

北师大附属实验中学 2018—2019 学年度第一学期

初二数学期中考试试卷



五关联动，日一日前榜

试卷说明：

1. 本试卷考试时间为 100 分钟，总分数为 120 分。
  2. 本试卷共 8 页，八道大题，30 道小题。
  3. 请将答案都写在答题纸上。
  4. 一律不得使用涂改液及涂改带，本试卷主观试题铅笔答题无效。
  5. 注意保持卷面整洁，书写工整。
- 试卷命题人：苏海燕 吴勇 毕航达 试卷审核人：陈平

A 卷

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 在 9 月份的“学农”活动中，剪纸不仅是同学们最喜欢的一门课程，很多老师也和同学们一起学习剪纸这项最古老的民间艺术，下面是刘红老师的剪纸作品，其中是轴对称图形的为（ ）



A.



B.



C.



D.

2. 下列各式中从左到右的变形，是因式分解的是（ ）

A.  $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$

B.  $x^2 + x - 1 = (x-1)(x+2) + 1$

C.  $a + ax + ay = a(x+y)$

D.  $a^2b - ab^2 = ab(a-b)$

3. 点 A (3, -1) 关于 x 轴的对称点是（ ）

A. (-1, 3)

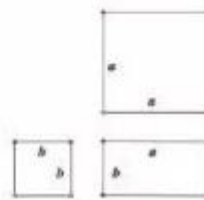
B. (-3, -1)

C. (3, -1)

D. (3, 1)

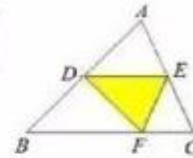
4. 若分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为零, 则 $x$ 的值为( )  
 A. 0      B. 1      C. -2      D. 1或-2
5. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, 已知 $\angle A = \angle A'$ ,  $\angle B = \angle B'$ ,  $AC = A'C'$ , 那么 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 运用的判定方法是( )  
 A. SAS      B. AAS      C. ASA      D. SSS
6. 下列命题中错误的是( ).  
 A. 全等三角形的周长相等      B. 全等三角形的对应角相等  
 C. 全等三角形的面积相等      D. 面积相等的两个三角形全等
7. 等腰三角形的两边长分别为6cm和3cm, 则它的周长是( )  
 A. 15cm      B. 12cm      C. 15cm或12cm      D. 以上都不正确

8. 如图, 有三种卡片, 分别是边长为 $a$ 的正方形卡片1张, 边长为 $b$ 的正方形卡片4张和长宽为 $a, b$ 的长方形卡片4张, 现使用这9张卡片拼成一个大的正方形, 则这个大的正方形边长为( ).



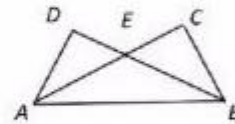
- A.  $a + 3b$       B.  $2a + b$   
 C.  $a + 2b$       D.  $4ab$

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $BD = DA$ , 将 $\triangle ABC$ 沿过 $D$ 的直线折叠, 使点 $A$ 落在 $BC$ 上 $F$ 处, 若 $\angle B = 50^\circ$ , 则 $\angle EDF$ 的度数为( )



- A.  $50^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $35^\circ$

10. 如图,  $AC=BD$ ,  $\angle ADB = \angle BCA = 90^\circ$ ,  $AC$ 与 $BD$ 交于点 $E$ . 有下列结论:



- ① $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ;  
 ② $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ ;  
 ③点 $E$ 在线段 $AB$ 的垂直平分线上;  
 ④ $AC, BD$ 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$ ;

以上结论正确的个数有( )  
 A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

专注北京中考升学

二、填空题（本大题共 8 道小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. 因式分解： $x^2 + 2x =$ \_\_\_\_\_。

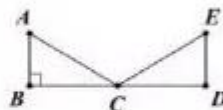
12. 使分式  $\frac{3}{a+4}$  有意义的  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

