数学试卷

（考试时间为 100 分钟，试卷满分为 120 分）

姓名：__________ 班级：__________ 分层班级：______ 学号：__________

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. -2 的倒数是（　　）.

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

2. 港珠澳大桥于 2018 年 10 月 24 日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约 55000 米．将 55000 用科学记数法表示应为（　　）.

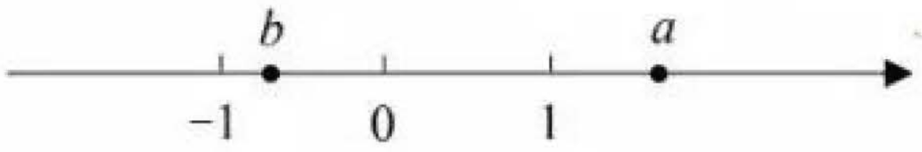
A. 5.5×10^{3}　　B. 55×10^{3}　　C. 0.55×10^{5}　　D. 5.5×10^{4}

3. 下列运算正确的是（　　）.

A. $5a^{2}-3a^{2}=2$　　B. $2x^{2}+3x^{2}=5x^{4}$

C. $3a+2b=5ab$　　D. $7ab-6ba=ab$

4. 有理数 a,b 在数轴上的位置如图所示，则下列结论正确的是（　　）.



A. $ab>0$　　B. $\frac{a}{b}<0$　　C. $a+b<0$　　D. $a-b<0$

5. 用代数式表示"m 的两倍与 n 的平方的差"，正确的是（　　）.

A. $2(m-n)^{2}$　　B. $(2m-n)^{2}$　　C. $2m-n^{2}$　　D. $(m-2n)^{2}$

6. 下列说法正确的是（　　）.

A. 平方等于本身的数是 0 和 1　　B. $-a$ 一定是负数

C. 一个有理数不是正数就是负数　　D. 一个数的绝对值一定是正数

7. 下列关于单项式 $-2x^{2}y$ 的说法中，正确的是（　　）.

A. 系数为 2，次数为 2　　B. 系数为-2，次数为 2

C. 系数为-2，次数为 3　　D. 系数为 2，次数为 3

8. 方程 $x-4=3x+5$ 移项后正确的是（　　）.

A. $x+3x=5+4$　　B. $x-3x=-4+5$

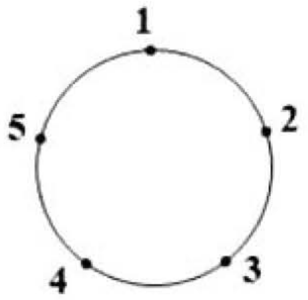
C. $x-3x=5-4$　　D. $x-3x=5+4$

9. 下列各式中去括号正确的是（　　）.

A. $-(-a-b)=a-b$　　B. $a^{2}+2(a-2b)=a^{2}+2a-2b$

C. $5x-(x-1)=5x-x+1$　　D. $3x^{2}-\frac{1}{4}(x^{2}-y^{2})=3x^{2}-\frac{1}{4}x^{2}-\frac{1}{4}y^{2}$

10. 如图是一个圆，一只电子跳蚤在标有数字的五个点上跳跃．若它停在奇数点上时，则下一次沿顺时针方向跳两个点；若停在偶数点上时，则下一次沿逆时针方向跳一个点．若这只跳蚤从 1 这点开始跳，则经过 2019 次跳后它所停在的点对应的数为（　　）．



A．1　　B．2　　C．4　　D．5

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

11. 0.03095 精确到千分位的近似值是__________.

12. 如图是我市十二月份某一天的天气预报，该天的温差是________℃.

小雪	
气温：-2℃~5℃	
风向风力：微风	

13. 比较大小：$-\frac{5}{6}$ ________ $-\frac{4}{5}$.

