



**怀柔区 2019—2020 学年度第一学期初二期末质量检测
数 学 试 卷 2020.1**

考生须知

1. 本试卷共 5 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答题卡一并交回。

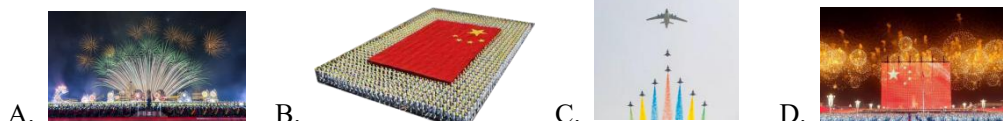
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下列各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 16 的算术平方根是

- A. 8 B. 4 C. ± 4 D. -4

2. 盛大庄严的阅兵仪式、热烈欢腾的群众游行、雍容绽放的焰火表演、璀璨夺目的光影展示……新中国成立 70 周年庆典活动令人记忆犹新.这背后彰显了中国在科技领域的飞速进步.下列庆典图片中是轴对称图形的是



3. 若分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 的值等于 0，则 x 的值为

- A. -1 B. 1 C. 0 D. 2

4. 下列各式中，是最简二次根式的是

- A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{27}$ D. $\sqrt{a^2}$

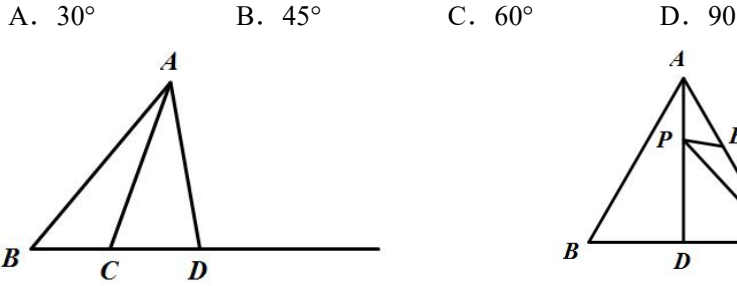
5. 新中国成立 70 周年庆典阅兵直播,不仅可以通过电视观看,也可以通过手机、电脑等互联网设备进行观看.这其中,百度 APP 直播期间累计观看人数就达到 550000000,将 550000000 用科学记数法表示为

- A. 55×10^7 B. 5.5×10^8 C. 0.55×10^8 D. 5.5×10^9

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=50^\circ$ ， $\angle BAC=20^\circ$ ，D 为线段 AB 的垂直平分线与直线 BC 的交点，连接 AD，则 $\angle ADC$ 的度数为

- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

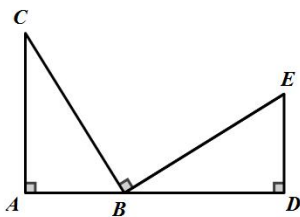
7. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，AD 是 BC 边上的高，E 是 AC 的中点，P 是 AD 上的一个动点，当 PC 与 PE 的和最小时， $\angle CPE$ 的度数是



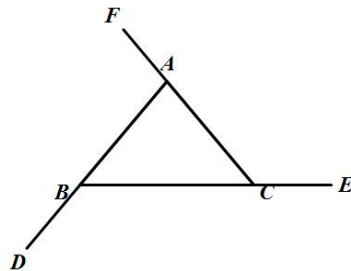
8. 下列事件中，满足随机事件且该事件每个结果发生的可能性都相等的是
- A. 一个密封的纸箱里有 7 个颜色不同的球，从里面随意摸出一个球，摸出每个球的可能性相同。
 - B. 在 80 个相同的零件中，检验员从中取出一个零件进行检验，取出每件产品的可能性相同。
 - C. 一枚质地均匀的骰子，任意掷一次，1-6 点数朝上的可能性相同。
 - D. 小东经过任意一个有红绿灯的路口，遇到红、黄和绿指示灯的可能性相同。

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____。
10. 已知 $\sqrt{a+9}$ 是最简二次根式，且它与 $\sqrt{32}$ 是同类二次根式，则 $a =$ _____。
11. 如图，点 A, B, D 在同一条直线上， $\angle A = \angle CBE = \angle D = 90^\circ$ ，请你只添加一个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ 。
- (1) 你添加的条件是_____。
- (要求：不再添加辅助线，只需填一个答案即可)
- (2) 依据所添条件，判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEB$ 全等的理是_____。
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 是 AB 延长线上一点， E 是 BC 延长线上一点， F 是 CA 延长线上一点， $\angle DBC=130^\circ$ ，则 $\angle FAB$ 的度数为_____。



第 11 题



第 12 题



13. 如图在解分式方程 $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$ 的过程中, 步骤(2)的依据是_____, 步骤(4)的依据是_____.