13. 如图，已知  $AB \perp BD$ ， $ED \parallel AB$ ， $AB = ED$ ，

要使  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，

可补充的一个条件是：\_\_\_\_\_。

（答案不唯一，写一个即可）



14. 若点  $(2x + 1, 5)$  和  $(y, x - 1)$  关于  $y$  轴对称，则  $y =$ \_\_\_\_\_。

15. 已知等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为  $35^\circ$ ，则这个等腰三角形

顶角的度数为\_\_\_\_\_。

16. 如图， $\triangle ABC$  中， $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线， $DE \parallel AB$  交  $AC$  于点  $E$ ，若  $DE = 7$ ， $CE = 6$ ，则  $AC$  的长为\_\_\_\_\_。



17. 阅读下面材料：

在复习课上，围绕一道作图题，老师让同学们尝试应用学过的知识设计多种不同的作图

方法，并交流其中蕴含的数学原理。

已知：直线和直线外的一点  $P$ ，

求作：过点  $P$  且与直线  $l$  垂直的直线  $PQ$ ，垂足为点  $Q$ 。

某同学的作图步骤如下：

步骤	作法	推断
第一步	以点 $P$ 为圆心，适当长度为半径作弧，交直线 $l$ 于 $A$ ， $B$ 两点。	$PA = PB$
第二步	连接 $PA$ ， $PB$ ，作 $\angle APB$ 的平分线，交直线 $l$ 于点 $Q$ 。	$\angle APQ = \angle$ _____
直线 $PQ$ 即为所求作。		$PQ \perp l$

请你根据该同学的作图方法完成以下推理:

$\because PA = PB, \angle APQ = \angle$  \_\_\_\_\_,

$\therefore PQ \perp l$ . (依据: \_\_\_\_\_).

18. 若满足  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $OA = 4$ ,  $AB = k$  的  $\triangle AOB$  的形状与大小是唯一的,  
则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

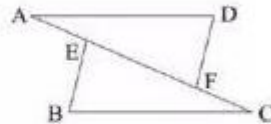
三、解答题（本大题共4道小题，第19~21题4分，第22题5分，共17分）

19. 分解因式： $3a^2 - 6a + 3$

20. 分解因式： $x^3y^2 - 16x^3$

21. 计算： $\frac{2a^4b^2}{3c^3} \div \frac{6a^3b^2}{15c^2}$

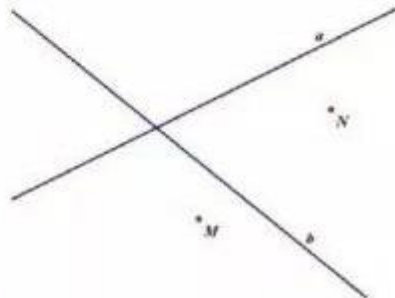
22. 已知：如图，点A、E、F、C在同一条直线上，  
 $DF = BE$ ， $\angle B = \angle D$ ， $AD \parallel BC$ ，  
求证： $AE = CF$ 。



四、解答题（本大题共3道小题，第23题5分，第24、25题每小题6分，共17分）

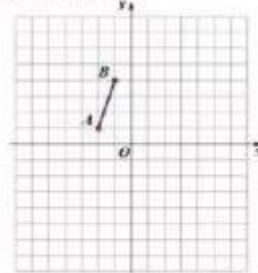
23. 先化简，再求值： $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x - y}{y^2 - x^2}$  其中  $x = 2017$ ， $y = 2018$ 。

24. “学农”期间，我们住在北京农学院， $a$ 、 $b$ 分别代表两条道路，点M、N分别代表宿舍楼和教学楼。为了便于杨枫老师快速便捷地协调指挥，现要建立联络站O点，使O点到两条道路的距离相等，且到宿舍楼和教学楼的距离也相等。请用直尺和圆规画出所有满足条件的O点位置，不写作法，保留作图痕迹，并指出杨枫老师应选择的联络站位置。



25. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $A(-2,1)$ 、 $B(-1,4)$ ，连接 $AB$ ，

