2022 北京海淀初三（上）期末

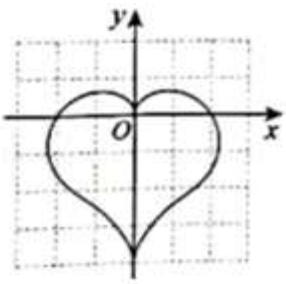
数　学

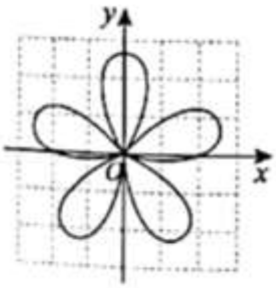
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

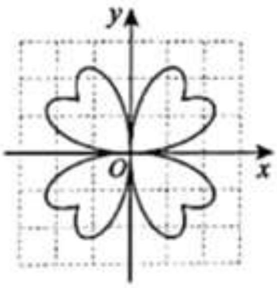
1．在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图象经过点 $(0,0)$ 的是(　　)

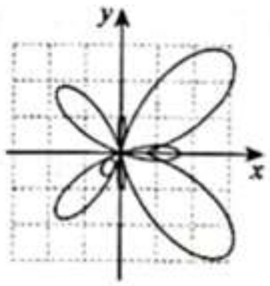
A．$y=x+1$　　B．$y=x^2$　　C．$y=(x-4)^2$　　D．$y=\dfrac{1}{x}$

2．下列各曲线是在平面直角坐标系 xOy 中根据不同的方程绘制而成的，其中是中心对称图形的是(　　)

A．

B．

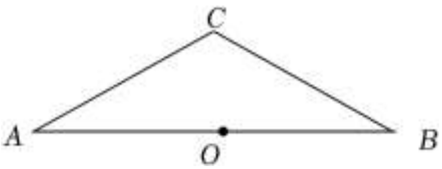
C．

D．

3．抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标为(　　)

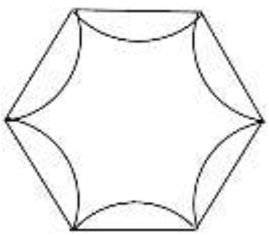
A．$(2,1)$　　B．$(2,-1)$　　C．$(-2,-1)$　　D．$(-2,1)$

4．在 ΔABC 中，$CA=CB$，点 O 为 AB 中点．以点 C 为圆心，CO 长为半径作 $\odot C$，则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是(　　)



A．相交　　B．相切　　C．相离　　D．不确定

5．小明将图案  绕某点连续旋转若干次，每次旋转相同角度 α，设计出一个外轮廓为正六边形的图案（如图），则 α 可以为(　　)



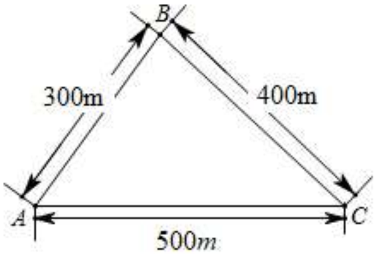
A．$30°$　　B．$60°$　　C．$90°$　　D．$120°$

6．把长为 $2m$ 的绳子分成两段，使较长一段的长的平方等于较短一段的长与原绳长的积．设较长一段的长为 x m，

依题意，可列方程为$(\quad)$

A．$x^2=2(2-x)$　　B．$x^2=2(2+x)$　　C．$(2-x)^2=2x$　　D．$x^2=2-x$

7．如图，A，B，C 是某社区的三栋楼，若在 AC 中点 D 处建一个5G 基站，其覆盖半径为$300m$，则这三栋楼中在该5G 基站覆盖范围内的是$(\quad)$



A．A，B，C 都不在　　B．只有 B　　C．只有 A，C　D．A，B，C

8．做随机抛掷一枚纪念币的试验，得到的结果如下表所示：

抛掷次数 m	500	1000	1500	2000	2500	3000	4000	5000
“正面向上”的次数 n	265	512	793	1034	1306	1558	2083	2598
“正面向上”的频率 $\frac{n}{m}$	0.530	0.512	0.529	0.517	0.522	0.519	0.521	0.520

下面有 3 个推断：

①当抛掷次数是 1000 时，“正面向上”的频率是 0.512，所以“正面向上”的概率是 0.512；

②随着试验次数的增加，“正面向上”的频率总在 0.520 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计“正面向上”的概率是 0.520；

③若再次做随机抛掷该纪念币的试验，则当抛掷次数为 3000 时，出现“正面向上”的次数不一定是 1558 次．

其中所有合理推断的序号是$(\quad)$

A．②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

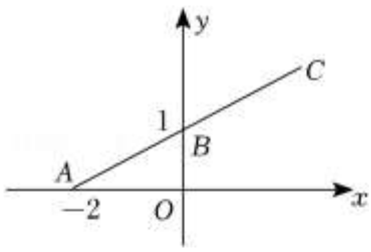
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．已知 y 是 x 的函数，且当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小．则这个函数的表达式可以是____．（写出一个符合题意的答案即可）

10．在一个不透明袋子中有 3 个红球和 2 个黑球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机取出 1 个球，则取出红球的概率是 ____．

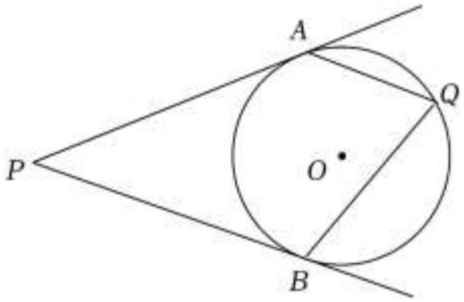
11．若点 $A(-1,y_1)$，$B(2,y_2)$ 在二次函数 $y=2x^2$ 的图象上，则 y_1，y_2 的大小关系为：y_1____y_2（填“$>$”，“$=$”或“$<$”）．

12．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2,0)$，点 $B(0,1)$．将线段 BA 绕点 B 旋转$180°$ 得到线段 BC，则点 C 的坐标为 ____．

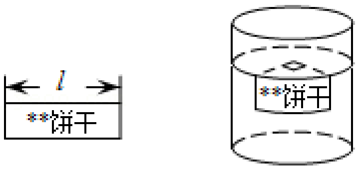


13．若关于 x 的方程 $x^2-2x+k=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围为____.

14．如图，PA，PB 分别切 $\odot O$ 于点 A，B，Q 是优弧 AB 上一点，若 $\angle P=40°$，则 $\angle Q$ 的度数是 ____.