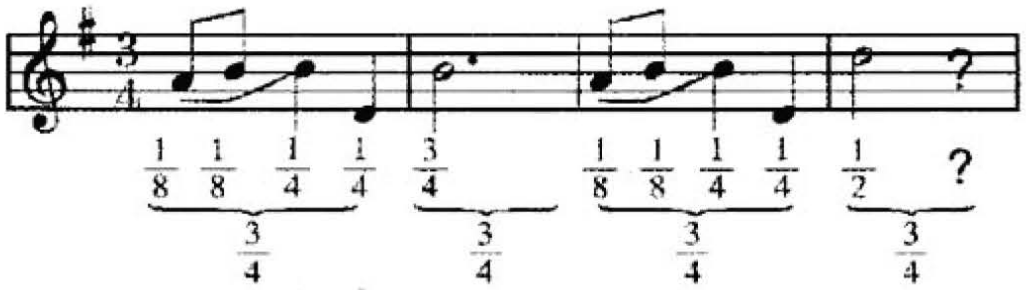
14. 已知 $x=-3$ 是关于 x 的方程 $kx-2k=5$ 的解，那么 k 的值为________

15. 已知有理数 a,b,c 在数轴上的位置如图所示，其中 $|c|<|a|<|b|$，化简：

$|a|+2|a-b|-|c-2a|=$__________.

16. 若关于 x 的多项式 $x^4-ax^3+x^3-5x^2-bx-3x-1$ 不存在含 x 的一次项和三次项，则 $a+b=$______.

17. 请阅读一小段约翰·斯特劳斯的作品，根据乐谱中的信息，确定最后一个音符的时间长应为__________.



18. 小宇计划在某外卖网站点如下表所示的菜品．已知每份订单的配送费为 3 元，商家为了促销，对每份订单的总价（不含配送费）提供满减优惠：满 30 元减 12 元，满 60 元减 30 元，满 100 元减 45 元．如果小宇在购买下表中的所有菜品时，采取适当的下订单方式，那么他点餐的总费用最低可为________元．

菜品	单价（含包装费）	数量
 水煮牛肉（小）	30 元	1
 醋溜土豆丝（小）	12 元	1
 豉汁排骨（小）	30 元	1
 手撕包菜（小）	12 元	1
 米饭	3 元	2

三、解答题

19. **（每小题 4 分）**计算：

（1）$(-11)+8+(-14)$；　　（2）$8\div(-2)-(-4)\times3$；

（3）$\left(-\frac{3}{4}+\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right)\times16$；　　（4）$-1^2-\left(1-\frac{1}{3}\right)\div3\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2$．

20. **（每小题 4 分）**计算：

（1）$3x^2-6x-x^2-3+4x-2x^2-1$；

（2）$\left(5a^2+2a-1\right)-4\left(3-8a+2a^2\right)$．

21. **（每小题 4 分）**解方程：

（1）$3(2x-1)=4x+3$；　　（2）$\frac{2x-5}{6}-\frac{3x+1}{2}=1$

22. **（5 分）**求$\frac{1}{2}x-2\left(x-\frac{1}{3}y^2\right)+\left(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2\right)$的值，其中$x=-2$, $y=\frac{2}{3}$．

23. **（4 分）**工厂加工一批比赛用乒乓球，按国际比赛规定要求乒乓球的直径标准为 40mm．但是实际生产的乒乓球直径可能会有一些偏差，以下是该工厂加工的 20 个乒乓球的直径检验记录：（“+”表示超出标准，“−”表示不足标准.）

个数	1	2	1	11	3	2
偏差/mm	−0.4	−0.2	−0.1	0	+0.3	+0.5

（1）其中偏差最大的乒乓球直径是________mm；

（2）这 20 个乒乓球平均每个球的直径是多少 mm？

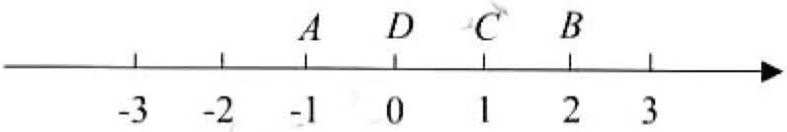
（3）若误差在“±0.25mm”以内的球可以作为合格产品，若误差在“±0.15mm”以内的球可以作为良好产品，这些球的合格率是_______，良好率是_______．

