2022 北京中关村中学初二（上）期中

数　　学

一、选择题（本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分，在下列各小题的四个备选答案中，只有一个是正确的.）

1. 斐波那契螺旋线也称为“黄金螺旋线”，它是根据斐波那契数列画出来的螺旋曲线，科学家在自然界中发现存在许多斐波那契螺旋线图案．下列斐波那契螺旋线图案中属于轴对称图形的是（　　）.

A 　B. 　C. 　D. 

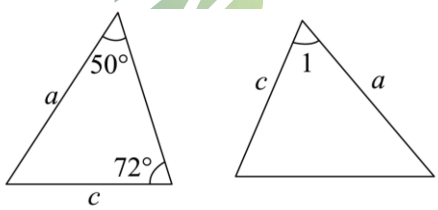
2. 在平面直角坐标系中,点(2,3)关于 x 轴对称的点的坐标是（　　）

A. (-2,-3)　　B. (-2,3)　　C. (2,-3)　　D. (3,2)

3. 已知三角形　两边长分别为 3cm 和 8cm，则此三角形的第三边长可能是（　　）

A. 4cm　　B. 5cm　　C. 6cm　　D. 15cm

4. 已知图中的两个三角形全等，则∠1 等于（　　）

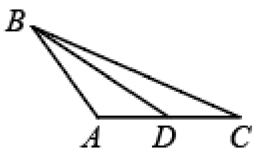


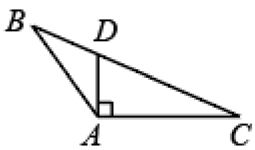
A　72°　　B. 60°　　C. 50°　　D. 58°

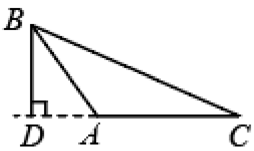
5. 如图，生活中都把自行车　几根梁做成三角形的支架，这是利用三角形的（　　）

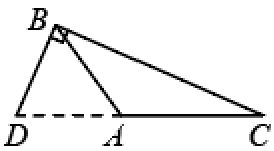
A. 全等形　　B. 稳定性　　C. 灵活性　　D. 对称性

6. 在如图的△*ABC* 中，正确画出 *AC* 边上的高的图形是（　　）

A. 

B. 

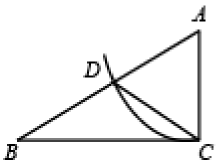
C. 

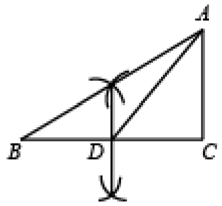
D. 

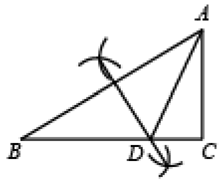
7. 若正多边形的一个外角等于 30°，则这个正多边形的边数是（　　）

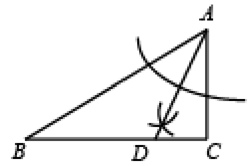
A. 6　　　　　　　　B. 8　　　　　　　　C. 10　　　　　　　　D. 12

8. 如图，Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，要求用圆规和直尺作图，把它分成两个三角形，其中一个三角形是等腰三角形.其作法错误的是（　　）

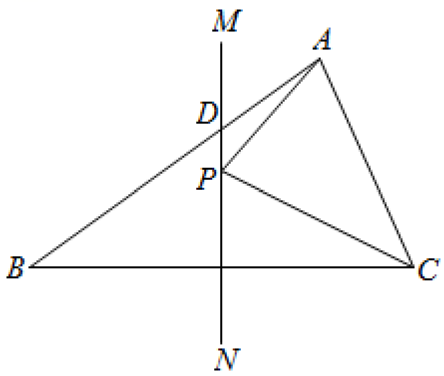
A. 

B. 

C. 

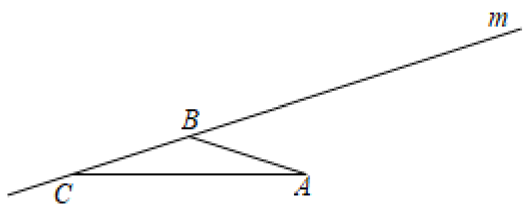
D. 