15．小明烘焙了几款不同口味的饼干，分别装在同款的圆柱形盒子中，为区别口味，他打算制作“**饼干”字样的矩形标签粘贴在盒子侧面．为了获得较好的视觉效果，粘贴后标签上边缘所在弧所对的圆心角为 $90°$（如图）．已知该款圆柱形盒子底面半径为 $6cm$，则标签长度 l 应为 ____ cm．(π 取 3.1)



16．给定二元数对 (p,q)，其中 $p=0$ 或 1，$q=0$ 或 1．三种转换器 A，B，C 对 (p,q) 的转换规则如下：

规则

a．转换器 A 当输入 $(1,1)$ 时，输出结果为 1；其余输出结果均为 0.

转换器 B 当输入 $(0,0)$ 时，输出结果为 0；其余输出结果均为 1.

转换器 C 当输入 $(1,1)$ 时，输出结果为 0；其余输出结果均为 1.

b．在组合使用转换器时，A，B，C 可以重复使用.

（1）在图 1 所示的“$A-B-C$”组合转换器中，若输入 $(1,0)$，则输出结果为 ____；

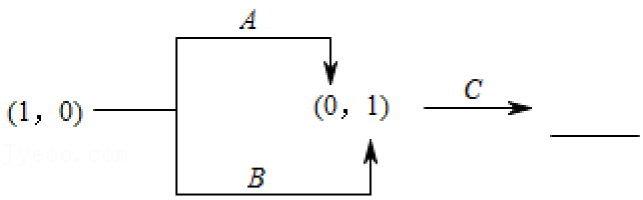


图1

（2）在图 2 所示的“①$-C-$②”组合转换器中，若当输入 $(1,1)$ 和 $(0,0)$ 时，输出结果均为 0，则该组合转换器为“____$-C-$____”.（写出一种组合即可）.

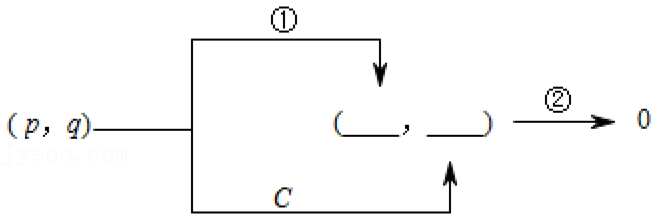


图2

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．（5 分）解方程：$x^2-6x+8=0$．

18．（5 分）已知 a 是方程 $2x^2-7x-1=0$ 的一个根，求代数式 $a(2a-7)+5$ 的值．

19．（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=a(x-3)^2-1$ 经过点 $(2,1)$．

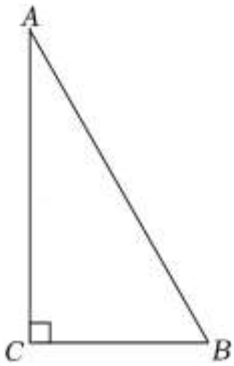
（1）求该抛物线的表达式；

（2）将该抛物线向上平移 ____ 个单位后，所得抛物线与 x 轴只有一个公共点．

20．（5 分）如图，在 RtΔABC 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle BAC=30^{\circ}$，将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转 60°，得到线段 CD，连接 AD，BD．

（1）依题意补全图形；

（2）若 $BC=1$，求线段 BD 的长．



21．（5 分）"化圆为方"是古希腊尺规作图难题之一．即：求作一个方形，使其面积等于给定圆的面积．这个问题困扰了人类上千年，直到 19 世纪，该问题被证明仅用直尺和圆规是无法完成的，如果借用一个圆形纸片，我们就可以化圆为方，方法如下：

已知：$\odot O$（纸片），其半径为 r．

求作：一个正方形，使其面积等于 $\odot O$ 的面积．

作法：①如图 1，取 $\odot O$ 的直径 AB，作射线 BA，过点 A 作 AB 的垂线 l；

②如图 2，以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧交直线 l 于点 C；

③将纸片 $\odot O$ 沿着直线 l 向右无滑动地滚动半周，使点 A，B 分别落在对应的 A'，B' 处；

④取 CB' 的中点 M，以点 M 为圆心，MC 长为半径画半圆，交射线 BA 于点 E；

⑤以 AE 为边作正方形 $AEFG$．

正方形 $AEFG$ 即为所求．

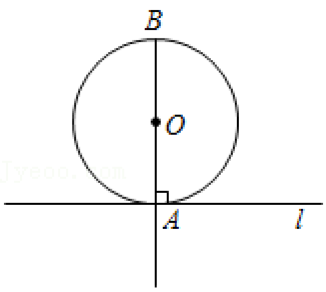


图1

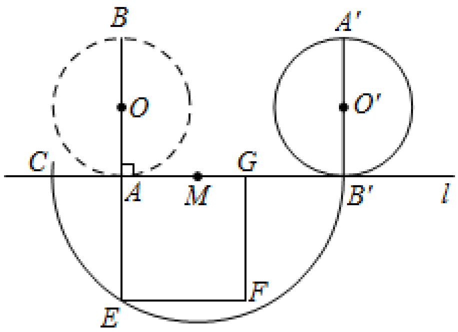


图2

根据上述作图步骤，完成下列填空：

（1）由①可知，直线 l 为 $\odot O$ 的切线，其依据是 ____．

（2）由②③可知，$AC=r$，$AB'=\pi r$，则 $MC=$____，$MA=$____（用含 r 的代数式表示）.

（3）连接 ME，在 Rt△AME 中，根据 $AM^2+AE^2=EM^2$，可计算得 $AE^2=$____（用含 r 的代数式表示）.

由此可得 $S_{正方形AEFG}=S_{\odot O}$.

22.（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2-m)x+1-m=0$.

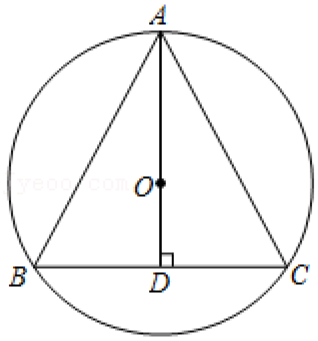
（1）求证：该方程总有两个实数根；

（2）若 $m<0$，且该方程的两个实数根的差为 3，求 m 的值.