24. **（6 分）** 一般情况下 $\dfrac{a}{2}+\dfrac{b}{3}=\dfrac{a+b}{2+3}$ 不成立，但有些数可以使得它成立，例如：$a=b=0$．我们称使得 $\dfrac{a}{2}+\dfrac{b}{3}=\dfrac{a+b}{2+3}$ 成立的一对数 a,b 为“相伴数对”，记为 (a,b)．

（1）若 $(1,b)$ 是“相伴数对”，求 b 的值；

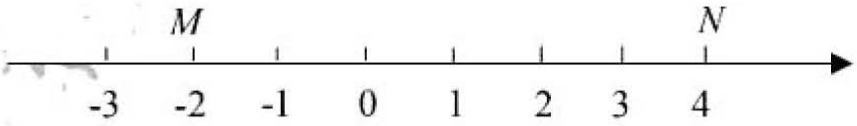
（2）若 (m,n) 是“相伴数对”，求代数式 $m-\dfrac{22}{3}n-\left[4m-2(3n-1)\right]$ 的值．

25. **（7 分）** 在同一直线上的三点 A,B,C，若满足点 C 到另两个点 A,B 的距离之比是 2，则称点 C 是其余两点的亮点（或暗点）．具体地当点 C 在线段 AB 上时，若 $\dfrac{CA}{CB}=2$，则称点 C 是 $[A,B]$ 的亮点；若 $\dfrac{CB}{CA}=2$，则称点 C 是 $[B,A]$ 的亮点；当点 C 不在线段 AB 上时，若 $\dfrac{CA}{CB}=2$，称点 C 是 $[A,B]$ 的暗点．例如，如图 1，数轴上点 A,B,C,D 分别表示数 $-1,2,1,0$，则点 C 是 $[A,B]$ 的亮点，又是 $[A,D]$ 的暗点；点 D 是 $[B,A]$ 的亮点，又是 $[B,C]$ 的暗点．



（图 1）

（1）如图 2，M,N 为数轴上的两点，点 M 表示的数为 -2，点 N 表示的数为 4，



（图 2）

则 $[M,N]$ 的亮点表示的数是________，$[N,M]$ 的亮点表示的数是________；
$[M,N]$ 的暗点表示的数是________，$[N,M]$ 的暗点表示的数是________；

（2）如图 3，数轴上点 A 所表示的数为 -20，点 B 所表示的数为 40，一只电子蚂蚁 P 从 B 出发以每秒 2 个单位的速度向左运动，设运动时间为 t 秒．

① 求当 t 为何值时，P 是 $[B,A]$ 的暗点；

② 求当 t 为何值时，P,A 和 B 三个点中恰有一个点为其余两点的亮点．

（图 3）

附加卷

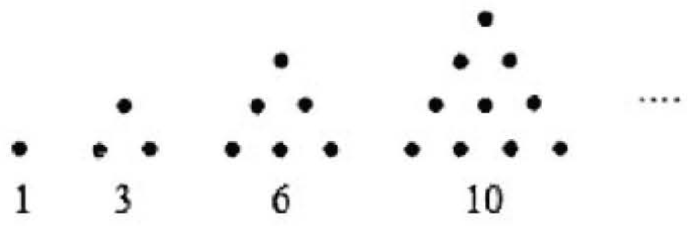
1. **（7 分）**古希腊毕达哥拉斯学派的数学家常用小石子在沙滩上摆成各种形状来研究各种多边形数，比如：他们研究过图 1 中的 1，3，6，10，…，由于这些数能够表示成三角形，将其称为三角形数（三边形数）；类似的，称图 2 中的 1，4，9，16，…，这样的数为正方形数（四边形数）.

（1）请你写出既是三角形数又是正方形数且大于 1 的最小正整数为________；

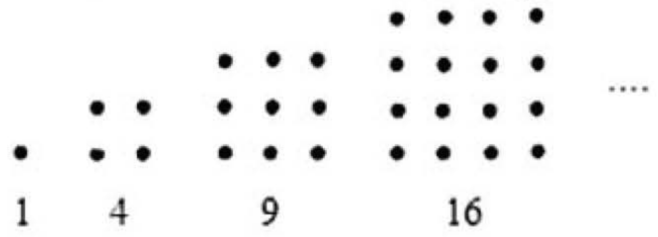
（2）记第 n 个 k 边形数为 $N(n,k)$．例如 $N(1,3)=1, N(2,3)=3, N(2,4)=4$.