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=2$，$AB=3$，$BC=3.5$，BC 的垂直平分线 MN 交 AB 于点 D，P 是直线 MN 上的任意一点，则 $PA+PC$ 的最小值是（　）



A. 2　　　　　　　　B. 3　　　　　　　　C. 3.5　　　　　　　　D. 4.5

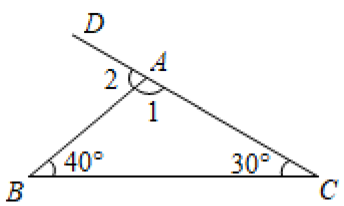
10. 如图，线段 AB 的一个端点 B 在直线 m 上，直线 m 上存在点 C，使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，这样的点 C 有（　）



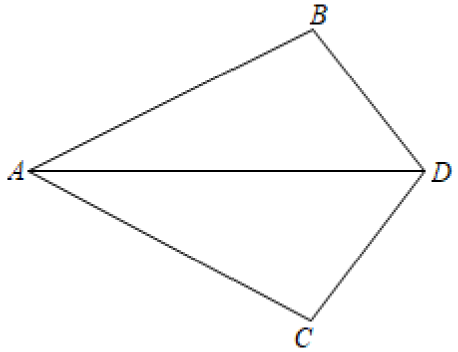
A. 2 个　　　　　　　　B. 3 个　　　　　　　　C. 4 个　　　　　　　　D. 5 个

二、填空题（本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

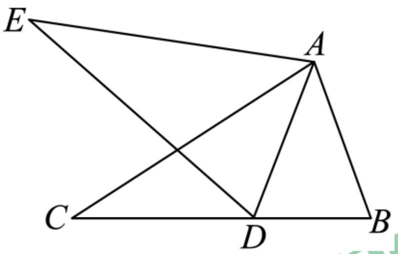
11. 如图，D 是 $\triangle ABC$ 的边 CA 延长线上一点，$\angle 1=$______°，$\angle 2=$______°.



12. 如图，AD 为 $\angle BAC$ 的平分线，请你添加一个适当的条件______，使得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.



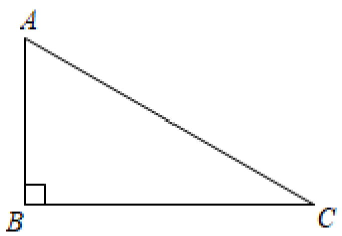
13. 如图，D 在 BC 边上，$\triangle ABC \cong \triangle ADE$，$\angle B = 70°$，则 $\angle EAC$ 的度数为______.



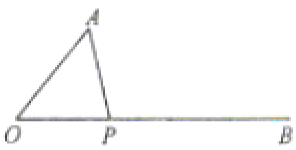
14. 已知等腰三角形的两边长是 5cm 和 6cm，则它的周长是______.

15. 等腰三角形的一个内角是 80°，则它的顶角度数是_________.

16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 60°$，$AB = 6$，则 $AC =$______.

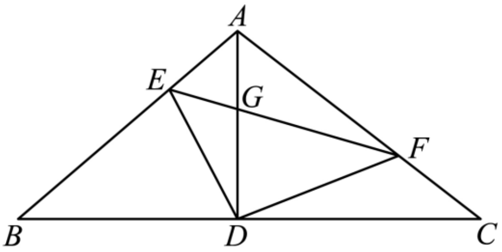


17. 如图，$\angle AOB = 50°$，点 P 是边 OB 上一个动点（不与点 0 重合），当 $\angle A$ 的度数为_____时，$\triangle AOP$ 为直角三角形.



18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 90°$，$AB = AC$，D 是 BC 的中点，点 E、F 分别在边 AB、AC 上，且 $\angle EDF = 90°$．下列结论正确的是______（填所有正确答案的序号）.

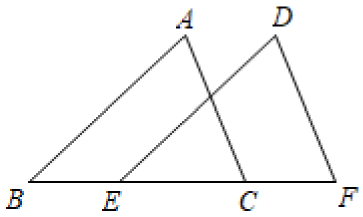
①$\triangle ADE \cong \triangle CDF$；②$AC = BE + CF$；③$EF = AD$；④$S_1$，$S_2$ 分别表示 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 的面积，则 $\frac{1}{4}S_1 \le S_2 \le \frac{1}{2}S_1$.



三、解答题（本题共 8 小题，第 19 题 6 分，第 20-22 题，每题 5 分，第 23-25 题，每题 6 分，第 26 题 7 分，共 46 分）

19. 请补全证明过程及推理依据.

如图，点 B，E，C，F 在一条直线上，$BE=CF$，$AB=DE$，$AC=DF$．求证：$\angle A=\angle D$.