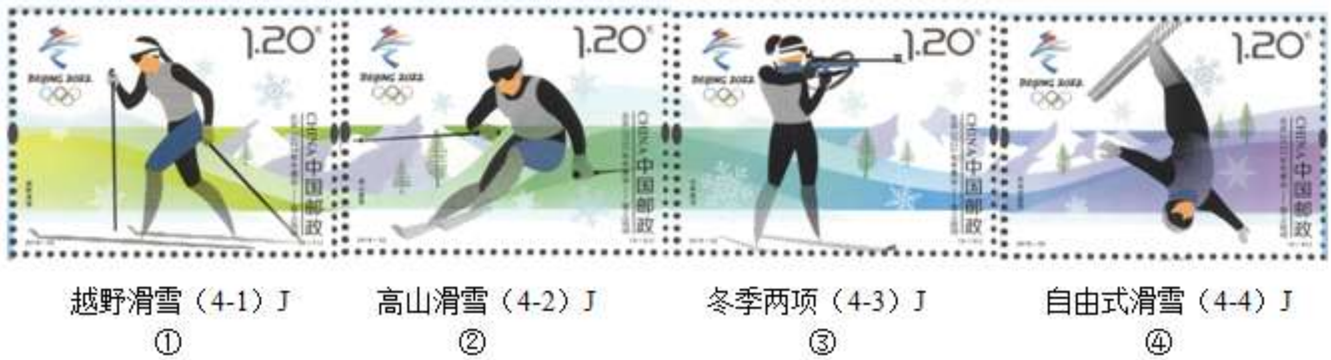
23.（5 分）如图，ΔABC 内接于 $\odot O$，高 AD 经过圆心 O.

（1）求证：$AB=AC$；

（2）若 $BC=8$，$\odot O$ 的半径为 5，求 ΔABC 的面积.



24.（6 分）邮票素有"国家名片"之称，方寸之间，包罗万象．为宣传北京 2022 年冬奥会，中国邮政发行了若干套冬奥会纪念邮票，其中有一套展现雪上运动的邮票，如图所示：



某班级举行冬奥会有奖问答活动，答对的同学可以随机抽取邮票作为奖品.

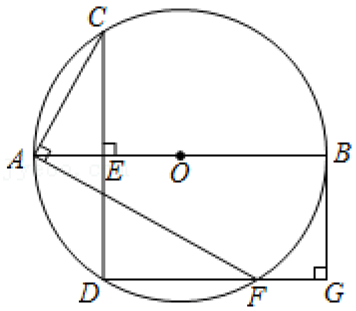
（1）在抢答环节中，若答对一题，可从 4 枚邮票中任意抽取 1 枚作为奖品，则恰好抽到"冬季两项"的概率是____；

（2）在抢答环节中，若答对两题，可从 4 枚邮票中任意抽取 2 枚作为奖品，请用列表或画树状图的方法，求恰好抽到"高山滑雪"和"自由式滑雪"的概率.

25.（6 分）如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于 E，连接 AC，过 A 作 $AF\perp AC$，交 $\odot O$ 于点 F，连接 DF，过 B 作 $BG\perp DF$，交 DF 的延长线于点 G.

（1）求证：BG 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $\angle DFA=30°$，$DF=4$，求 FG 的长.



26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(4,3)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+3(a>0)$ 上．

（1）求该抛物线的对称轴；

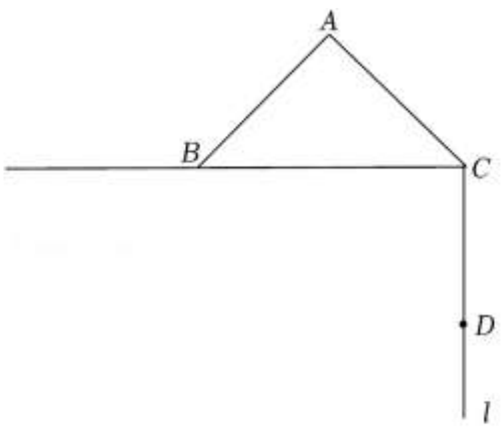
（2）已知 $m>0$，当 $2-m\leqslant x\leqslant 2+2m$ 时，y 的取值范围是 $-1\leqslant y\leqslant 3$．求 a，m 的值；

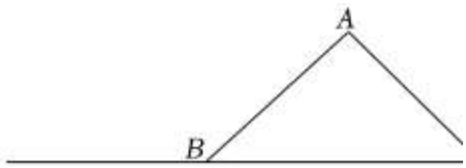
（3）在（2）的条件下，是否存在实数 n，使得当 $n-2<x<n$ 时，y 的取值范围是 $3n-3<y<3n+5$．若存在，直接写出 n 的值；若不存在，请说明理由．

27．（7 分）如图，在 ΔABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=1$，延长 CB，并将射线 CB 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到射线 l，D 为射线 l 上一动点，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $BE=CD$，连接 DE，过点 A 作 $AM\perp DE$ 于 M．

（1）依题意补全图，用等式表示线段 DM 与 ME 之间的数量关系，并证明；

（2）取 BE 的中点 N，连接 AN，添加一个条件：CD 的长为 ____，使得 $AN=\dfrac{1}{2}DE$ 成立，并证明．





备用图

28．（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，图形 W 上任意两点间的距离有最大值，将这个最大值记为 d．对点 P 及图形 W 给出如下定义：点 Q 为图形 W 上任意一点，若 P，Q 两点间的距离有最大值，且最大值恰好为 $2d$．则称点 P 为图形 W 的“倍点”．

（1）如图 1，图形 W 是半径为 1 的 $\odot O$．

①图形 W 上任意两点间的距离的最大值 d 为 ____；

②在点 $P_1(0,2)$，$P_2(3,3)$，$P_3(-3,0)$ 中，$\odot O$ 的“倍点”是 ____；

（2）如图 2，图形 W 是中心在原点的正方形 $ABCD$，点 $A(-1,1)$．若点 $E(t,3)$ 是正方形 $ABCD$ 的“倍点”，求 t 的值；

（3）图形 W 是长为 2 的线段 MN，T 为 MN 的中点，若在半径为 6 的 $\odot O$ 上存在线段 MN 的“倍点”，直接写出所有满足条件的点 T 组成的图形的面积．