① $N(3,3)=$________，$N(n,3)=$________，$N(n,4)=$________.

②通过进一步的研究发现 $N(n,5)=\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{2}n, N(n,6)=2n^2-n, \cdots$，请你推测 $N(n,k)(k\geq 3)$ 的表达式，并由此计算 $N(10,24)$ 的值.



（图 1）



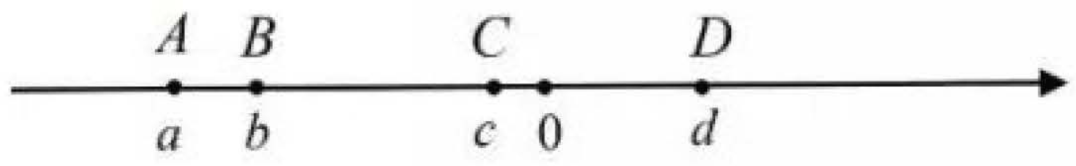
（图 2）

2. **（4 分）**对于三个数 a,b,c，用 $M\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 这三个数的平均数，用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 这三个数中最小的数，如 $M\{-1,2,3\}=\frac{-1+2+3}{3}=\frac{4}{3}$，$\min\{-1,2,3\}=-1$.

（1）若 $M\{x-1,-5,2x+3\}=\frac{1}{2}(1+3x)$，求 x 的值；

（2）已知 $M\{2x,-x+2,3\}, \min\{-1,0,4x+1\}$，是否存在一个 x 值，使得 $2\cdot M\{2x,-x+2,3\}=\min\{-1,0,4x+1\}$．若存在，请求出 x 的值；若不存在，请说明理由.

3. （**3 分**）如图，若点 A,B,C,D 在数轴上表示的有理数分别为 a,b,c,d，则 $|a-2x|+|2x+b|+|2x-c|+|2x+d|$ 的最小值为____________. (用含有 a,b,c,d 的式子表示结果)



4. （**6 分**）阅读下面材料：

小丁在研究数学问题时遇到一个定义：将 k 个数排成一列 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_k$，称为数列 $A_k: x_1,x_2,x_3,\cdots,x_k$，其中 k 为正整数且 $k\geq 3$，

定义 $V(A_k)=|x_1-x_2|+|x_2-x_3|+\cdots+|x_{k-1}-x_k|$.

例如：若数列 A_5：$1,2,3,4,5$，

则 $V(A_5)=|1-2|+|2-3|+|3-4|+|4-5|=4$.

根据以上材料，回答下列问题：

（1）已知数列 $A_3:3,5,-2$，则 $V(A_3)=$____________.

（2）已知数列 $A_4:x_1,x_2,x_3,x_4$，其中 x_1,x_2,x_3,x_4 为 4 个互不相等的整数，且 $x_1=3,x_4=7,V(A_4)=4$，则满足条件的数列 A_4 为____________________.

（3）已知数列 $A_5:x_1,x_2,x_3,x_4,x_5$ 中 5 个数均为非负数，且 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=25$，则 $V(A_5)$ 的最大值为__________，最小值为__________.

初一数学期中测试参考答案

一、选择题

1. B　2. D　3. D　4. B　5. C　6. A　7. C　8. D　9. C　10. B

二、填空题

11. 0.031；　12. 7；　13. $<$；　14. -1；

15. $-a+2b-c$；　16. -2；　17. $\frac{1}{4}$；　18. 54

三、解答题

19.（1）$=-3+(-14)$

$=-17$

（2）$=-4+12$

$=8$

（3）$=-12+14-8$

$=-6$

（4）$=-1-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}$

$=-\frac{3}{2}$

20.（1）解：原式$=(3x^2-x^2-2x^2)+(-6x+4x)+(-3-1)$

$=-2x-4$

（2）解：原式$=5a^2+2a-1-12+32a-8a^2$

$=-3a^2+34a-13$

21.（1）解：$6x-3=4x+3$

$2x=6$

$x=3$

（2）解：$(2x-5)-3(3x+1)=6$

$2x-5-9x-3=6$

$-7x=14$

$x=-2$

22. 解：原式$=\frac{1}{2}x-2x+\frac{2}{3}y^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2$