证明：$\because BE=CF$ （已知）

$\therefore BE+$______$=CF+$______ （ ）

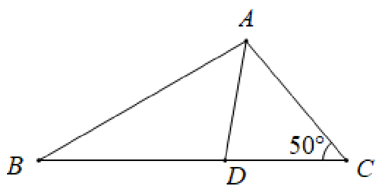
即______$=$______

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_=\_\_\_\_\_\_(\ ) \\ AB=DE(\text{已知}) \\ AC=DF(\text{已知}) \end{cases}$

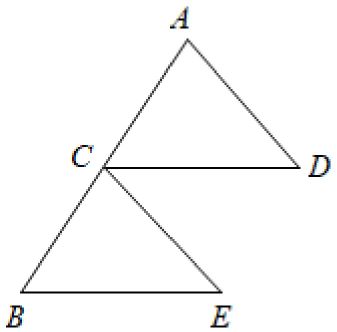
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ （ ）

$\therefore \angle A=\angle D$ （ ）

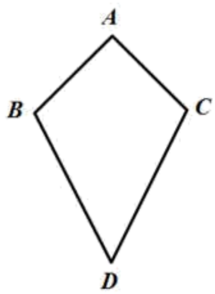
20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=30°$，$\angle C=50°$，$\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D．求 $\angle DAC$ 与 $\angle ADB$ 的度数.



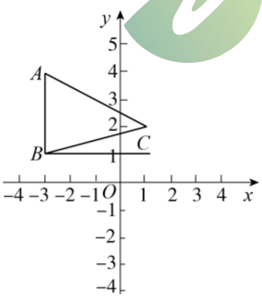
21. 如图，C 是 AB 的中点，$CD\,/\!/\,BE$，$CD=BE$，连接 AD，CE．求证：$AD=CE$，$AD\,/\!/\,CE$.



22. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB=AC$，$\angle B=\angle C$，求证：$BD=CD$.



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 A $(-3,4)$，B $(-3,1)$，C $(1,2)$.

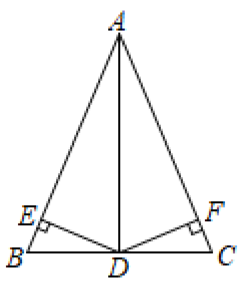


（1）画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形 $\triangle A'B'C'$；

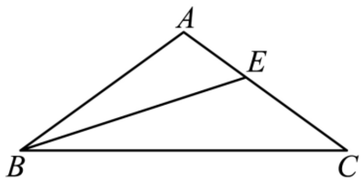
（2）写出 A'、B'、C' 的坐标（直接写出答案）A'______；B'______；C'______；

（3）直接写出 $\triangle A'B'C'$ 的面积______.

24. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，AD 为∠BAC 的平分线，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，垂足分别是 E，F，求证：$BE=CF$.



25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=108°$，$AB=AC$，$\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AC 于 E. 请用等式表示线段 AB，BC，CE 之间的数量关系，并证明你的结论.



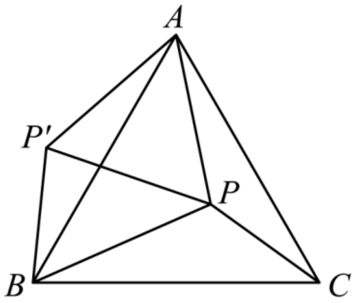
26. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 P 为△ABC 内一点，连接 AP，BP，CP，将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60°得到 AP' ，连接 PP'，BP' .

（1）用等式表示 BP' 与 CP 的数量关系，并证明；

（2）当 $\angle BPC=120°$时，

①直接写出 $\angle P'BP$ 的度数为______；

②若 M 为 BC 的中点，连接 PM，请用等式表示 PM 与 AP 的数量关系，并证明.



参考答案

一、选择题（本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分，在下列各小题的四个备选答案中，只有一个是正确的.）

1.【答案】D

【解析】

【分析】如果一个图形沿着一条直线对折，直线两边的图形完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，利用轴对称图形的定义一一排查即可.

【详解】根据轴对称图形的定义，只有选项 D 是轴对称图形，其它都不是，

故选择：D.

【点睛】本题考查轴对称图形问题，掌握轴对称图形的定义，会利用轴对称图形的定义识别图形是解题关键.

2. 【答案】C

【解析】

【详解】根据两点关于 x 轴对称，横坐标不变，纵坐标互为相反数，

∴点（2，3）关于 x 轴的对称的点的坐标是（2，-3），

故选 C.

【点睛】本题考查了关于 x 轴对称的点的坐标的知识，解题的关键是掌握两点关于 x 轴对称，横坐标不变，纵坐标互为相反数.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】利用三角形三边关系确定第三边的取值范围，再从选项中进行判断即可.

【详解】解：∵三角形的两边长为 3cm 和 8cm，

∴第三边 x 的长度范围是 $8-3<x<8+3$，即 $5<x<11$，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了三角形的三边关系：两边之差小于第三边，两边之和大于第三边；不等式的表示；准确计算是解题的关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】先找到对应角，再利用全等三角形的性质得出答案.

【详解】解：∵图中的两个三角形全等，

∴ $\angle 1=180°-50°-72°=58°$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质，解题的关键是掌握全等三角形的对应角相等.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形具有稳定性解答.