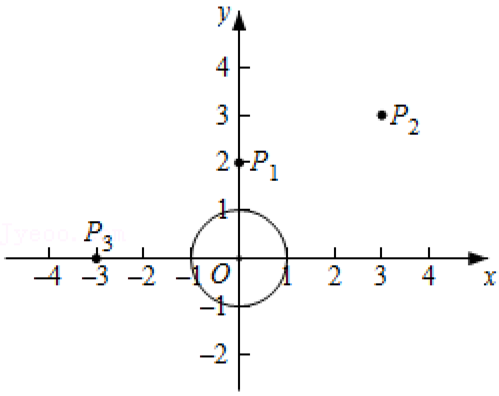


图1

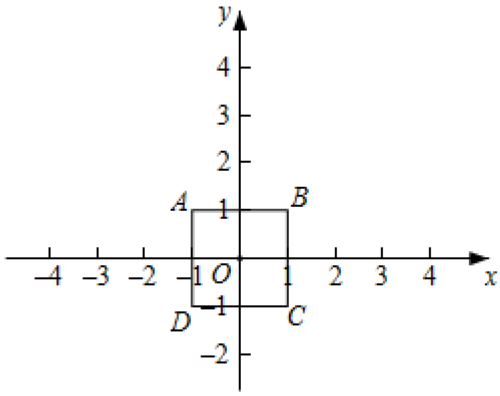


图2

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征，一次函数图象上点的坐标特征，二次函数函数图象上点的坐标特征判断即可．

【解答】解：A、直线 $y=x+1$ 不经过点 $(0,0)$，故不符合题意；

B、抛物线 $y=x^2$ 经过点 $(0,0)$，故符合题意；

C、抛物线 $y=(x-4)^2$ 不经过点 $(0,0)$，故不符合题意；

D、双曲线 $y=\dfrac{1}{x}$ 不经过点 $(0,0)$，故不符合题意；

故选：B．

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，一次函数图象上点的坐标特征，二次函数函数图象上点的坐标特征，熟练掌握各函数图象上点的坐标特征是解题的关键．

2．【分析】根据中心对称图形的概念求解．在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．这个旋转点，就叫做中心对称点．

【解答】解：选项 A、B、D 均不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以不是中心对称图形，

选项 C 能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以是中心对称图形，

故选：C．

【点评】此题主要考查了中心对称图形的概念．中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

3．【分析】抛物线的顶点式为：$y=a(x-h)^2+k$，其顶点坐标是 (h,k)，可以确定抛物线的顶点坐标．

【解答】解：抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 是以抛物线的顶点式给出的，

其顶点坐标为：$(2,1)$．

故选：A．

【点评】本题考查的是抛物线的性质，根据抛物线的顶点式确定抛物线的顶点坐标．

4．【分析】连接 CO，根据等腰三角形的性质得到 $OC\perp AB$，于是得到点 C 到 AB 的距离等于 $\odot C$ 的半径，根据切线的判定定理即可得到结论．

【解答】解：连接 CO，

$\because CA=CB$，点 O 为 AB 中点，

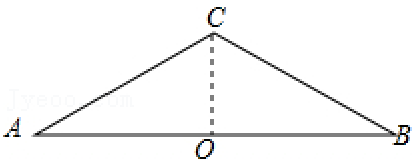
$\therefore OC\perp AB$，

$\because$ 以点 C 为圆心，CO 长为半径作 $\odot C$，

$\therefore$ 点 C 到 AB 的距离等于 $\odot C$ 的半径，

$\therefore \odot C$ 与 AB 的位置关系是相切，

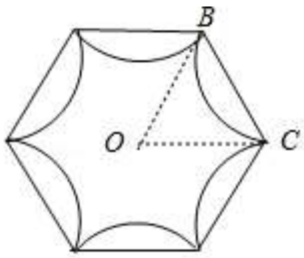
故选：B．



【点评】本题考查了直线与圆的位置关系，等腰三角形的性质，熟练掌握切线的判定方法是解题的关键.

5.【分析】根据旋转的定义确定两个对应点的位置，求得其与O点连线的夹角即可求得旋转角.

【解答】解：如图，当经过一次旋转后点C旋转至点B的位置上，



此时$\angle COB=360^{\circ}\div 6=60^{\circ}$，

故选：B.

【点评】本题考查了利用旋转设计图案，解题的关键是能够找到一对对应点确定旋转角，从而确定旋转角的度数，难度不大.

6.【分析】由较长一段的长为$x\ m$可得出较短一段的长为$(2-x)m$，根据较长一段的长的平方等于较短一段的长与原绳长的积，即可得出关于x的一元二次方程，此题得解.

【解答】解：$\because$较长一段的长为$x\ m$，

$\therefore$较短一段的长为$(2-x)m$.

依题意得：$x^2=2(2-x)$.

故选：A.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

7.【分析】根据勾股定理的逆定理证得ΔABC是直角三角形，可以根据直角三角形斜边中线的性质求得BD的长，然后与$300m$比较大小，即可解答本题.

【解答】解：$\because AB=300cm$，$BC=400cm$，$AC=500cm$，

$\therefore AB^2+BC^2=AC^2$，

$\therefore \Delta ABC$是直角三角形，

$\therefore \angle ABC=90^{\circ}$，

$\because$点D是斜边AC的中点，

$\therefore AD=CD=250cm$，$BD=\dfrac{1}{2}AC=250cm$，

$\because 250<300$，

$\therefore$点A、B、C都在圆内，

$\therefore$这三栋楼中在该$5G$基站覆盖范围内的是A，B，C.

故选：D.

【点评】本题考查点和圆的位置关系，勾股定理的逆定理，解题的关键是求出三角形三个顶点到D点的距离.

8．【分析】根据用频率估计概率以及频率和概率的概念判断．

【解答】解：①当抛掷次数是1000时，“正面向上”的频率是0.512，但“正面向上”的概率不一定是0.512，本小题推断不合理；

②随着试验次数的增加，“正面向上”的频率总在 0.520 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计“正面向上”的概率是0.520，本小题推断合理；

③若再次做随机抛掷该纪念币的试验，则当抛掷次数为3000时，出现“正面向上”的次数不一定是1558次，本小题推断合理；

故选：C．

【点评】本题考查利用频率估计概率，大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

二、填空题（共16分，每题2分）

9．【分析】反比例函数的图象在每个象限内，函数值y随自变量x的增大而增大，则反比例函数的反比例系数$k<0$；反之，只要$k<0$，则反比例函数在每个象限内，函数值y随自变量x的增大而增大．

【解答】解：只要使反比例系数大于0即可．如$y=\dfrac{1}{x}(x>0)$，答案不唯一．

故答案为：$y=\dfrac{1}{x}(x>0)$，答案不唯一．

【点评】本题主要考查了反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$的性质：①$k>0$时，函数图象在第一，三象限．在每个象限内y随x的增大而减小；②$k<0$时，函数图象在第二，四象限．在每个象限内y随x的增大而增大．

10．【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率．

【解答】解：$\because$在一个不透明袋子中有3个红球和2个黑球，共5个球，

$\therefore$取出红球的概率是$\dfrac{3}{5}$．

故答案为：$\dfrac{3}{5}$．

【点评】本题考查概率的求法：如果一个事件有n种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件A出现m种结果，那么事件A的概率P（A）$=\dfrac{m}{n}$．

