北师大实验中学2023-2024学年度第一学期期中试卷

初三年级数学

班级________ 姓名_________ 学号______ 成绩_________

考生须知	
	1. 本试卷共8页，共3道大题，28 道小题；答题纸共3页。 满分100分。考试时间120分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名、学号。 3. 试卷答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题须用2B铅笔将选中项涂黑涂满，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 命题人：张蓓、杨洁、王春华　　　　审题人：杨洁

一、 单项选择题（本题共8小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项最符合题意。每小题2分，共16分）

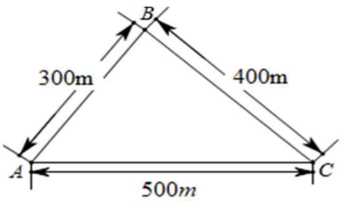
1. 抛物线 $y=3(x-1)^2+5$ 的顶点坐标为（　　）

A. $(1,5)$　　B. $(0,5)$　　C. $(1,8)$　　D. $(0,8)$

2. 用配方法解一元二次方程 $x^2-6x+4=0$，配方正确的是（　　）

A. $(x+3)^2=13$　　B. $(x+3)^2=5$　　C. $(x-3)^2=13$　　D. $(x-3)^2=5$

3. 如图，A，B，C 是某社区的三栋楼，若在 AC 中点 D 处建一个 $5G$ 基站，其覆盖半径为 200m，则这三栋楼中在该 $5G$ 基站覆盖范围内的是（　　）



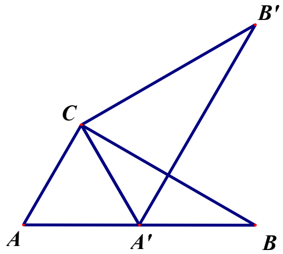
A. A，B，C 都不在　　B. 只有 B

C. 只有 A，C　　D. A，B，C

4. 已知点 $A(-3,y_1)$，$B(1,y_2)$，$C(4,y_3)$ 在抛物线 $y=-(x-2)^2+5$ 上，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是（　　）

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_3<y_1$　　C. $y_1<y_3<y_2$　　D. $y_3<y_1<y_2$

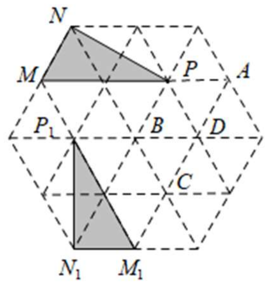
5. 如右图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ,\angle A=60^\circ$，$AB=6$.将$\triangle ABC$绕点$C$沿逆时针方向旋转至$\triangle A'B'C$的位置，此时，点$A'$恰好在$AB$上，则点$B$与点$B'$的距离是（　）



A. 6　　B. $3\sqrt{3}$

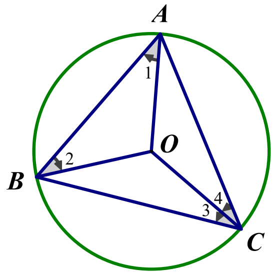
C. $2\sqrt{3}\pi$　　D. $3\sqrt{3}\pi$

6. 如右图，在正三角形网格中，以某点为中心，将$\triangle MNP$旋转，得到$\triangle M_1N_1P_1$，则旋转中心是（　　）



A. 点A　　B. 点B　　C. 点C　　D. 点D

7. 如右图，不等边$\triangle ABC$内接于$\odot O$，下列结论不成立的是（　）



A. $\angle AOB=2\angle ACB$　　B. $\angle 1=\angle 2$

C. $\angle 3=\angle 4$　　D. $\angle ABC=\angle 1+\angle 3$

8. 抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$过(0,0)和(3,3)，且对称轴为直线$x=t$.现有下面四个推断：

①若$t=1$，则$a=1$；
②若$t>1$，则$a>1$；
③若$t<1$，则$a<1$；
④存在实数λ，使得$a(1-\lambda t)$为定值.其中推断正确的是（　）

A.①③　　B. ①④　　C.①②③　　D. ①③④

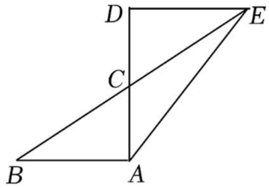
二、　填空题（共**8**道小题，每题**2**分，共**16**分）

9. 点$M(-1,3)$关于原点的对称点的坐标为 ____________.

10. 若圆锥的底面半径是 5，侧面展开图是一个半圆，则该圆锥的母线长为 ____________.