【详解】生活中都把自行车的几根梁做成三角形的支架，这是因为三角形具有稳定性.

故选 B.

【点睛】本题考查了三角形稳定性的实际应用．三角形的稳定性在实际生活中有着广泛的应用，如钢架桥、房屋架梁等，因此要使一些图形具有稳定的结构，往往通过连接辅助线转化为三角形而获得.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的高的概念判断．从一个顶点向它的对边所在的直线画垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高.

【详解】解：根据三角形高线的定义，AC 边上的高是过点 B 向 AC 作垂线垂足为 D，连接 BD，因此只有选项 C 符合条件，

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的高，利用基本作图作三角形高的方法解答是解题的关键.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据多边形的外角和为 360°，而正多边形的每一个外角都相等，计算即可得到答案.

【详解】∵正多边形的外角和是 360°，且每一个外角都相等，

∴正多边形的边数是 $\dfrac{360°}{30°}=12$，

故选：D.

【点睛】此题考查了多边形的外角和，熟记外角和并运用解题是关键.

8. 【答案】B

【解析】

【分析】对各项的尺规作图进行分析，再根据等腰三角形的判定逐个分析即可.

【详解】A 选项，由作法可知，$AD=AC$，即$\triangle ADC$ 是等腰三角形，不满足题意；

B 选项，在$\triangle ADC$ 中，$\because \angle C=90°$，$\angle B=30°$

$\therefore AC=\dfrac{1}{2}AB$

又由作法可知，$CD=BD=\dfrac{1}{2}BC$

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB>BC$

$\therefore AC>CD$，即$\triangle ADC$ 不是等腰三角形

$\therefore AD>CD$，即 $AD>BD$，即$\triangle ADB$ 不是等腰三角形，满足题意；

C 选项，由作法可知，$AD=BD$，即$\triangle ADB$ 是等腰三角形，不满足题意；

D 选项，由作法可知，$\angle BAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\cdot(90^\circ-\angle B)=30^\circ$，

$\therefore\angle BAD=\angle B=30^\circ$，即 $\triangle ADB$ 是等腰三角形，不满足题意；

故选：B．

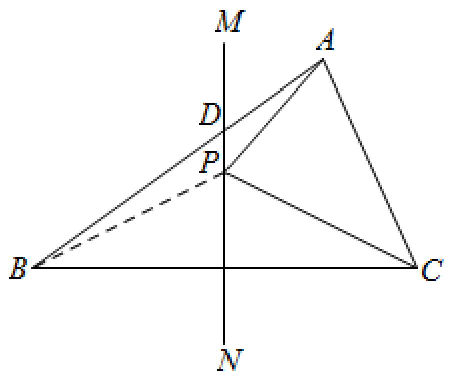
【点睛】本题考查尺规作图和等腰三角形的判定．熟知尺规作图是本题解题的关键．

9. 【答案】B

【解析】

【分析】如图所示，连接 BP，根据线段垂直平分线的性质推出 $PA+PC=PA+PB$，由此得当 P、A、B 三点共线时，此时 P 与 D 点重合，$PA+PC$ 的最小值为 $AB=3$．

【详解】解：如图所示，连接 BP，



$\because MN$ 是线段 BC 的垂直平分线，

$\therefore PB=PC$，

$\therefore PA+PC=PA+PB$，

$\therefore$要使 $PA+PC$ 最小，即要使 $PA+PB$ 最小，

$\therefore$当 P、A、B 三点共线时，此时 P 与 D 点重合，$PA+PC$ 的最小值为 $AB=3$，

故选:B．

【点睛】本题主要考查了线段垂直平分线的性质，熟知线段垂直平分线的性质是解题的关键．

10. 【答案】C

【解析】

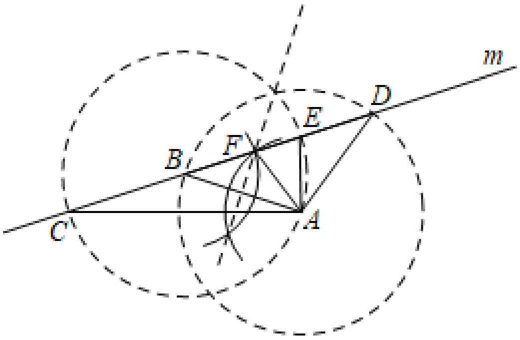
【分析】以 A 为圆心，以 BA 的长为半径画弧与直线 m 交于点 D，此时 $BA=AD$，同理以 B 为圆心以 BA 的长为半径画弧与直线 m 交于 E、C，此时 $BC=BA$，$BE=BA$，再作 BA 的垂直平分线与直线 m 交于点 F，此时 $BF=AF$，据此可得答案．

