



# 数学试卷

2021 年 4 月

考生须知

1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上, 选择题、画图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束, 请将本试卷和答题卡一并交回。

准考证号

姓名

班级

学校

答题 不要 封线 内

### 一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1 - 8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 北京市民全面参与垃圾分类, 共享环保低碳生活。生活垃圾应按照厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾的分类, 分别投入相应标识的收集容器。下面图标标识, 可以看作轴对称图形的有



厨余垃圾

A. 1 个



可回收物

B. 2 个



有害垃圾

C. 3 个



其他垃圾

D. 4 个

2. 2020 年, 我国全面建成小康社会取得伟大历史性成就, 决战脱贫攻坚取得决定性胜利。经过 8 年持续奋斗, 现行标准下近 100 000 000 农村贫困人口全部脱贫, 832 个贫困县全部摘帽, 困扰中华民族几千年的绝对贫困问题得到历史性解决, 书写了人类减贫史上的奇迹。将 100,000,000 用科学记数法表示为

A.  $1.0 \times 10^6$

B.  $1.0 \times 10^7$

C.  $1.0 \times 10^8$

D.  $1.0 \times 10^9$

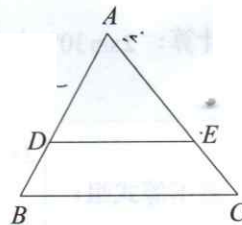
3. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $DE \parallel BC$ , 若  $AD=2$ ,  $AB=3$ , 则  $\frac{AE}{AC}$  等于

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{2}{3}$





4. 桌面上倒扣着形状大小相同，背面图案相同的下面五张卡片，从中任意选取一张卡片，恰好是带有光盘行动字样卡片的概率是

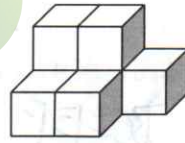


- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{3}{5}$
5. 参加第六届京津冀羽毛球冠军挑战赛的一个代表队的年龄分别是 49, 20, 20, 25, 31, 40, 46, 20, 44, 25; 这组数据的平均数, 众数, 中位数分别是
- A. 33, 21, 27      B. 32, 20, 28      C. 33, 49, 27      D. 32, 21, 22

6. 如图是由若干个大小相同的小正方体堆砌而成的几何体, 其三视图中面积最小的是

- A. 左视图  
C. 主视图

- B. 俯视图  
D. 一样大



7. 下列数表中分别给出了变量  $y$  与  $x$  的几组对应值, 其中是反比例函数关系的是

~~A.~~

$x$	1	2	3	4
$y$	7	8	9	10

~~B.~~

$x$	1	2	3	4
$y$	3	6	9	12

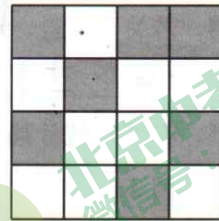
~~C.~~

$x$	1	2	3	4
$y$	1	0.5	$\frac{1}{3}$	0.25

D.

$x$	1	2	3	4
$y$	4	3	2	1

8. 二维码是一种编码方式, 它是用某种特定的几何图形按一定规律在平面(二维方向上)分布, 采用黑白相间的图形记录数据符号信息的. 某社区为方便管理, 仿照二维码编码的方式为居民设计了一个身份识别图案系统: 在  $4 \times 4$  的正方形网格中, 白色正方形表示数字 0, 黑色正方形表示数字 1, 将第  $i$  行第  $j$  列表示的数记为  $a_{i,j}$  (其中  $i, j$  都是不大于 4 的正整数), 例如, 图中,  $a_{1,2} = 0$ . 对第  $i$  行使用



公式  $A_i = a_{i,1} \times 2^3 + a_{i,2} \times 2^2 + a_{i,3} \times 2^1 + a_{i,4} \times 2^0$  进行计算, 所得结果  $A_1, A_2, A_3, A_4$  分别表示居民楼号, 单元号, 楼层和房间号. 例如, 图中,  $A_3 = a_{3,1} \times 2^3 + a_{3,2} \times 2^2 + a_{3,3} \times 2^1 + a_{3,4} \times 2^0 = 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 9$ ,  $A_4 = 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 2$ , 说明该居民住在 9 层, 2 号房间; 即 902 号. 有下面结论:

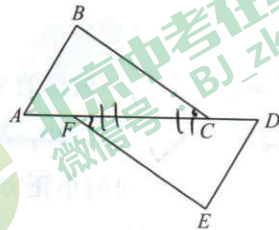
- ①  $a_{2,3} = 0$ ;  ② 图中代表的居民居住在 11 号楼;  ③  $A_2 = 3$ . 其中正确的是
- A. ③      B. ①②  
C. ①③      D. ①②③



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式  $\frac{5}{x-1}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 中国人最先使用负数，数学家刘徽在“正负数”的注文中指出，可将算筹（小棍形状的记数工具）正放表示正数，斜放表示负数. 根据刘徽的这种表示法，图①表示算式  $(+1) + (-1) = 0$ ，则图②表示算式\_\_\_\_\_.



11. 如图，点  $A, F, C, D$  在同一条直线上， $BC \parallel EF$ ， $AC=FD$ ，请你添加一个条件\_\_\_\_\_，使得  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

12. 六边形是中国传统形状，象征六合、六顺之意. 比如首饰盒、古建的窗户、古井的口、佛塔等等. 化学上一些分子结构、物理学上的螺母，也采用六边形. 正六边形，从中心向各个顶点连线是等边三角形，从工程角度，是最稳定 and 对称的. 正六边形外角和为\_\_\_\_\_.



13. 方程组  $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-y=3 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.

14. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(k-1)x^2 + 3x + k^2 - 1 = 0$  有一个解为  $x=0$ ，则  $k =$ \_\_\_\_\_.

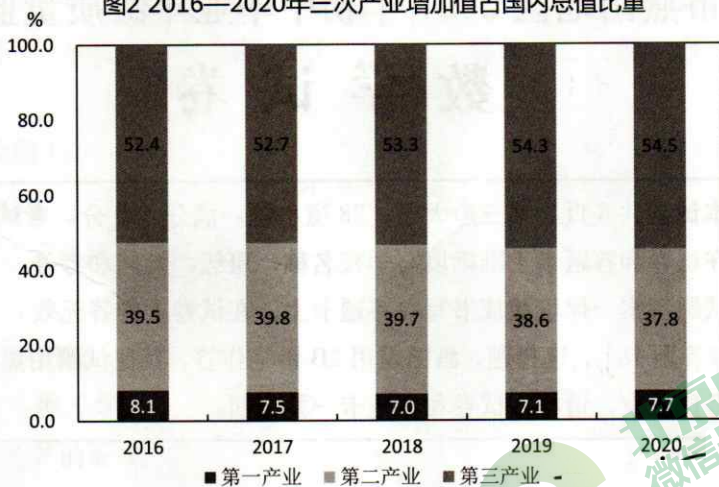
15. 在国家统计局发布的我国 2020 年国民经济和社会发展统计公报中，给出了统计图 1 和图 2.



准考证号 姓名 班级 学校

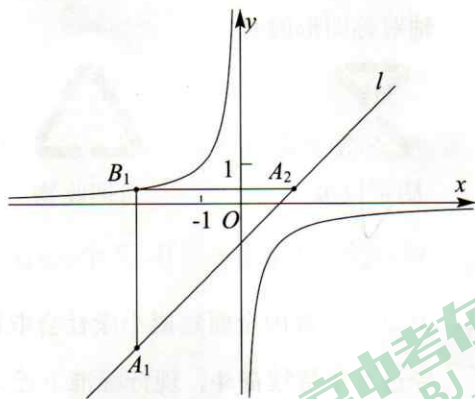


图2 2016—2020年三次产业增加值占国内总值比重



- (1) 估计 2021 年全年国内生产总值 (GDP) 是 \_\_\_\_\_ 亿元;
- (2) 利用你所学知识观察、分析、比较图 1 和图 2 中数据, 写出 2016—2020 年国内生产总值 (GDP) 和三次产业的占比的变化趋势是 \_\_\_\_\_

16. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: y = x - 1$ , 双曲线  $y = \frac{1}{x}$ , 在  $l$  上取一点  $A_1$ , 过  $A_1$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_1$ , 过  $B_1$  作  $y$  轴的垂线交  $l$  于点  $A_2$ , 请继续操作并探究: 过  $A_2$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_2$ , 过  $B_2$  作  $y$  轴的垂线交  $l$  于点  $A_3$ ,  $\dots$ , 这样依次得到  $l$  上的点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ , 记点  $A_n$  的横坐标为  $a_n$ , 若  $a_1 = -2$ , 则  $a_{2021} =$  \_\_\_\_\_; 若要将上述操作无限次地进行下去, 则  $a_1$  不能取的值是 \_\_\_\_\_.



三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $2\sin 30^\circ + |-2| - (\sqrt{27})^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2x+5 > 3(x-1), \\ 3x > \frac{x+5}{2}. \end{cases}$$



19. 已知  $m+2n=\sqrt{5}$ , 求代数式  $(\frac{4n}{m-2n}+2) \div \frac{m}{m^2-4n^2}$  的值

20. 已知: 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle CAB = 60^\circ$ .

求作: 射线  $CP$ , 使得  $CP \parallel AB$ .

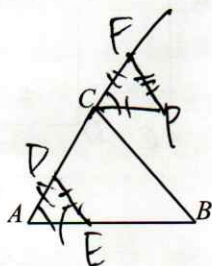


图 1

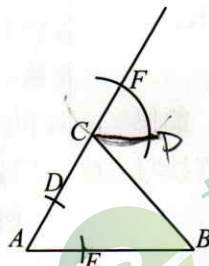


图 2

下面是小明设计的尺规作图过程.

作法: 如图 2,

- ①以点  $A$  为圆心, 适当长为半径作弧, 分别交  $AC, AB$  于  $D, E$  两点;
- ②以点  $C$  为圆心,  $AD$  长为半径作弧, 交  $AC$  的延长线于点  $F$ ;
- ③以点  $F$  为圆心,  $DE$  长为半径作弧, 两弧在  $\angle FCB$  内部交于点  $P$ ;
- ④作射线  $CP$ . 所以射线  $CP$  就是所求作的射线.

根据小明设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明.

证明: 连接  $FP, DE$ .

$$\because CF = AD, CP = AE, FP = DE.$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore CP \parallel AB. \quad (\text{填推理的依据}).$$

21. 已知, 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + ax - a - 1 = 0$ .

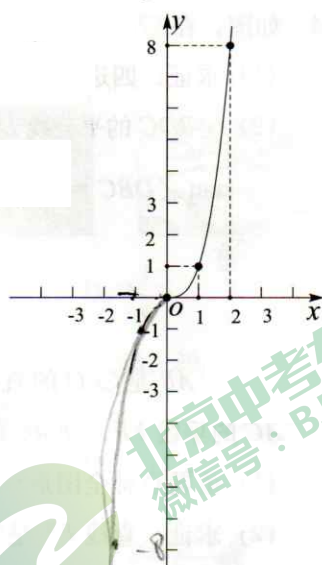
- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若该方程有一个根是负数, 求  $a$  的取值范围.



22. 利用初中阶段我们学习函数知识的方法探究一下形如

$y = x^3$  的函数:

- (1) 由表达式  $y = x^3$ , 得出函数自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_;
- (2) 由表达式  $y = x^3$  还可以分析出, 当  $x \geq 0$  时,  $y \geq 0$ ,  $y$  随  $x$  增大而增大; 当  $x < 0$  时,  $y$  \_\_\_\_\_,  $y$  随  $x$  增大而\_\_\_\_\_
- (3) 右图中画出了函数  $y = x^3$  ( $x \geq 0$ ) 的图象, 请你画出  $x < 0$  时的图象;
- (4) 根据图象, 再写出  $y = x^3$  的一条性质: \_\_\_\_\_.