11．【分析】由抛物线开口向上可得距离对称轴越远的点y值越大，从而求解．

【解答】解：由$y=2x^2$可得抛物线开口向上，对称轴为y轴，

$\because|-1|<|2|$，

$\therefore y_1<y_2$，

故答案为：$<$．

【点评】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数的性质，掌握比较函数值大小的方法．

12．【分析】设$C(m,n)$．利用中点坐标公式构建方程组求解即可．

【解答】解：设$C(m,n)$．

$\because$线段BA绕点B旋转$180°$得到线段BC，

$\therefore AB=BC$，

$\because$点$A(-2,0)$，点$B(0,1)$，

$\therefore \dfrac{-2+m}{2}=0$，$\dfrac{0+n}{2}=1$，

$\therefore m=2$，$n=2$，

$\therefore C(2,2)$．

【点评】本题考查坐标与图形变化$-$旋转，中点坐标公式等知识，解题的关键是学会利用参数解决问题即可．

13．【分析】利用根的判别式进行计算，令$\triangle >0$即可得到关于k的不等式，解答即可．

【解答】解：$\because$关于x的方程$x^2-2x+k=0$有两个不相等的实数根，

$\therefore \triangle >0$，

即$4-4k>0$，

$k<1$．

故答案为：$k<1$．

【点评】本题考查了根的判别式，要知道一元二次方程根的情况与判别式$\triangle$的关系：

（1）$\triangle >0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根；

（2）$\triangle =0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根；

（3）$\triangle <0\Leftrightarrow$方程没有实数根．

14．【分析】连接OA、OB，根据切线的性质得到$OA\perp PA$，$OB\perp PB$，根据四边形内角和等于$360°$求出$\angle AOB$，根据圆周角定理计算即可．

【解答】解：连接OA、OB，

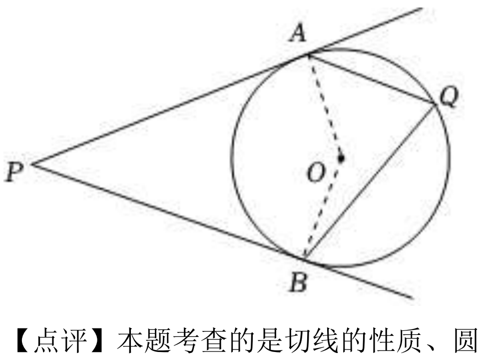
$\because PA$，PB分别切$\odot O$于点A，B，

$\therefore OA\perp PA$，$OB\perp PB$，

$\therefore \angle AOB=360°-90°-90°-40°=140°$，

$\therefore \angle Q=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times 140°=70°$，

故答案为：$70°$．



【点评】本题考查的是切线的性质、圆周角定理，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键．

15．【分析】利用弧长公式求解即可．

【解答】解：标签长度$l=\dfrac{90\cdot \pi \cdot 6}{180}=3\pi =9.3(cm)$，

故答案为：9.3．

【点评】本题考查弧长的计算，解题的关键是记住弧长公式$l=\dfrac{n\pi r}{180}$．

16．【分析】（1）根据题中的转换规则计算即可得到结果；

（2）根据输入的二元数，由A确定出第一个数，由C确定出第二个数，再由B确定出结果即可．

【解答】解：（1）在图1所示的“$A-B-C$”组合转换器中，若输入$(1,0)$，则输出结果为1；

故答案为：1；

（2）若当输入$(1,1)$和$(0,0)$时，输出结果均为0，则该组合转换器为“$B-C-A$”．（写出一种组合即可）．

故答案为：B，A．

【点评】此题考查了代数式求值，以及有理数的混合运算，弄清转换器中的规则是解本题的关键．

三、解答题（共68分，第17-21题，每题5分，第22题6分，第23题5分，第24-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．【分析】把方程左边分解得到$(x-2)(x-4)=0$，则原方程可化为$x-2=0$或$x-4=0$，然后解两个一次方程即可．

【解答】解：$x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$，

$\therefore x-2=0$或$x-4=0$，

$\therefore x_1=2\quad x_2=4$．

【点评】本题考查了解一元二次方程$-$因式分解法：先把方程的右边化为0，再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式，那么这两个因式的值就都有可能为0，这就能得到两个一元一次方程的解，这样也就把原方程进行了降次，把解一元二次方程转化为解一元一次方程的问题了（数学转化思想）．

18．【分析】根据一元二次方程的解的定义得到$2a^2-7a-1=0$，则$2a^2-7a=1$，再把$a(2a-7)+5$变形为$2a^2-7a+5$，然后利用整体代入的方法计算．

【解答】解：$\because a$是方程$2x^2-7x-1=0$的一个根，

$\therefore 2a^2-7a-1=0$，

$\therefore 2a^2-7a=1$，

$\therefore a(2a-7)+5=2a^2-7a+5=1+5=6$．

【点评】本题考查一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根，所以，一元二次方程的解也称为一元二次方程的根．

19．【分析】（1）把点$(2,1)$代入抛物线的解析式即可得出答案；

（2）求出抛物线的顶点坐标，根据纵坐标即可得出答案．

【解答】解：（1）把点$(2,1)$代入$y=a(x-3)^2-1$中，

得：$1=a(2-3)^2-1$，

解得$a=2$，

$\therefore y=2(x-3)^2-1$；

（2）由（1）知抛物线的顶点坐标为$(3,-1)$，

$\therefore$把该抛物线向上平移 1 个单位后，与 x 轴的交点个数位 1，

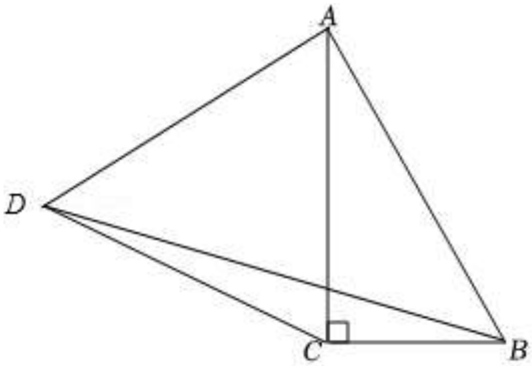
故答案为：1．

【点评】本题主要考查二次函数的图象与性质，关键是要或用待定系数法求函数的解析式．

20．【分析】（1）根据题意，利用旋转的性质即可补全图形；

（2）根据含 30 度角的直角三角形和旋转的性质可得 $AD=AC=\sqrt{3}$，$\angle DAB=90^{\circ}$，再利用勾股定理即可解决问题．