解分式方程: $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$

解: $\frac{2}{(x+2)(x-2)} + \frac{x}{x-2} = 1 \dots\dots(1)$

$2 + x(x+2) = x^2 - 4 \dots\dots(2)$

$2 + x^2 + 2x = x^2 - 4 \dots\dots(3)$

$x^2 + 2x - x^2 = -4 - 2 \dots\dots(4)$

$2x = -6 \dots\dots(5)$

$x = -3 \dots\dots(6)$

经检验, $x = -3$ 是原方程的解.

14. 已知分式 $\frac{1-3x}{2x^2+1}$ 的值为负数, 则 x 的取值范围为_____.



15. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作之一, 奠定了中国传统数学的基本框架. 其中第九卷《勾股》主要讲述了以测量问题为中心的直角三角形三边互求, 之中记载了一道有趣的“折竹抵地”问题:

“今有竹高一丈, 末折抵地, 去本四尺, 问折者高几何?”

译文: “一根竹子, 原高一丈, 一阵风将竹子折断, 其竹梢恰好抵地, 抵地处离竹子底部 4 尺远, 则折断后的竹子高度为多少尺?”



(备注: 1 丈=10 尺)

如果设竹梢到折断处的长度为 x 尺, 那么折断处到竹子的根部用含 x 的代数式可表示为_____尺, 根据题意, 可列方程为_____.

16. 在每个小正方形的边长为 1 的网格图形中, 每个小正方形的顶点称为格点. 从一个格点移动到与之相距 $\sqrt{5}$ 的另一个格点的运动称为一次跳马变换. 例如, 在 4×4 的正方形网格图形中 (如图 1), 从点 A 经过一次跳马变换可以到达点 B, C, D, E 等处. 现有 10×10 的正方形网格图形 (如图 2), 则从该正方形的顶点 M' 经过跳马变换到达与其相对的 N' , 最少需要跳马变换的次数是_____, 现有 20×20 的正方形网格图形 (如图 3), 则从该正方形的顶点 M'' 经过跳马变换到达与其相对的 N'' , 最少需要跳马变换的次数是_____.

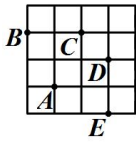


图 1

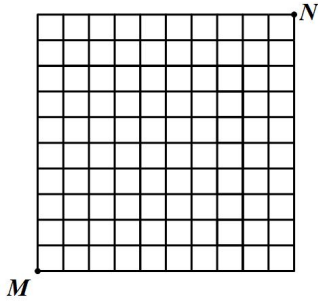


图 2

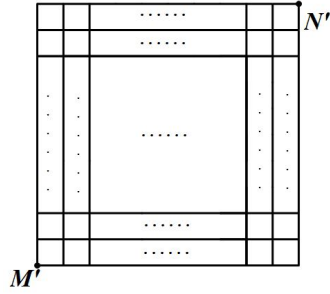


图 3

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27 题，28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

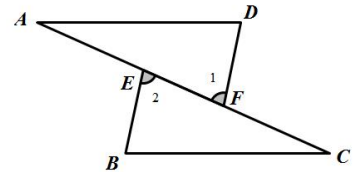
17. 计算： $\sqrt[3]{-27} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}$.

18. 计算： $(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) - (3\sqrt{5}-1)^2$.

19. 解方程： $\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x-1} + 1$.

20. 计算： $\frac{1}{a-b} - \frac{2a}{a^2-b^2}$.