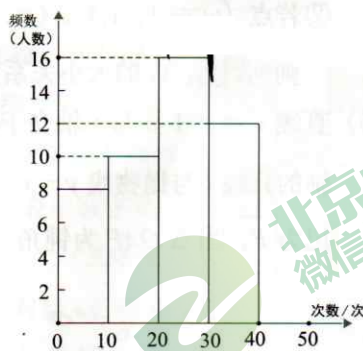


23. 2020 年新冠肺炎疫情发生以来, 中国人民风雨同舟、众志成城, 构筑起疫情防控的坚固防线, 集中体现了中国人民万众一心、同甘共苦的团结伟力. 我市广大党员积极参与社区防疫工作, 助力社区坚决打赢疫情防控阻击战. 其中, A 社区有 500 名党员, 为了解本社区 2 月—3 月期间党员参加应急执勤的情况, A 社区针对执勤的次数随机抽取 50 名党员进行调查, 并对数据进行了整理、描述和分析, 下面给出了部分信息.

应急执勤次数的频数分布表

次数 $x$ / 次	频数	频率
$0 \leq x < 10$	8	0.16
$10 \leq x < 20$	10	0.20
$20 \leq x < 30$	16	$b$
$30 \leq x < 40$	12	0.24
$40 \leq x < 50$	$a$	0.08

应急执勤次数的频数分布直方图



其中, 应急执勤次数在  $10 \leq x < 20$  这一组的数据是: 10 10 11 12  $c$  16 16 17 19 19, 其中位数是 15.

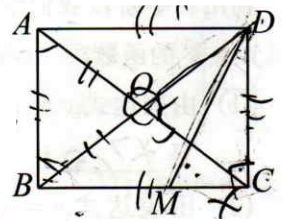
请根据所给信息, 解答下列问题:

- (1)  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 请补全频数分布直方图;
- (3) 参加应急执勤次数最多的组是 \_\_\_\_\_  $\leq x <$  \_\_\_\_\_;
- (4) 请估计 2 月—3 月期间 A 社区党员参加应急执勤的次数不低于 30 次的约有 \_\_\_\_\_ 人.



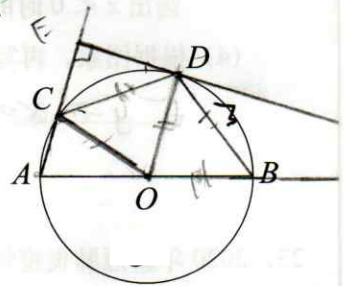
24. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AC, BD$  交于点  $O$ , 且  $AO = BO$ .

- (1) 求证: 四边形  $ABCD$  是矩形;
- (2)  $\angle BDC$  的平分线  $DM$  交  $BC$  于点  $M$ , 当  $AB = 3$ ,  $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$  时, 求  $CM$  的长.



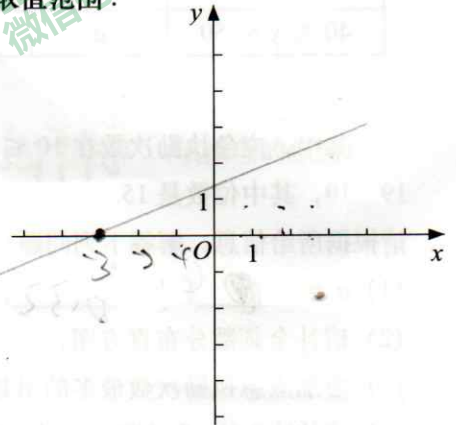
25. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AC$  是  $\odot O$  的弦, 点  $D$  平分劣弧  $BC$ , 连接  $BD$ , 过点  $D$  作  $AC$  的垂线  $EF$ , 交  $AC$  的延长线于点  $E$ , 交  $AB$  的延长线于点  $F$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求证: 直线  $EF$  是  $\odot O$  的切线;
- (3) 若  $AB = 5, BD = 3$ , 求线段  $BF$  的长.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ .

- (1) 当  $m = 2$  时, 求抛物线的顶点坐标;
- (2) ①求抛物线的对称轴 (用含  $m$  的式子表示);  
②若点  $(m - 1, y_1), (m, y_2), (m + 3, y_3)$  都在抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$  上, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 \_\_\_\_\_;
- (3) 直线  $y = x + b$  与  $x$  轴交于点  $A(-3, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ , 过点  $B$  作垂直于  $y$  轴的直线  $l$  与抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$  有两个交点, 在抛物线对称轴左侧的点记为  $P$ , 当  $\triangle OAP$  为钝角三角形时, 求  $m$  的取值范围.





27. 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $CD = 3$ ,  $P$  是  $CD$  边上一动点 (不与  $D$  点重合), 连接  $AP$ , 点  $D$  与点  $E$  关于  $AP$  所在的直线对称, 连接  $AE$ ,  $PE$ , 延长  $CB$  到点  $F$ , 使得  $BF = DP$ , 连接  $EF$ ,  $AF$ .

(1) 依题意补全图 1;

(2) 若  $DP = 1$ , 求线段  $EF$  的长;

(3) 当点  $P$  在  $CD$  边上运动时, 能使  $\triangle AEF$  为等腰三角形, 直接写出此时  $\triangle DAP$  的面积.

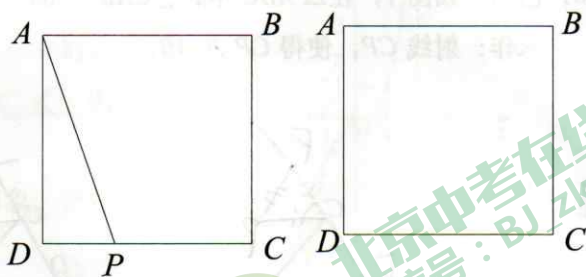


图 1

备用图

28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $M$  和图形  $G_1, G_2$  给出如下定义: 点  $P$  为图形  $G_1$  上一点, 点  $Q$  为图形  $G_2$  上一点, 当点  $M$  是线段  $PQ$  的中点时, 称点  $M$  是图形  $G_1, G_2$  的“中立点”.

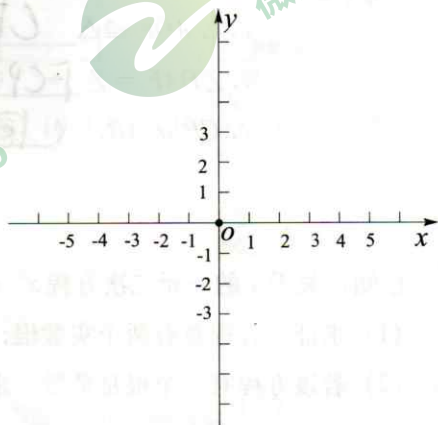
如果点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ , 那么“中立点”  $M$  的坐标为  $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ .

已知, 点  $A(-3, 0), B(4, 4), C(4, 0)$ .

(1) 连接  $BC$ , 在点  $D\left(\frac{1}{2}, 0\right), E(0, 1), F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  中, 可以成为点  $A$  和线段  $BC$  的“中立点”的是 \_\_\_\_\_;

(2) 已知点  $G(3, 0)$ ,  $\odot G$  的半径为 2. 如果直线  $y = x - 1$  上存在点  $K$  可以成为点  $A$  和  $\odot G$  的“中立点”, 求点  $K$  的坐标;

(3) 以点  $C$  为圆心, 半径为 2 作圆. 点  $N$  为直线  $y = 2x + 4$  上的一点, 如果存在点  $N$ , 使得  $y$  轴上的一点可以成为点  $N$  与  $\odot C$  的“中立点”. 直接写出点  $N$  的横坐标  $n$  的取值范围.



密封线内不要答题