【解答】解：（1）如图，即为补全的图形；



（2）在 RtΔABC 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，

$\because \angle BAC=30^{\circ}$，$BC=1$，

$\therefore AB=2BC=2$，

$\therefore AC=\sqrt{3}$，

由旋转可知：$\angle DAC=60^{\circ}$，$AD=AC=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle DAB=\angle DAC+\angle\angle AC=90^{\circ}$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^{2}+AD^{2}}=\sqrt{2^{2}+(\sqrt{3})^{2}}=\sqrt{7}$ ．

【点评】本题考查了作图－旋转变换，含 30 度角的直角三角形的性质，勾股定理，掌握旋转的性质是解决本题的关键．

21．【分析】（1）利用已知条件结合切线的判定定理解答即可；

（2）利用中点的定义和线段和差的意义解答即可；

（3）利用勾股定理将（2）中的数据代入即可得出结论．

【解答】解：（1）$\because l\perp OA$ 于点 A，OA 为 $\odot O$ 的半径，

$\therefore$直线 l 为 $\odot O$ 的切线（经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线）．

故答案为：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线；

（2）$\because$以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧交直线 l 于点 C，

$\therefore AC=r$ ．

$\because$纸片 $\odot O$ 沿着直线 l 向右无滑动地滚动半周，使点 A，B 分别落在对应的 A'，B' 处，

$\therefore AB'=\dfrac{2\pi r}{2}=\pi r$，

$\therefore CB'=CA+AB'=r+\pi r=(\pi+1)r$ ．

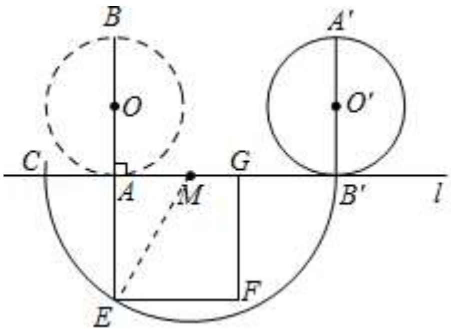
$\because M$ 为 CB' 的中点，

$\therefore MC=\frac{1}{2}CB'=\frac{(\pi+1)r}{2}$.

$\therefore MA=MC-AC=\frac{(\pi+1)r}{2}-r=\frac{(\pi-1)r}{2}$.

故答案为：$\frac{(\pi+1)r}{2}$；$\frac{(\pi-1)r}{2}$；

（3）连接ME，如图，



则$ME=MC=\frac{(\pi+1)r}{2}$.

在RtΔAME中，

$\because AM^2+AE^2=EM^2$，

$\therefore AE^2=EM^2-AM^2$

$=[\frac{(\pi+1)r}{2}]^2-[\frac{(\pi-1)r}{2}]^2$

$=[\frac{(\pi+1)r}{2}+\frac{(\pi-1)r}{2}][\frac{(\pi+1)r}{2}-\frac{(\pi-1)r}{2}]$

$=\pi r\times r$

$=\pi r^2$.

$\therefore S_{正方形AEFG}=S_{\odot O}$.

故答案为：πr^2.

【点评】本题主要考查了圆的切线的判定，圆的周长与面积，正方形的面积，勾股定理，本题是操作型题目，根据题干中的作图步骤转化成几何语言是解题的关键.

22.【分析】(1）利用根的判别式进行求解即可；

（2）设方程的较大的实数根为x_1，较小的实数根为x_2，则有$x_1-x_2=3$，$x_1+x_2=m-2$，$x_1x_2=1-m$，从而可进行求解.

【解答】(1）证明：$\because\triangle=(2-m)^2-4\times1\times(1-m)=m^2\geqslant0$，

$\therefore$原方程有两个相等的实数根或两个不等的实数根，

即该方程总有两个实数根；

（2）设方程的较大的实数根为x_1，较小的实数根为x_2，依题意得：

$x_1-x_2=3$，$x_1+x_2=m-2$，$x_1x_2=1-m$，

$\therefore(x_1-x_2)^2=3^2$，

$x_1^2-2x_1x_2+x_2^2=9$，

$x_1^2+x_2^2=9+2x_1x_2=9+2(1-m)=11-2m$，

$\because (x_1+x_2)^2=(m-2)^2$，

$\therefore x_1^2+2x_1x_2+x_2^2=m^2-4m+4$，

$\therefore 11-2m+2(1-m)=m^2-4m+4$，

整理得：$m^2=9$，

解得：$m=3$ 或 $m=-3$，

$\because m<0$，

$\therefore m=-3$.

【点评】本题主要考查根与系数的关系，解答的关键是对根与系数的关系的掌握并灵活运用.

23.【分析】（1）根据垂径定理得到 $AB=AC$，根据圆心角、弧、弦之间的关系定理证明结论；

（2）连接 OB，根据垂径定理求出 BD，根据勾股定理求出 OD，根据三角形 的面积公式计算，得到答案.

【解答】（1）证明：$\because OD\perp BC$，

$\therefore AB=AC$，

$\therefore AB=AC$；

（2）解：连接 OB，

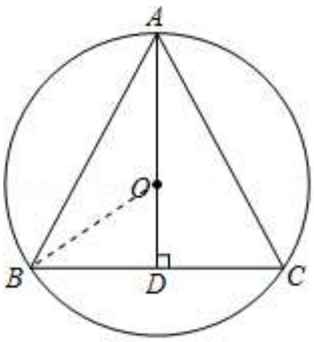
$\because OD\perp BC$，$BC=8$，

$\therefore BD=DC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 8=4$，

在 RtΔODB 中，$OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore AD=5+3=8$，

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$.



【点评】本题考查的是三角形的外接圆与外心，掌握垂径定理、圆心角、弧、弦之间的关系定理是解题的关键.

24.【分析】（1）直接由概率公式求解即可；

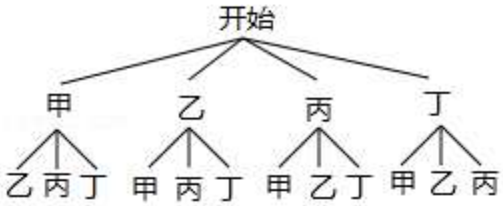
（2）画树状图，共有 12 种等可能结果，其中恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”的有 2 种结果，再由概率公式求解即可.