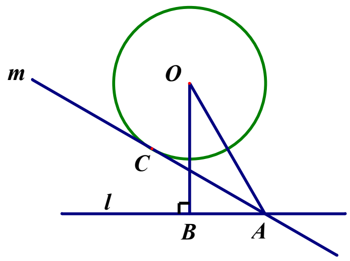
11. 若$x=1$是一元二次方程$x^2-3x+k=0$的一个根，则k的值为______.

12. 如右图，$\triangle DEC$ 与 $\triangle ABC$ 关于点 C 成中心对称，$AB=3, AC=2, \angle CAB=90°$，则 AE 的长是________.

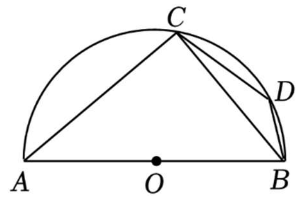


13. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+x+2=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是____________________.

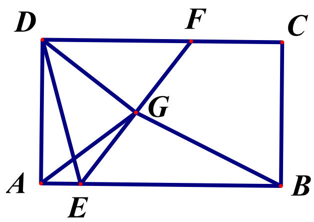
14. 如图，$\odot O$ 与直线 l 相离，圆心 O 到直线 l 的距离 $OB=3\sqrt{3}$，$OA=6$，将直线 l 绕点 A 顺时针旋转 $30°$后得到的直线 m 刚好与 $\odot O$ 相切于点 C，则 $\odot O$ 的半径是____________.



15. 如图，AB 是半圆 O 的直径，点 C，D 在半圆 O 上．若 $\angle ABC=50°$，则 $\angle BDC$ 的度数是____________.



16. 矩形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$BC=3$，点 E 是 AB 边上的一个动点，连接 DE，$\angle DEB$ 的角平分线 EF 交 CD 边于点 F，若 $DG\perp EF$ 于点 G，连接 AG、BG，则 $AG+BG$ 的最小值是__________.



三、　解答题（共 12 道小题，17,27,28 题，每题 7 分，18~20,23,24 题，每题 5 分，21 题 4 分，22,25,26 题，每题 6 分，共 68 分）

17. 选择合适的方法解方程：

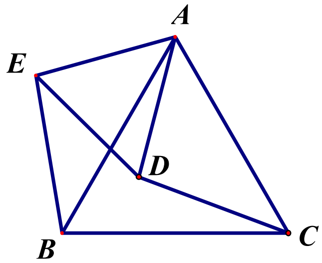
（1）　$4x^2=81$;　　　　　　（2）$2x^2+3x=3$.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+5)x+2k+6=0$.

（1）求证：此方程总有两个实数根；

（2）若此方程恰有一个根小于−1，求 k 的取值范围.

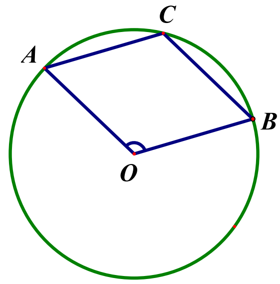
19. 如图，D 是等边三角形 ABC 内一点，将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 $60°$，得到线段 AE，连接 CD，BE.



（1）求证：$\triangle AEB \cong \triangle ADC$；

（2）连接 DE，若 $\angle ADC = 96°$，求 $\angle BED$ 的度数.

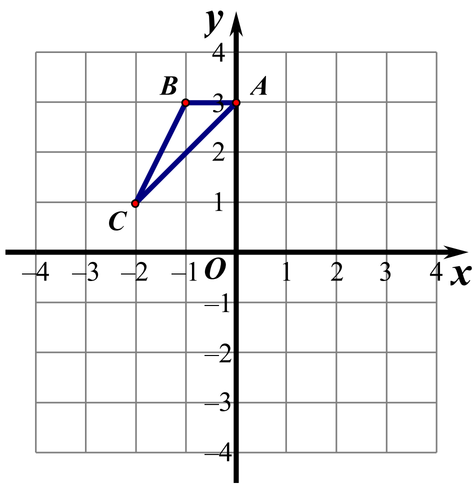
20. 如图，A，B 是⊙O 上的两点，$\angle AOB = 120^\circ$，C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点.求证：四边形 $OACB$ 是菱形.



21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(0,3)$，$B(-1,3)$，$C(-2,1)$.