【详解】解：如图所示，

以 A 为圆心，以 BA 的长为半径画弧与直线 m 交于点 D，此时 $BA=AD$，同理以 B 为圆心以 BA 的长为半径画弧与直线 m 交于 E、C，此时 $BC=BA$，$BE=BA$，再作 BA 的垂直平分线与直线 m 交于点 F，此时 $BF=AF$，

$\therefore$直线 m 上存在 4 个点 C，使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，

故选：C．



【点睛】本题考查了等腰三角形的定义，线段垂直平分线的性质，解题的关键在于能够熟练掌握等腰三角形的定义．

二、填空题（本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

11. 【答案】 ①. 110 ②. 70

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理可求 $\angle 1$，根据三角形外角的性质可求 $\angle 2$．

【详解】解：$\angle 1 = 180° - \angle B - \angle C = 180° - 40° - 30° = 110°$，$\angle 2 = \angle B + \angle C = 40° + 30° = 70°$，

故答案为：110，70．

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，三角形外角 性质，掌握三角形的内角和是$180°$，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和是解题的关键．

12. 【答案】$AB=AC$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据角平分线定义推出$\angle BAD=\angle CAD$，进而利用全等三角形的判定解答即可．

【详解】解：∵AD 平分$\angle BAC$，

∴$\angle BAD=\angle CAD$，

∵$AD=AD$，

添加 $AB=AC$，

利用 SAS 可得$\triangle ABD\cong\triangle ACD$；

添加$\angle B=\angle C$，

利用 AAS 可得$\triangle ABD\cong\triangle ACD$；

添加$\angle ADB=\angle ADC$，

利用 ASA 可得$\triangle ABD\cong\triangle ACD$；

故答案为：$AB=AC$（答案不唯一）．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定，注意：全等三角形的判定定理有 SAS，ASA，AAS，SSS．

13. 【答案】$40°$##40 度

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质，即可得到 $AB = AD$，$\angle EAD = \angle BAC$，进而可得

$\angle ADB = \angle B = 70°$，$\angle EAC = \angle BAD$，根据三角形内角和定理即可得到

$\angle BAD = 180° - \angle B - \angle ADB = 40°$，再由 $\angle EAC = \angle BAD$ 即可得到结论.

【详解】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle ADE$，

∴ $AB = AD$，$\angle EAD = \angle BAC$，

∴ $\angle ADB = \angle B = 70°$，$\angle EAC = \angle BAD$，

∴ $\triangle ABD$ 中，$\angle BAD = 180° - \angle B - \angle ADB = 40°$，

∴ $\angle EAC = \angle BAD = 40°$，

故答案为：$40°$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质和三角形内角和定理的应用，解题时注意：全等三角形的对应边相等，全等三角形的对应角相等.

14. 【答案】16cm 或 17cm

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质，分两种情况：①当底边长为 5cm 时，②当腰长为 5cm 时，解答出即可.

【详解】解：当 5 为底时，其它两边都为 6，

5、6、6 可以构成三角形，周长为 17（cm）；

当 5 为腰时，其它两边为 5 和 6，

5、5、6 可以构成三角形，周长为 16（cm）.

综上所述，该等腰三角形的周长是 16cm 或 17cm.

故答案为：16cm 或 17cm.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质定理，本题重点是要分两种情况解答.

15. 【答案】$20°$ 或 $80°$

【解析】

【分析】有两种情况（顶角是 80°和底角是 80°时），用三角形的内角和定理即可求出顶角的度数.

【详解】解：如图所示，△*ABC* 中，*AB*=*AC*，

有两种情况：

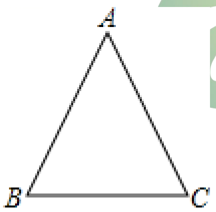
①当底角是 80°时，此时底角∠*B*=∠*C*=80°，

则顶角 $\angle A = 180° - \angle B - \angle C = 20°$；

②顶角∠*A*=80°

∴这个等腰三角形的顶角为 20°或 80°.

故答案为：20°或 80°.



【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的内角和定理，能正确地进行分类讨论是解答此题的关键.

16. 【答案】3

【解析】

【分析】根据三角形的内角和定理求出 $\angle B=30^\circ$ ，然后根据含 30° 直角三角形的性质直接得出答案.

【详解】解：$\because \angle B=180^\circ-\angle A-\angle C=180^\circ-60^\circ-90^\circ=30^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC=\frac{1}{2}AB=3$ ，

故答案为：3.

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理，含 30° 直角三角形的性质，掌握直角三角形中，30° 角所对的直角边是斜边的一半是解题的关键.

17. 【答案】90° 或 40°

【解析】

【分析】利用三角形内角和为 180^0 ，分两种情况即可计算 $\angle A$ 的大小.

