \dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{x_1 - x_2}{x_1 x_2} = \dfrac{-\Delta x}{x_1 x_2}$，从而 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -\dfrac{1}{x_1 x_2} < 0$，

要使 $-1 < \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \le 0$ 恒成立，只需使 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -\dfrac{1}{x_1 x_2} > -1$，即 $x_1 x_2 > 1$ 恒成立，

若 $m < 1$，则 $\exists x_1 = m, x_2 < 1$，使 $x_1 x_2 < 1$，这与 $x_1 x_2 > 1$ 矛盾，

当 $m = 1$ 时，$1 \le x_1 < x_2$，$x_1 x_2 > 1$ 恒成立，

所以 m 的最小值为 1.

【点睛】对于新定义问题的求解，关键点在于“转化”，将新定义的问题，不熟悉的问题，转化为学过的知识、熟悉的问题来进行求解. 求解函数问题，首先要研究函数的定义域，这个步骤必不可少.