（1）将 $\triangle ABC$ 绕着点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$，其中点 A 与点 A' 对应，点 B 与点 B' 对应，请在坐标系中画出 $\triangle A'B'C'$，并写出点 B' 的坐标；

（2）若点 $P(a,b)$ 是 $\triangle ABC$ 内部任意一点，请直接写出这个点绕着点 O 顺时针旋转 90° 得到的点 P' 的坐标.

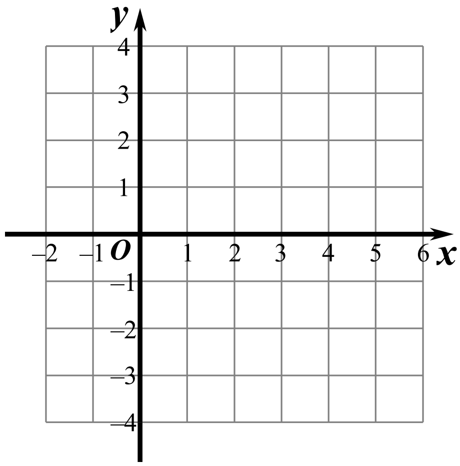


22. 已知二次函数 $y=x^2-4x+c$，它的图象过点 $A(2,-3)$，并且与 y 轴交于点 B.

（1）求二次函数的解析式和点 B 坐标；

（2）当 $1<x<4$ 时，结合函数图象，直接写出函数值 y 的取值范围；

（3）若直线 $y=kx+b$ 也经过点 A，B 两点，直接写出关于 x 的不等式 $kx+b<x^2-4x+c$ 的解集.



23. 已知：⊙O 和圆外一点 P，求作：过点 P 的⊙O 的切线.

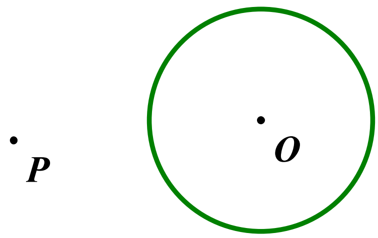
作法：①作射线 PO，交⊙O 于点 M,N；

②以 P 为圆心，PO 为半径作⊙P，以 O 为圆心，MN 的长为半径画弧交⊙P 于点 A；

③连接 PA,OA，OA 交⊙O 于点 B；

④作直线 PB.

所以直线 PB 为⊙O 的切线.



（1）使用直尺和圆规进行尺规作图，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ $OA=MN$，$OB=OM$，

∴ $OB=\dfrac{1}{2}OA$.

∵ $PO=PA$，

∴ $PB\perp OA$.（____________________）（填推理的依据）

∴半径 $OB\perp BP$.

∴直线 PB 为⊙O 的切线.（____________________）（填推理的依据）

24. 某公司以每件 50 元的价格购进一种商品，规定销售时的单价不低于成本价，又不高于每件 70 元，在销售过程中发现这种商品每天的销售量 y（件）与每件的销售单价 x（元）满足一次函数关系：$y=-10x+1000$.

（1）当 $x=60$ 时，每件的利润是__________元，总利润为 __________元；

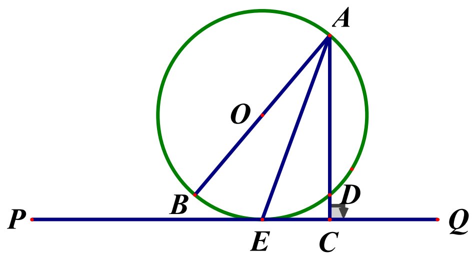
（2）若设总利润为 w 元，则 w 与 x 的函数关系式是 __________________；

（3）销售单价定为多少元时，此时利润最大，最大利润是多少？

25. 如图，AB 是⊙O 的直径，直线 PQ 经过⊙O 上的点 E，$AC\perp PQ$ 于点 C，交⊙O 于 D， AE 平分$\angle BAC$.

（1）求证：直线 PQ 是⊙O 的切线;

（2）若 $AD=6$， $EC=2$，求 CD 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2,y_1)$，$B(\frac{2}{3}a，y_2)$，$C(m,y_3)$三个点在抛物线 $y=x^2-2ax$（$a>0$）上.

（1）当 $a=1$ 时，直接写出抛物线的对称轴及 y_1 和 y_2 的大小关系;

（2）若 $m=3$， $y_1=y_3$，则 a 的值是____________；

（3）若对于任意 $2\leqslant m\leqslant 4$，都满足 $y_1>y_3>y_2$，求 a 的取值范围.

27. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 α（$90°<\alpha<180°$）得到线段 AE，作 $\angle BAE$ 的角平分线交边 CD 于点 P，连接 ED 并延长交射线 AP 于点 F，连接 CF.

（1） 依题意补全图 1，求 $\angle AFE$ 的大小；

（2） 写出线段 ED 与 CF 的数量关系，并证明；

（3） 连接 CE，点 G 是 CE 的中点，$AB=2$，直接写出线段 DG 的最小值.

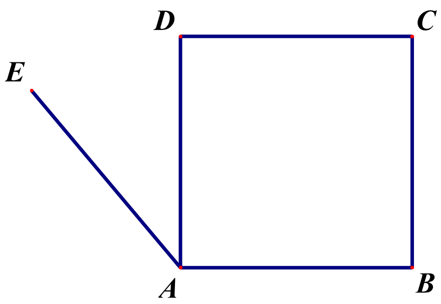
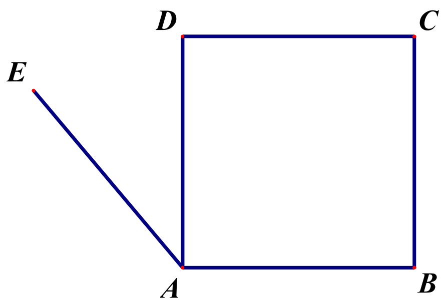


图 1



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，对于点 A 和线段 BC，给出如下定义：若将线段 BC 绕点 A 顺时针旋转 90°可以得到$\odot O$ 的弦 $B'C'$（B',C' 分别是 B,C 的对应点），则称线段 BC 是$\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”.

（1）如图 1，点 $A,B_1,C_1,B_2,C_2,B_3,C_3$ 的横、纵坐标都是整数.

①在线段 B_1C_1,B_2C_2,B_3C_3 中，$\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”是________；

②若线段 DE 是$\odot O$ 的以点 P 为中心的“关联线段”，则点 P 的坐标是____；

（2）如图 2，已知点 $Q(-2,0)$,若直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 上存在$\odot O$ 的以点 Q 为中心的“关联线段”,求出 b 的取值范围.

（3）已知△ABC 中，点 $C(-2,t)$，$AC=BC=1$，$AB=\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{3}$，直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 交 x 轴于点 M,若 AB 是$\odot O$ 的以点 M 为中心的“关联线段”,直接写出 t 的最大值，以及此时 b 的值.

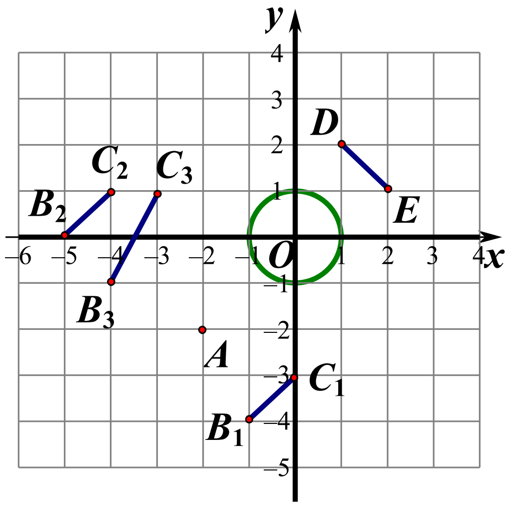


图 1

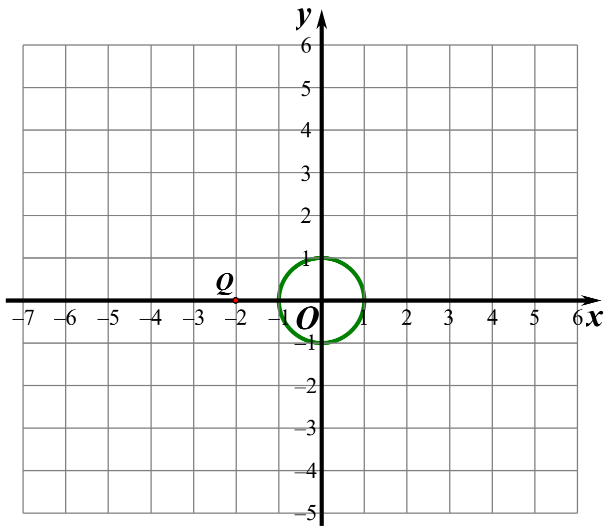


图 2