【详解】因为 ΔAOP 为直角三角形，可知 $\angle OAP=90^0$ 或 $\angle APO=90^0$.

当 $\angle APO=90^0$ 时，

$\because \angle AOB=50^0$ ，

$\therefore \angle A=40^0$ ，

综上 $\angle A=40^0$ 或 90^0

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，抓住三角和为 180^0 是解题的关键.

18. 【答案】①②④

【解析】

【分析】先根据等腰直角三角形的性质和等角的余角相等证得 $\angle BAD = \angle C = 45^\circ$ ，$\angle BDE=\angle ADF$ ，根据全等三角形的判定与性质可判断①和②；由 EF 是变化的，AD 为定值可判断③；再根据等腰直角三角形的判定与性质以及垂线段最短可判断④.

【详解】解：$\because \angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ， D 是 BC 的中点，

$\therefore \angle BAD=\angle C=45^\circ$ ， $AD=CD$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，

$\because \angle ADC=\angle EDF=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADE=\angle CDF$ ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases}\angle BAD=\angle C\\ AD=CD\\ \angle ADE=\angle CDF\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CDF\left(ASA\right)$ ，故①正确；

$\therefore AE=CF$ ，

$\therefore AC=AB=BF+AE=BE+FC$ ，故②正确；

$\because EF$ 是变化的，而 AD 为定值，故③错误；

$\because \triangle ADE \cong \triangle CDF$，

$\therefore DE = DF$，

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle DEF = 45°$，

$\therefore DE \perp AB$ 时，DE 最小，且 $DE = DF = \frac{1}{2}AB$，则 S_2 最小为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}AB \times \frac{1}{2}AB = \frac{1}{4}S_1$，

当点 E 与 A 或 B 重合时，DE 最大，则 S_2 最大为 $\frac{1}{2}S_1$，

$\therefore \frac{1}{4}S_1 \le S_2 \le \frac{1}{2}S_1$，故④正确；

故答案为：①②④.

【点睛】本题考查等腰直角三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、垂线段最短等知识，熟练掌握等腰直角三角形的性质和全等三角形的性质是解题的关键.

三、解答题（本题共 8 小题，第 19 题 6 分，第 20-22 题，每题 5 分，第 23-25 题，每题 6 分，第 26 题 7 分，共 46 分）

19. 【答案】EC；EC；等式的性质；BC；EF；BC；EF；已证；SSS；全等三角形的对应角相等.

【解析】

【分析】求出 $BC = EF$，利用SSS证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，根据全等三角形的对应角相等可得结论.

【详解】证明：$\because BE = CF$（已知），

$\therefore BE + EC = CF + EC$（等式的性质），

即 $BC = EF$，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，$\begin{cases} BC = EF（已证） \\ AB = DE（已知）, \\ AC = DF（已知） \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF(\text{SSS})$，

$\therefore \angle A = \angle D$（全等三角形的对应角相等）.

故答案为：EC；EC；等式的性质；BC；EF；BC；EF；已证；SSS；全等三角形的对应角相等.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

20. 【答案】$\angle DAC = 50°$，$\angle ADB = 100°$.

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理求出 $\angle BAC$，由角平分线的定义可得 $\angle DAC$，然后根据三角形外角的性质得出 $\angle ADB$ 的度数.

【详解】解：∵ $\angle B=30^\circ$， $\angle C=50^\circ$，

∴ $\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=180^\circ-30^\circ-50^\circ=100^\circ$，

∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\angle BAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC=50^\circ$，

∴ $\angle ADB=\angle DAC+\angle C=50^\circ+50^\circ=100^\circ$.

【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理，三角形外角的性质，掌握三角形的内角和是180°，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和是解题的关键.

21. 【答案】见解析

【解析】

【分析】根据平行线的性质和中点的定义证明$\triangle ACD\cong\triangle CBE$，再根据全等三角形的性质即可证明.

【详解】证明：∵C 是 AB 的中点，

∴ $AC=CB$，

∵ $CD\parallel BE$，

∴ $\angle ACD=\angle B$.

在$\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} AC=CB \\ \angle ACD=\angle B, \\ CD=BE \end{cases}$$

∴ $\triangle ACD\cong\triangle CBE\left(\text{SAS}\right)$，

∴ $AD=CE$， $\angle A=\angle BCE$，

∴ $AD\parallel CE$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质及判定，应牢固掌握全等三角形的判定定理.

22. 【答案】见解析

【解析】

【分析】连接 BC，利用等腰三角形的等边对等角证得 $\angle ABC=\angle ACB$，进而证得 $\angle DBC=\angle DCB$，再根据等腰三角形的等角对等边即可得证.