21. 已知：如图， E, F ，为 AC 上两点， $AD \parallel BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AE = CF$ ，求证： $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 。

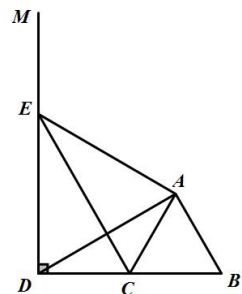


22. 先化简，再求值： $\frac{x-1}{x^2+2x+1} \div (1 - \frac{2}{x+1})$ ，其中 $x = \sqrt{3} - 1$ 。

23. 已知：如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， D 是 BC 延长线上一点，且 $CD = CB$ ，连接 AD ，过点 D 作 $DM \perp DB$ ，在 DM 上截取一点 E ，使得 $DE = AD$ ，连接 AE 。

(1) 求证： $\triangle ADB \cong \triangle AEC$ ；

(2) 猜想 EC 和 AD 的位置关系，并证明。



24. 列方程解应用题：



港珠澳大桥是中国中央政府支持香港、澳门和珠三角地区城市快速发展的一项重大举措，港珠澳大桥东起香港国际机场附近的香港口岸人工岛，向西横跨伶仃洋海域后连接珠海和澳门，止于珠海洪湾，总长 55 千米，是粤港澳三地首次合作共建的超大型跨海交通工程。某天，甲乙两辆巴士均从香港口岸人工岛出发沿港珠澳大桥开往珠海洪湾，甲巴士平均每小时比乙巴士多行驶 10 千米，其行驶时间是乙巴士行驶时间的 $\frac{5}{6}$ 。求乘坐甲巴士从香港口岸人工岛出发到珠海洪湾需要多长时间。

25. 数学课上，王老师布置如下任务：

如图 1，直线 MN 外一点 A ，过点 A 作直线 MN 的平行线。

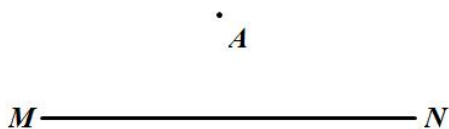


图 1

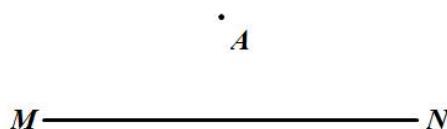


图 2

(1) 小路的作法如下：

- ① 在 MN 上任取一点 B ，作射线 BA ；
- ② 以 B 为圆心任意长为半径画弧，分别交 BA 和 MN 于 C 、 D 两点（点 D 位于 BA 的左侧），再以 A 为圆心，相同的长度为半径画弧 EH ，交 BA 于点 E （点 E 位于点 A 上方）；
- ③ 以 E 为圆心 CD 的长为半径画弧，交弧 EH 于点 F （ F 点位于 BA 左侧）
- ④ 作直线 AF
- ⑤ 直线 AF 即为所求作平行线。

请你根据小路同学的作图方法，利用直尺和圆规完成作图（保留作图痕迹）；并完成以下推理，注明其中蕴含的数学依据：

$$\because \angle CBD = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore AF \parallel MN(\underline{\hspace{2cm}})$$

