



高二数学

(试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟)

I 卷 (满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项正确.)

1. 直线 $y = -x + 1$ 的倾斜角是

- (A) 45° (B) 135°
(C) 120° (D) 90°

2. 已知 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$, $\mathbf{b} = (-4, 2, x)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) -6
(C) 6 (D) 1

3. 已知点 $A(1, 2)$, $B(3, 1)$, 则线段 AB 的垂直平分线的方程是

- (A) $4x + 2y = 5$ (B) $4x - 2y = 5$
(C) $x + 2y = 5$ (D) $x - 2y = 5$

4. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AA_1} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$,

则 x, y 的值是

- (A) $x = 1, y = 1$ (B) $x = 1, y = \frac{1}{2}$
(C) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$ (D) $x = \frac{1}{2}, y = 1$

5. “ $a = 1$ ” 是 “直线 $ax + (a - 1)y - 1 = 0$ 与直线 $(a - 1)x + ay + 1 = 0$ 垂直” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. 若点 $M(1, 1)$ 为圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 的弦 AB 的中点, 则直线 AB 的方程是

- (A) $x - y - 2 = 0$ (B) $x - y + 2 = 0$
(C) $x - y = 0$ (D) $x + y = 0$

7. 已知 $A(2, -3)$, $B(-3, -2)$, 直线 l 过点 $P(1, 1)$ 且与线段 AB 相交, 则直线 l 的斜率 k 的取值范围是



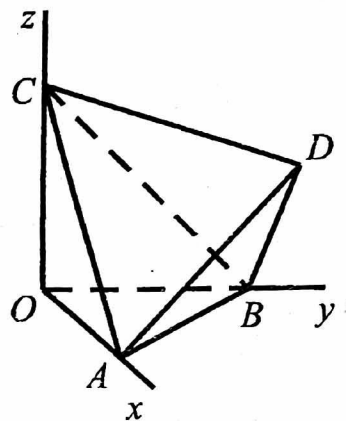
- (A) $k \leq -4$ 或 $k \geq \frac{3}{4}$ (B) $-4 \leq k \leq \frac{3}{4}$
 (C) $k \leq -\frac{1}{4}$ 或 $k \geq \frac{4}{3}$ (D) $-\frac{3}{4} \leq k \leq 4$

8. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是棱 A_1B_1, A_1D_1 的中点, 则直线 AM 和 CN 所成角的余弦值是

- (A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) $-\frac{2\sqrt{5}}{15}$ (D) $\frac{2\sqrt{5}}{15}$

9. 如图, 正四面体 $ABCD$ 的顶点 A, B, C 分别在两两垂直的三条射线 Ox, Oy, Oz 上, 则在下列命题中, 错误的为

- (A) $O-ABC$ 是正三棱锥
 (B) 直线 $OB \parallel$ 平面 ACD
 (C) 直线 AD 与 OB 所成的角是 45°
 (D) 二面角 $D-OB-A$ 为 45°



10. 过直线 $x-y-m=0$ 上一点 P 作圆 $M: (x-2)^2+(y-3)^2=1$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 若使得四边形 $PAMB$ 的面积为 $\sqrt{7}$ 的点 P 有两个, 则实数 m 的取值范围为
- (A) $-5 < m < 3$ (B) $-3 < m < 5$
 (C) $m < -5$ 或 $m > 3$ (D) $m < -3$ 或 $m > 5$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.)

11. 直线 $x-y-1=0$ 和直线 $x-y+1=0$ 之间的距离是_____

12. 若直线 $3(a-1)x+2y+3=0$ 与直线 $(a^2-1)x+ay+1=0$ 平行, 则 $a=$ _____

13. 与直线 $x+2y+6=0$ 平行, 且与圆 $x^2+y^2+2x-4y=0$ 相切的直线方程为_____

14. 在四面体 $ABCD$ 中, 所有棱长都是 1, P, Q 分别为棱 BC, AB 的中点, 则

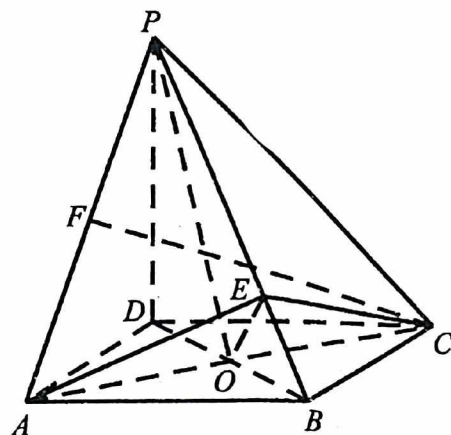
$\overrightarrow{DP} \cdot \overrightarrow{CQ} =$ _____.



15. 如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 2 的菱形, 且 $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$, $PD = AD$, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, F, O 分别是 PA, BD 的中点, E 是线段 PB 上的动点, 给出下列四个结论:

- ① $AC \perp OE$;
 ② $FC = PO$;
 ③ 直线 PO 与底面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$;
 ④ $\triangle AEC$ 面积的取值范围是 $[\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{15}]$.