【解答】解：（1）恰好抽到“冬季两项”的概率是 $\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）“越野滑雪”、“高山滑雪”、“冬季两项”、“自由式滑雪”分别记为甲、乙、丙、丁，

画树状图如下：



共有 12 种等可能结果，其中恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”的有 2 种结果，

$\therefore$恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”的概率为：$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$．

【点评】此题考查的是用树状图法求概率．树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率$=$所求情况数与总情况数之比．

25．【分析】（1）由题意根据切线的判定证明半径$OB\perp BG$，即可证明BG是$\odot O$的切线；

（2）根据题意连接CF，根据圆周角定理和中位线性质得出$EO=\frac{1}{2}DF$，进而依据等边三角形和四边形$BEDG$是矩形，由矩形的性质可得出FG的长．

【解答】（1）证明：$\because C$，A，D，F在$\odot O$上，$\angle CAF=90^{\circ}$，

$\therefore \angle D=\angle CAF=90^{\circ}$．

$\because AB\perp CE$，$BG\perp DF$，

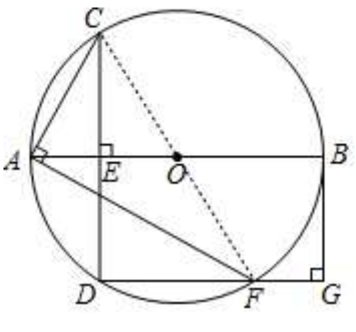
$\therefore \angle BED=\angle G=90^{\circ}$．

$\therefore$四边形$BEDG$中，$\angle ABG=90^{\circ}$．

$\therefore$半径$OB\perp BG$．

$\therefore BG$是$\odot O$的切线．

（2）解：连接CF，



$\because \angle CAF=90^{\circ}$，

$\therefore CF$是$\odot O$的直径．

$\therefore OC=OF$．

$\because$直径$AB\perp CD$于E，

$\therefore CE=DE$．

$\therefore OE$是ΔCDF的中位线．

$\therefore OE=\frac{1}{2}DF=2$.

$\because$ $AD=AD$， $\angle AFD=30^\circ$，

$\therefore \angle ACD=\angle AFD=30^\circ$.

$\therefore \angle CAE=90^\circ-\angle ACE=60^\circ$.

$\because OA=OC$，

$\therefore \Delta AOC$ 是等边三角形.

$\because CE\perp AB$，

$\therefore E$ 为 AO 的中点，

$\therefore OA=2OE=4$， $OB=4$.

$\therefore BE=OB+OE=6$.

$\because \angle BED=\angle D=\angle G=90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $BEDG$ 是矩形.

$\therefore DG=BE=6$.

$\therefore FG=DG-DF=2$.

【点评】本题考查了切线的判定、圆周角定理、等边三角形的判定和性质、等腰三角形的性质、矩形的判定与性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，灵活运用所学知识解决问题.

26.【分析】(1）利用对称点与对称轴的关系：对称点的横坐标之和等于对称轴的 2 倍，即可求出该抛物线的对称轴.

（2）分别讨论 $2-m\leqslant x\leqslant 2+2m$ 的取值范围与对称轴的位置，分别求出不同情况下 y 取最大值与最小值时，对应的 x 的取值，进而求出 a， m 的值.

（3）由于 y 的取值范围是 $3n-3<y<3n+5$，取不到最大值和最小值，故不包含对称轴，分别讨论 $n-2<x<n$ 在对称轴的左右两侧即可.

【解答】解：(1）$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$，

$\therefore x=0$ 时， $y=3$，

$\therefore$ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过点 $(0,3)$，

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过点 $(4,3)$，

$\therefore$ 该抛物线的对称轴为直线 $x=2$.

（2）$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 的对称轴为直线 $x=2$，

$\therefore -\frac{b}{2a}=2$，即 $b=-4a$ ①.

$\because m>0$，

$\therefore 2-m<2<2+2m$.

$\because a>0$，抛物线开口向上，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，函数值在 $2-m<x<2+2m$ 上取得最小值 -1 .

即 $4a+2b+3=-1$ ②.

联立①②，解得 $a=1$，$b=-4$.

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=x^2-4x+3$，即 $y=(x-2)^2-1$.

$\because m>0$，

$\therefore$ 当 $2-m \leqslant x \leqslant 2$ 时，y 随 x 的增大而减小，当 $x=2-m$ 时取得最大值，

当 $2 \leqslant x \leqslant 2+2m$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x=2+2m$ 时取得最大值，

$\because$ 对称轴为 $x=2$，

$\therefore x=2-m$ 与 $x=2+m$ 时的函数值相等.

$\because 2<2+m<2+2m$，

$\therefore$ 当 $x=2+2m$ 时的函数值大于当 $x=2+m$ 时的函数值，即 $x=2-m$ 时的函数值.

$\therefore$ 当 $x=2+2m$ 时，函数值在 $2-m<2<2+2m$ 上取得最大值 3.

代入有 $4m^2-1=3$，舍去负解，得 $m=1$.

（3）存在，$n=1$.

$\because$ 当 $n-2<x<n$ 时，y 的取值范围是 $3n-3<y<3n+5$，y 无法取到最大值与最小值，

$\therefore$ 关于 x 的取值范围一定不包含对称轴，

①当 $n \leqslant 2$ 时，$n-2<x<n$ 在对称轴的左侧，

$\because$ 二次函数开口向上，

$\therefore x=n-2$ 时，y 有最大值，$x=n$ 时，y 有最小值，

由题意可知：$\begin{cases}(n-2)^2-4(n-2)+3=3n+5\\ n^2-4n+3=3n-3\end{cases}$，解得：$n=1$，

故 $n=1$，

②当 $n-2 \geqslant 2$ 时，$n-2<x<n$ 在对称轴的右侧，

$\because$ 二次函数开口向上，

$\therefore x=n-2$ 时，y 有最小值，$x=n$ 时，y 有最大值，

由题意可知：$\begin{cases}(n-2)^2-4(n-2)+3=3n-3\\ n^2-4n+3=3n+5\end{cases}$，此时 n 无解，

故不符合题意，

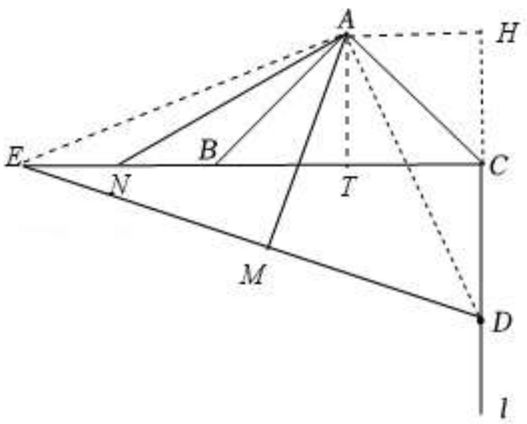
$\therefore n=1$.