(1) 画线段 $A_1B_1$ ，使得线段 $A_1B_1$ 与线段 $AB$ 关于 $y$ 轴对称，请写出 $A_1$ 、 $B_1$ 的坐标： $A_1$  \_\_\_\_\_，  
 $B_1$  \_\_\_\_\_；



(2) 点 $P$ 是 $y$ 轴上一个动点，请画出 $P$ 点，  
使 $PA + PB$ 最小；

(3) 已知点 $C$ 在坐标轴上，且满足 $\triangle ABC$ 是等腰 $\triangle ABC$ ，则所有符合条件的 $C$ 点有\_\_\_\_\_个。

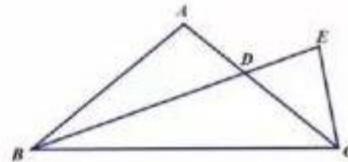
五. 解答题（本大题共 2 道小题，每小题 6 分，共 12 分）

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=100^\circ$ ， $\angle ABC=40^\circ$ ， $BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，延长 $BD$ 至 $E$ ，使 $DE = AD$ ，连接 $EC$ 。

(1) 直接写出 $\angle CDE$ 的度数：

$\angle CDE =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ ；

(2) 猜想线段 $BC$ 与 $AB + CE$ 的数量关系为\_\_\_\_\_，  
并给出证明。

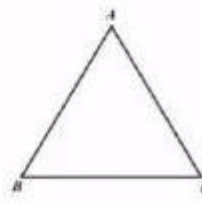
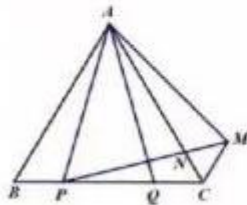


27. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点 $P$ 、 $Q$ 在边 $BC$ 上，并且满足 $BP = CQ$ ，作点 $Q$ 关于直线 $AC$ 的对称点 $M$ ，连接 $AP$ 、 $AQ$ 、 $AM$ 、 $CM$ 、 $PM$ ，线段 $PM$ 、 $AC$ 交于点 $N$ 。

(1) 当 $\angle BAP = 15^\circ$ 时， $\angle QAM =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ ；

(2) 求证： $AP = PM$ ；

(3) 若 $AB = 4$ ，当点 $P$ 在边 $BC$ 上运动时，则线段 $CN$ 的最大值为\_\_\_\_\_。



备用图



B 卷

六、填空题（本大题共 6 分）

28. 在学习整式乘法一章，佩奇发现

$$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2,$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3,$$

$$(x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) = x^4 - y^4,$$

$$(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) = x^5 - y^5,$$

……

(1) 借助佩奇发现的等式，不完全归纳

$$(x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 利用 (1) 中的规律，因式分解  $x^7 - 1 = \underline{\hspace{2cm}};$

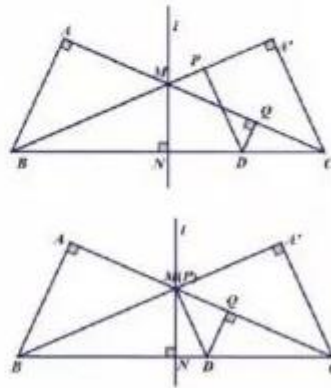
(3) 运用新知：计算  $1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{10} = \underline{\hspace{2cm}}.$

七、解答题（本大题共 6 分）

29. 如图，直线  $l$  是直角  $\triangle ABC$  的斜边  $BC$  的垂直平分线，点  $A'$  与  $A$  关于直线  $l$  对称，连接  $A'B$ 、 $A'C$ ，由轴对称的性质不难得到  $A'B$  与  $AC$  的交点  $M$  在直线  $l$  上，点  $P$  是直线  $A'B$  上一点，过点  $P$  作  $PD \parallel A'C$  交  $BC$  于点  $D$ ，过点  $D$  作  $DQ \perp AC$  于点  $Q$ 。