其中所有正确结论的序号是_____.

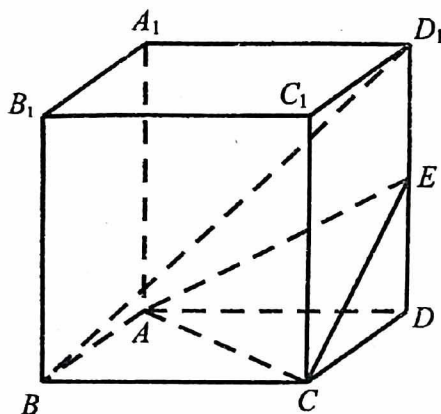


三、解答题 (本题共 2 个小题, 共 25 分, 需要写出详细的演算过程和推理过程.)

16. (本题满分 12 分)

如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DD_1 的中点.

- (I) 求证: $BD_1 \parallel$ 平面 ACE ;
 (II) 求直线 AD 与平面 ACE 所成角的正弦值.



17. (本小题满分 13 分)

已知点 $A(1,3)$, $B(3,1)$, $C(-1,0)$, 求:

- (I) 直线 BC 的方程;
 (II) BC 边上的中线所在直线的方程;
 (III) $\triangle ABC$ 的面积.

II 卷 (满分 50 分)

四、解答题 (本题共 4 个小题, 共 50 分, 需要写出详细的演算过程和推理过程.)

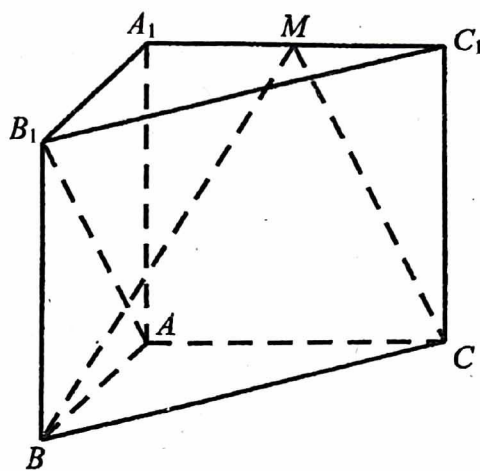
18. (本题满分 12 分)



如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, $AB = AC = AA_1 = 1$, M 为线段 A_1C_1 上的一点.

(I) 求证: $BM \perp AB_1$;

(II) 若直线 AB_1 与平面 BCM 所成角为 $\frac{\pi}{4}$, 求点 A_1 到平面 BCM 的距离.



19. (本题满分 12 分)

已知圆 $M: (x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$ 及其上一点 $A(2,4)$.

(I) 设圆 N 与 x 轴相切, 与圆 M 外切, 且圆心 N 在直线 $x=6$ 上, 求圆 N 的标准方程;

(II) 平行于 OA 的直线 l 与圆 M 相交于 B, C 两点, 且 $|BC| = |OA|$, 求直线 l 的方程.

20. (本题满分 13 分)

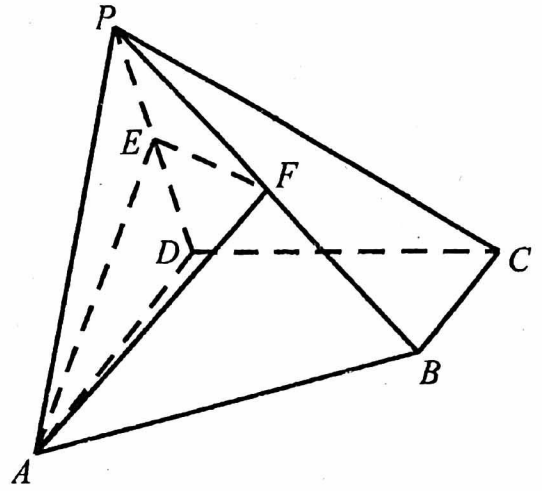
如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $CD \perp$ 平面 PAD , $\triangle PAD$ 为等边三角形, $AD \parallel BC$, $AD = CD = 2BC = 2$, E, F 分别为棱 PD, PB 的中点.

(I) 求证: $AE \perp$ 平面 PCD ;

(II) 求平面 AEF 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值;



(III) 在棱 PC 上是否存在点 G , 使得 $DG \parallel$ 平面 AEF ? 若存在, 求直线 DG 与平面 AEF 的距离; 若不存在, 说明理由.



21. (本题满分 13 分)

已知圆 C 与圆 $(x - \frac{16}{5})^2 + (y - \frac{8}{5})^2 = 2$ 关于直线 $2x + y - 4 = 0$ 对称.

(I) 求圆 C 的方程;

(II) 若 A, B 为圆 C 上两个不同的点, O 为坐标原点. 设直线 OA, OB, AB 的斜率分别为 k_1, k_2, k , 当 $k_1 \cdot k_2 = 3$ 时, 求 k 的取值范围.