【详解】连接 BC，如图，

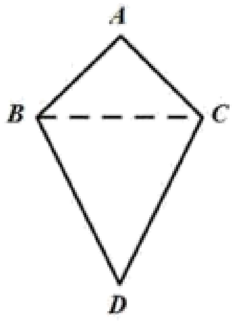
∵ $AB=AC$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB$，

又∵ $\angle ABD=\angle ACD$，

∴ $\angle DBC=\angle DCB$，

∴ $BD=CD$.



【点睛】本题考查了等腰三角形的判定与性质，熟练掌握等腰三角形的“等边对等角”和“等角对等边”是解答的关键.

23. 【答案】(1) 见解析；

(2) $(3,4)$, $(3,1)$, $(-1,2)$；

(3) 6.

【解析】

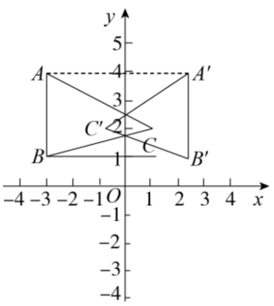
【分析】(1) 先根据平面直角坐标系找出 A、B、C 的对称点的位置，然后顺次连结即可；

(2) 根据关于 y 轴对称点的坐标特征可直接写出点 A'、B'、C' 的坐标；

(3) 根据三角形面积的公式求解即可.

【小问 1 详解】

解：作图如下：



【小问 2 详解】

解：关于 y 轴对称点的坐标特征：横坐标互为相反数，纵坐标相同.

$\therefore A'(3,4)$、$B'(3,1)$、$C'(-1,2)$，

故答案为：$(3,4)$, $(3,1)$, $(-1,2)$；

【小问 3 详解】

解：$\triangle A'B'C'$ 的面积为：$\frac{1}{2}A'B'\times|x_{A'}-x_{C'}|=\frac{1}{2}\times3\times4=6$，

故答案为：6.

【点睛】本题考查作轴对称图形和两点关于 y 轴对称的知识；用到的知识点为：两点关于 y 轴对称，横坐标互为相反数，纵坐标相同．掌握关于 y 轴对称点的性质，会用对称点的性质求坐标是解题关键.

24. 【答案】见解析

【解析】

【分析】证明 Rt$\triangle BDE \cong$ Rt$\triangle CDF$ 即可证明 $BE=CF$.

【详解】证明：$\because AB=AC$，AD 为$\angle BAC$的平分线

$\therefore BD=CD$，

$\because DE\perp AB$，$DF\perp AC$

$\therefore DE=DF$，

在 Rt△BDE 和 Rt△CDF 中

$\begin{cases} BD=DC \\ DE=DF \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BDE \cong \mathrm{Rt}\triangle CDF(\mathrm{HL})$，

$\therefore BE=CF$.

【点睛】本题考查了 HL 证明三角形全等，以及全等三角形的性质，掌握全等三角形的性质与判定是解题的关键.

25. 【答案】$BC=AB+CE$，证明见解析.

【解析】

【分析】在 BC 上截取 $BD=BA$，证明 $\triangle ABE \cong \triangle DBE$，可得 $EA=ED$，求出 $\angle DEC=\angle EDC=72^\circ$，可得 $CE=CD$，则 $BC=BD+CD=AB+CE$.

【详解】$BC=AB+CE$；

证明：在 BC 上截取 $BD=BA$，

$\because$在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=108^\circ$，$AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=\dfrac{180^\circ-108^\circ}{2}=36^\circ$，

$\therefore \angle BAD=\angle BDA=\dfrac{180^\circ-36}{2}=72^\circ$，

$\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=108^\circ-72^\circ=36^\circ$，

在$\triangle ABE$和$\triangle DBE$中，$\begin{cases} BA=BD \\ \angle ABE=\angle DBE \\ BE=BE \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBE(\mathrm{SAS})$，

$\therefore EA=ED$，

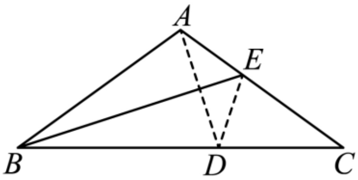
$\therefore \angle ADE=\angle DAC=36^\circ$，

$\therefore \angle DEC=\angle ADE+\angle DAC=72^\circ$，$\angle EDC=180^\circ-\angle BDA-\angle ADE=180^\circ-72^\circ-36^\circ=72^\circ$，

$\therefore \angle DEC=\angle EDC$，

$\therefore CE=CD$，

$\therefore BC = BD + CD = AB + CE$.



【点睛】本题考查了等腰三角形的判定和性质，三角形内角和定理，全等三角形的判定和性质等知识，能够根据题意作出合适的辅助线，构造出等腰三角形是解题的关键.