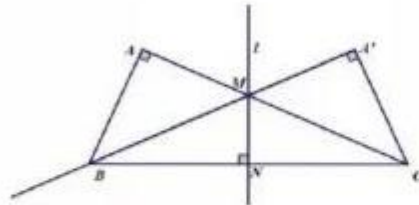
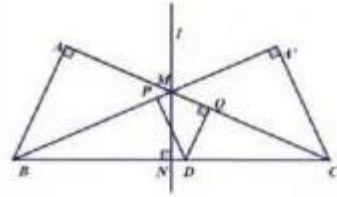
(1) 若  $\angle ABC = 65^\circ$ ，则  $\angle ACA' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ ；

(2) 如图，当点  $P$  与点  $M$  重合时，求证： $DP + DQ = AB$ ；



(3) ①如图, 当点  $P$  在线段  $A'B$  上 (不含端点) 时, 线段  $DP$ 、 $DQ$ 、 $AB$  的数量关系是 \_\_\_\_\_;

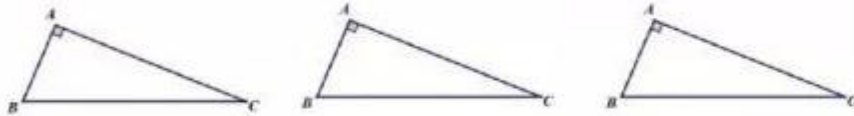
②当点  $P$  在线段  $A'B$  的延长线上时, 线段  $DP$ 、 $DQ$ 、 $AB$  的数量关系是 \_\_\_\_\_。



备用图

八、操作题 (本大题共 8 分)

30. (1) 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\angle B = 67.5^\circ$ , 请画一条直线, 把这个三角形分割成两个等腰三角形. (请你选用下面给出的备用图, 把所有不同的分割方法都画出来. 只需画图, 不必说明理由, 但要在图中标出相等两角的度数)



(2) 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle C$  是其最小的内角, 过顶点  $B$  的一条直线把这个三角形分割成了两个等腰三角形, 请探求  $\angle ABC$  与  $\angle C$  之间的所有可能的关系. (直接写出所有答案即可)



北师大附属实验中学 2018—2019 学年度第一学期  
初二数学期中考试试卷答案

A 卷

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	D	B	B	D	A	C	A	C

二、填空题（本大题共 8 道小题，每小题 3 分，共 24 分）

11.  $x(x+2)$ ;      12.  $a \neq -4$ ;

13.  $\angle A = \angle E$  或  $\angle ACB = \angle ECD$  或  $BC = DC$  或  $AC = AE$ （答案不唯一）;

14.  $-13$ ;      15.  $55^\circ$  或  $125^\circ$ ;      16.  $13$ ;

17.  $\angle BPQ$ , .....1 分

等腰三角形三线合一（简称“三线合一”或完整语言叙述均可）

.....2 分

18.  $k = 2$  或  $k \geq 4$ 。（ $k = 2$  给 1 分， $k \geq 4$  中数值和不等号各给 1 分）

三、解答题（本大题共 4 道小题，第 19~21 题 4 分，第 22 题 5 分，共 17 分）

19. 解:  $3a^2 - 6a + 3$

$= 3(a^2 - 2a + 1)$  .....2 分

$= 3(a - 1)^2$  .....2 分

20. 解:  $x^3y^2 - 16x^3$

$= x^3(y^2 - 16)$  .....2 分

$= x^3(y + 4)(y - 4)$  .....2 分

21. 解:  $\frac{2a^4b^2}{3c^3} \div \frac{6a^3b^2}{15c^2}$

$= \frac{2a^4b^2}{3c^3} \cdot \frac{15c^2}{6a^3b^2}$  .....1 分

$= \frac{5a}{3c}$  .....3 分，系数 1 分，每错一个字母扣 1 分

22. 证:  $\because AD \parallel BC, \therefore \angle A = \angle C,$  .....1分  
在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ \angle B = \angle D \\ DF = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$  (AAS) .....2分

$\therefore AF = CE$  .....1分

$\therefore AF - EF = CE - EF,$  即 $AE = CF.$  .....1分

四、解答题(本大题共3道小题,第23题5分,第24、25题每小题6分,共17分)