【点评】本题是二次函数综合题，考查了二次函数的性质，二次函数的最值，解方程组，待定系数法，正确进行分类讨论是解题的关键.

27.【分析】（1）根据要求作出图形即可．结论：$DM=EM$．证明 $\Delta ABE \cong \Delta ACD(SAS)$，推出 $AE=AD$，可得结论；

（2）当 $CD=\sqrt{2}$ 时，$AN=\dfrac{1}{2}DE$ 成立．过点 A 作 $AT \perp BC$ 于点 T，$AH \perp DC$ 交 DC 的延长线于点 H 则四边形 $ATCH$ 是正方形．分别求出 AN，DE，即可判断.

【解答】解：（1）图形如图所示，结论：$DM=EM$.



理由：连接 AE， AD.

$\because AB=AC$， $\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=45^\circ$，

$\because CD\perp CB$，

$\therefore \angle DCB=90^\circ$，

$\therefore \angle ABE=\angle ACD=135^\circ$，

$\because BA=CA$， $BE=CD$，

$\therefore \Delta ABE\cong \Delta ACD(SAS)$，

$\therefore AE=AD$，

$\because AM\perp DE$，

$\therefore DM=ME$.

（2）当 $CD=\sqrt{2}$ 时， $AN=\dfrac{1}{2}DE$ 成立.

理由：过点 A 作 $AT\perp BC$ 于点 T， $AH\perp DC$ 交 DC 的延长线于点 H 则四边形 $ATCH$ 是正方形.

$\because AB=AC=1$， $\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore BC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}$，

$\because AT\perp CB$，

$\therefore AT=TB=TC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\because CD=BE=\sqrt{2}$， $EN=BN$，

$\therefore BN=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore AN=\sqrt{AT^2+TN^2}=\sqrt{(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，

$\because AH=CH=AT=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore DH=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore AD=\sqrt{AH^2+DH^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2}=\sqrt{5}$，

$\because \Delta ABE\cong\Delta ACD$，

$\therefore \angle EAB=\angle CAD$，

$\therefore \angle EAD=\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore AE=AD=\sqrt{5}$，

$\therefore DE=\sqrt{10}$，

$\therefore AN=\frac{1}{2}DE$．

【点评】本题考查作图－旋转变换，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

28．【分析】（1）①根据定义解答可；②分别找出 P_1Q 、 P_2Q 、 P_3Q 的最大值，再根据定义判断即可；

（2）正方形 $ABCD$ 上的任意两点间的距离最大值为 $2\sqrt{2}$，若点 E 是正方形 $ABCD$ 的“倍点”，则点 E 到 $ABCD$ 上点的最大距离好为 $4\sqrt{2}$．结合图形即可求解；

（3）分线段 MN 在 $\odot O$ 内部和在 $\odot O$ 外两种情况讨论即可求解．

【解答】解：（1）①$\because$ 图形 W 是半径为 1 的 $\odot O$，

图形 W 上任意两点间的距离的最大值 d 为 2．

故答案为：2；

②如图 1，连接 P_2O 并延长交 $\odot O$ 于点 E，

$\because P_2O=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$\therefore P_2E=3\sqrt{2}+1\neq 2d$，

$\therefore P_2$ 不是 $\odot O$ 的“倍点”；

$\because P_1$ 到 $\odot O$ 上各点连线中最大距离为 $2+1=3\neq 2d$，

$\therefore P_1$ 不是 $\odot O$ 的“倍点”；

$\because P_3$ 到 $\odot O$ 上各点连线中最大距离为 $3+1=4=2d$，

$\therefore P_3$ 是 $\odot O$ 的“倍点”．

故答案为： P_3．

（2）如图 2，在正方形 $ABCD$ 中，

正方形 $ABCD$ 上任意两点之间距离的最大距离 $d=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore 2d=4\sqrt{2}$，

由图可知当点 E 在如图所示的位置时， E 是正方形 $ABCD$ 的“倍点“，

$\therefore OE=3\sqrt{2}$，

$\therefore t$ 的值为：3 或 -3．

（3） MN 上 $d=2$， $2d=4$，

当线段 MN 在 $\odot O$ 外部时， $EM=4$， $TM=1$，

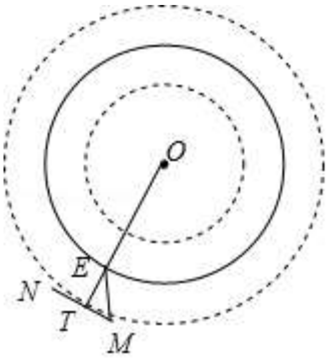
$\therefore ET=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$，

$\therefore$大$\odot O$的半径为$6+\sqrt{15}$，

同理，小$\odot O$的半径为$6-\sqrt{15}$，

点T所构成的图形是圆环，它的面积$\pi\cdot(6+\sqrt{15})^2-\pi\cdot(6-\sqrt{15})^2=24\sqrt{15}\pi$．

故答案为：$24\sqrt{15}\pi$．



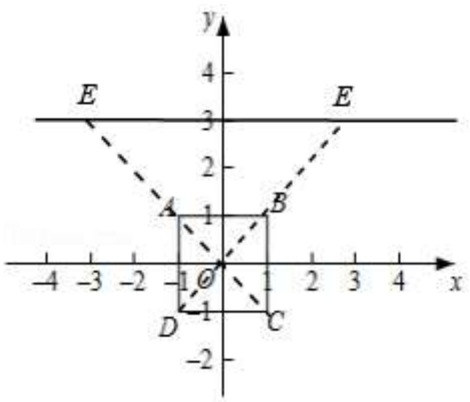


图2

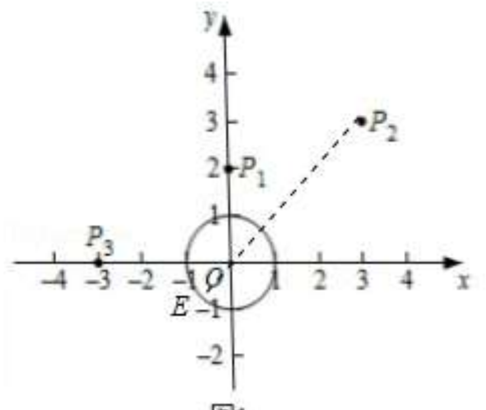


图1

【点评】此题考查了圆的性质和新定义等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题．