26. 【答案】（1） $BP' = CP$，理由见解析；（2）①60°；②$PM=\frac{1}{2}AP$，见解析

【解析】

【分析】（1）根据等边三角形的性质，可得 $AB=AC$，$\angle BAC=60°$，再由由旋转可知：

$AP = AP'$，$\angle PAP' = 60°$，从而得到 $\angle BAP' = \angle CAP$ ，可证得 $\triangle ABP' \cong \triangle ACP$，即可求解 ；

（2）①由 $\angle BPC=120°$，可得 $\angle PBC+\angle PCB=60°$．根据等边三角形的性质，可得 $\angle BAC=60°$，从而得到 $\angle ABC+\angle ACB=120°$，进而得到 $\angle ABP+\angle ACP=60°$．再由 $\triangle ABP' \cong \triangle ACP$，可得

$\angle ABP' = \angle ACP$ ，即可求解；

②延长 PM 到 N，使得 $NM=PM$，连接 BN．可先证得 $\triangle PCM\cong\triangle NBM$．从而得到 $CP=BN$，$\angle PCM=\angle NBM$．进而得到 $BN = BP'$ ．根据①可得 $\angle P'BP=60°$，可证得 $\triangle PNB \cong \triangle PP'B$，从而得到 $PN = PP'$ ．再由 $\triangle PAP'$ 为等边三角形，可得 $P'P = AP$ ．从而得到 $PN = AP$ ，即可求解.

【详解】解：（1） $BP' = CP$ ．理由如下：

等边三角形 ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=60°$，

由旋转可知：$AP = AP'$，$\angle PAP' = 60°$，

$\therefore \angle PAP' - \angle BAP = \angle BAC - \angle BAP$

即 $\angle BAP' = \angle CAP$

在 $\triangle ABP'$ 和 $\triangle ACP$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAP' = \angle CAP \\ AP' = AP \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABP' \cong \triangle ACP(SAS)$ ．

$\therefore BP' = CP$ ．

（2）①$\because \angle BPC=120°$，

$\therefore \angle PBC+\angle PCB=60°$.

$\because$ 在等边三角形 ABC 中，$\angle BAC=60°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=120°$，

$\therefore \angle ABP+\angle ACP=60°$.

$\because \triangle ABP' \cong \triangle ACP$ ．

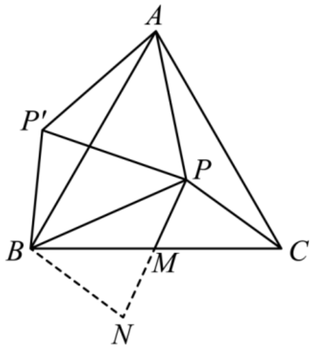
$\therefore \angle ABP' = \angle ACP$ ，

$\therefore \angle ABP + \angle ABP' = 60°$.

即 $\angle P'BP = 60°$ ；

②$PM = \dfrac{1}{2}AP$ ．理由如下：

如图，延长 PM 到 N，使得 $NM = PM$，连接 BN.



$\because M$ 为 BC 的中点，

$\therefore BM = CM$.

在△PCM 和△NBM 中

$$\begin{cases} PM = NM \\ \angle PMC = \angle NMB \\ CM = BM \end{cases}$$

$\therefore$ △PCM≌△NBM（SAS）.

$\therefore CP = BN$，$\angle PCM = \angle NBM$.

$\therefore BN = BP'$ ．

$\because \angle BPC = 120°$，

$\therefore \angle PBC + \angle PCB = 60°$.

$\therefore \angle PBC + \angle NBM = 60°$.

即 $\angle NBP = 60°$.

$\because \angle ABC + \angle ACB = 120°$，

$\therefore \angle ABP + \angle ACP = 60°$.

$\therefore \angle ABP + \angle ABP' = 60°$.

即 $\angle P'BP = 60°$ ．

$\therefore \angle P'BP = \angle NBP$ ．

△PNB 和△$PP'B$ 中

$$\begin{cases} BN = BP' \\ \angle NBP = \angle P'BP \\ BP = BP \end{cases}$$

$\therefore \triangle PNB \cong \triangle PP'B$ （SAS）.

$\therefore PN = PP'$.

$\because AP = AP'$，$\angle PAP' = 60°$，

$\therefore \triangle PAP'$ 为等边三角形，

$\therefore P'P = AP$.

$\therefore PN = AP$ ，

$\therefore PM = \frac{1}{2}AP$.

【点睛】本题主要考查了等边三角形判定和性质，全等三角形的判定和性质，图形的旋转，熟练掌握等边三角形判定和性质定理，全等三角形的判定和性质定理，图形的旋转的性质是解题的关键.