23. 解: 原式 $= \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{x-y}{y^2-x^2}$  .....1分, 因式分解1分

$= -\frac{1}{x-y}$  .....2分, 两处约分各1分

当 $x=2017, y=2018$ 时, .....1分

原式 $= -\frac{1}{2017-2018} = 1.$  .....1分

24. 解: 作两条公路的夹角平分线及其垂线, .....3分, 角平分线2分, 垂线1分

作线段 $MN$ 的垂直平分线, .....2分

交于两点,  
选择距离较近的点。 .....1分

25. 解: (1) 画图 .....1分

$A_1(2,1), B_1(1,4)$  .....2分

(2) 做出点 $P$  .....2分

(3) 7个 .....1分

五. 解答题 (本大题共 2 道小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

26. (1)  $\angle CDE = 60^\circ$ , .....1 分

(2)  $BC = AB + CE$ , .....1 分

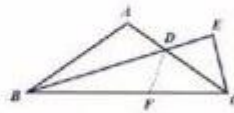
证: 截取  $BF = BA$ , 连接  $DF$ ,  
.....1 分

证明  $\triangle BAD \cong \triangle BFD$  (SAS),  
.....1 分

可证  $DF = DE$ ,  $\angle CDF = \angle CDE = 60^\circ$ ,

可证  $\triangle CDF \cong \triangle CDE$  (SAS),  
.....1 分

所以  $CE = CF$ , 所以  $BC = AB + CE$ .  
.....1 分



27. (1)  $\angle QAM = 30^\circ$ ; .....1 分

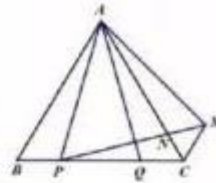
(2) 可证  $AP = AQ$ ,  $\angle BAP = \angle QAC$   
.....1 分, 二者有一个即可给 1 分

可证  $AQ = AM$  即  $AP = AM$ ,  
.....1 分

$\angle PAM = \angle BAC = 60^\circ$ ,  
.....1 分

所以得等边  $\triangle APM$ ,  
所以  $AP = PM$ ; .....1 分

(3) 1. ....1 分



B 卷

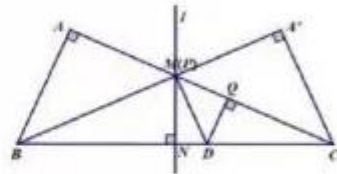
六、填空题（本大题共 6 分）

28. (1)  $x^n - y^n$  .....2 分  
 (2)  $(x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ ; .....2 分  
 (3)  $\frac{5^{11}-1}{4}$  .....2 分

七、解答题（本大题共 6 分）

29. (1)  $\angle ACA' = 40^\circ$  ;

(2) 法 1: 面积法  
 先证明  $A'C \perp MB$ ,  $DP \perp A'B$ , 再证明  $MB = MC$ , .....1 分  
 利用  $S_{\triangle DMB} + S_{\triangle DMC} = S_{\triangle MBC}$  .....1 分  
 可证  $DP + DQ = AB$ . .....1 分



法 2: 截长补短  
 过点 C 作  $CH \perp MD$ ,

利用  $\angle MBC = \angle MCB$ , 可证  $\triangle CDQ \cong \triangle CDH$  (AAS), 从而  $DQ = DH$  .....1 分

利用矩形  $A'MHC$ , 可证  $CA' = PH = DP + DQ$ , .....1 分

而  $AB = CA'$ , 所以  $DP + DQ = AB$ . .....1 分

(3)  $DP + DQ = AB$ , .....1 分  
 $DQ - DP = AB$ . .....1 分

30. (1) 两种方法 .....4 分

(2)  $\angle ABC = 90^\circ$  ,

或  $\angle ABC = 3\angle C$ ,

或  $\angle ABC = 135^\circ - \frac{3}{4}\angle C$ ,

或  $\angle ABC = 180^\circ - 3\angle C$ .

.....4 分, 每条 1 分



扫码关注，每日一练