(2) 请你参考小路的作法，利用图 2 再设计一种“过点 A 作 MN 的平行线”的尺规作图过程（保留作图痕迹），并说明其中蕴含的数学依据。

26. 老师在黑板上书写了一个代数式的正确计算结果，随后用手遮住了原代数式的一部分，

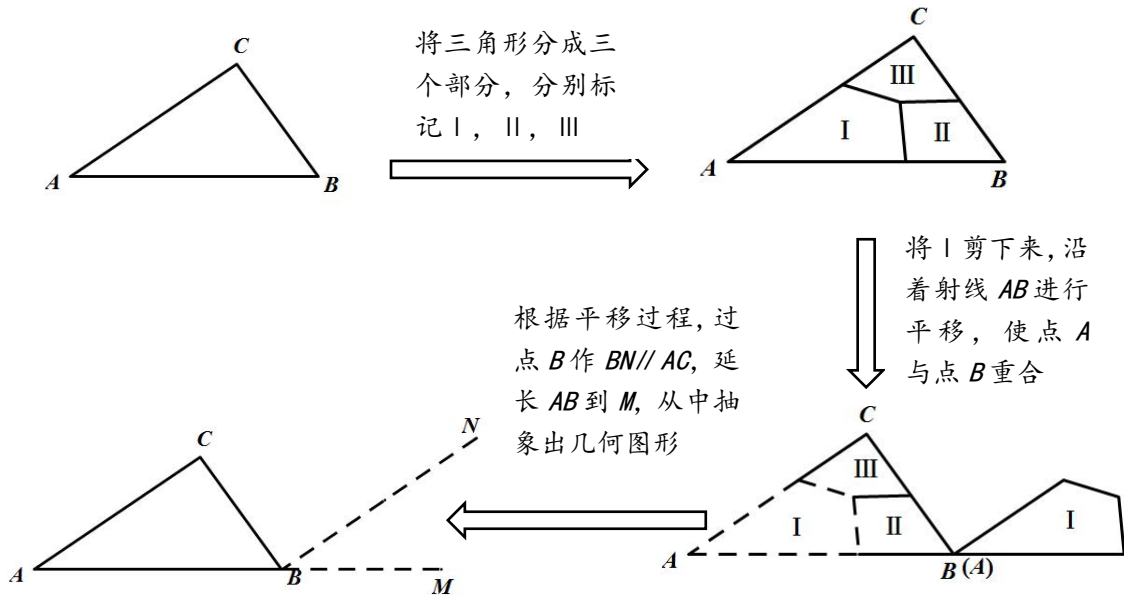


如下图：

$$\left(\text{手} + \frac{2}{x+1} \right) \div \frac{3x}{1-x} = \frac{x-1}{x+1}$$

- (1) 求被手遮住部分的代数式，并将其化简；
- (2) 原代数式的值能等于-1吗？请说明理由。

27. 在探究三角形内角和等于 180° 的证明过程时，小明同学通过认真思考后认为，可以通过剪拼的方法将一个角剪下来，然后把这个角进行平移，从而实现把三角形的三个内角转移到一个平角中去，如图所示：



(1) 小明同学根据剪拼的过程，抽象出几何图形；并进行了推理证明，请你帮助小明完成证明过程。

证明：过点 B 作 $BN \parallel AC$ ，延长 AB 到 M

$$\because BN \parallel AC$$

$$\therefore \angle NBM = \angle A(\quad)$$

$$\angle CBN = \angle C(\quad)$$

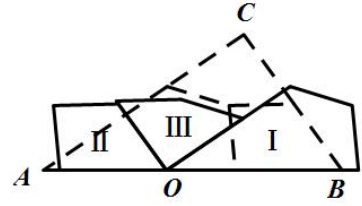
$$\therefore \angle CBA + \angle CBN + \angle NBM = 180^\circ (\text{平角定义})$$



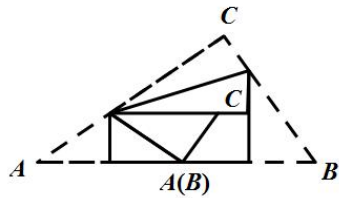
$\therefore \angle CBA + \angle A + \angle C = 180^\circ$ (等量代换)

(2) 小军仿照小明的方法将三角形的三个内角都进行了移动, 也将三个内角转移到一个平角中去, 只不过平角的顶点放到了 AB 边上, 如图所示:

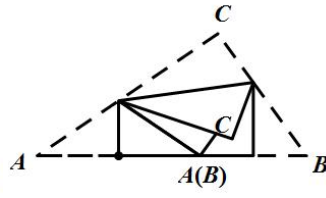
请你仿照小明的证明过程, 抽象出几何图形再进行证明.



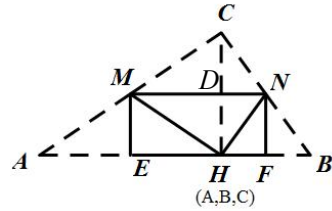
(3) 小兰的方法和小明以及小军的方法都不相同, 她将三角形三个内角分别沿某一条直线翻折, 一共进行了三次尝试, 如图所示:



第一次尝试



第二次尝试



第三次尝试

小兰第三次成功的关键是什么, 请你写出证明思路.



28. 已知: $\triangle ABC$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是 AC 延长线上一点, 且 $AD = \sqrt{2} + 2$, M 是线段 CD 上一个动点, 连接 BM , 延长 MB 到 H , 使得 $HB = MB$, 以点 B 为中心, 将线段 BH 逆时针旋转 45° , 得到线段 BQ , 连接 AQ .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $\angle ABQ = \angle AMB$;

(3) 点 N 是射线 AC 上一点, 且点 N 是点 M 关于点 D 的对称点, 连接 BN , 如果 $QA = BN$, 求线段 AB 的长.