$=-3x+y^2$

当 $x=-2, y=\frac{2}{3}$ 时，原式$=(-3)\times(-2)+\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$$=6+\frac{4}{9}=6\frac{4}{9}$$

23．（1）40.5；

（2）$40+\dfrac{1\times(-0.4)+2\times(-0.2)+1\times(-0.1)+11\times0+3\times0.3+2\times0.5}{20}=40.05$；

（3）70%；60%.

24．解：（1）$\because(a,b)$是“相伴数对”，

$\therefore\dfrac{1}{2}+\dfrac{b}{3}=\dfrac{1+b}{2+3}$，

解得$b=-\dfrac{9}{4}$；

（2）$\because(m,n)$是“相伴数对”，

$\therefore\dfrac{3m+2n}{6}=\dfrac{m+n}{5}$，

$\therefore 9m+4n=0$，

则原式$=m-\dfrac{22}{3}n-4m+6n-2=-\dfrac{4}{3}n-3m-2=-\dfrac{9m+4n}{3}-2=-2$.

25．（1）2；0；10；−8；

（2）①$\because P$是$[B,A]$的暗点，

$\therefore PB=2PA$.

即$2t=2(2t-60)$，解得$t=60$.

②当P是$[A,B]$的亮点时，$60-2t=2\times2t$，解得$t=10$；

当P是$[B,A]$的亮点时，$2t=2(60-2t)$，解得$t=20$；

当A是$[B,P]$的亮点时，$60=2\times(2t-60)$，解得$t=45$；

当A是$[P,B]$的亮点时，$2t-60=2\times60$，解得$t=90$；

综上，当t为10,20,45,90时，点P，A和B中恰有一个点为其余两点的亮点.

附加题

1．（1）36；

（2）① 6；$\dfrac{n(n+1)}{2}$；n^2；

②$\because N(n,3)=\dfrac{n(n+1)}{2}=\dfrac{n^2+n}{2}=\dfrac{(3-2)n^2+(4-3)n}{2}$,

$N(n,4)=n^2=\dfrac{2n^2+0\times n}{2}=\dfrac{(4-2)n^2+(4-4)n}{2}$,

$N(n,5)=\dfrac{3n^2}{2}-\dfrac{1}{2}n=\dfrac{3n^2-n}{2}=\dfrac{(5-2)n^2+(4-5)n}{2}$,

$N(n,6)=2n^2-n=\dfrac{4n^2-2n}{2}=\dfrac{(6-2)n^2+(4-6)n}{2}$,

由此推断出 $N(n,k)=\dfrac{(k-2)n^2+(4-k)n}{2}\ (k\geq 3)$；

$\therefore N(10,24)=\dfrac{(24-2)\times 10^2+(4-24)\times 10}{2}=1000.$

2. （1）由题意得：$M\{x-1,-5,2x+3\}=\dfrac{x-1-5+2x+3}{3}=x-1$

$\therefore x-1=\dfrac{1}{2}(1+3x)$

$\therefore x=-3.$

（2）由题意得：$M\{2x,-x+2,3\}=\dfrac{2x+-x+2+3}{3}=\dfrac{x+5}{3}$，若 $4x+1\geq -1$，则 $2\times\dfrac{x+5}{3}=-1$，解得：$x=-\dfrac{13}{2}$，此时 $4x+1=-25<-1$，与条件矛盾；若 $4x+1<-1$，则 $2\times\dfrac{x+5}{3}=4x+1$，解得：$x=\dfrac{7}{10}$，此时 $4x+1=\dfrac{19}{5}>-1$，与条件矛盾；$\therefore$不存在.

3. $c+d-b-a$.

4. （1）9；（2）3,4,5,7；3,4,6,7；3,5,6,7；（3）50；0.