2023北京一六一中初二（下）期中

数　学

一、选择题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

1. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（　　）.

A. 1，1，1　　B. 2，3，4　　C. 1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$　　D. 1，2，3

2. 下列二次根式中，最简二次根式是（　）

A. $\sqrt{20}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D. $\sqrt{0.2}$

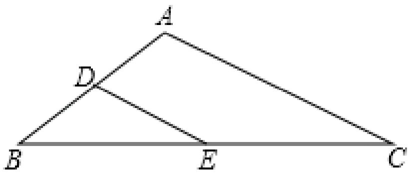
3. 下列运算正确的是（　）

A. $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\sqrt{2}$　　B. $\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{27}=3\sqrt{2}$

4. 下列y关于x的函数中，是正比例函数的为（　　　）

A. $y=x^2$　　B. $y=\frac{2}{x}$　　C. $y=\frac{x}{2}$　　D. $y=\frac{x+1}{2}$

5. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=3$，$BC=6$，$AC=4$，点D，E分别是边AB，CB的中点，那么DE的长为（　）



A. 1.5　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 已知O为数轴原点，如图，

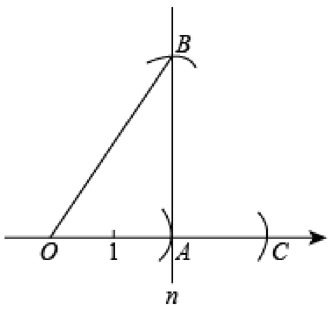
（1）在数轴上截取线段$OA=2$；

（2）过点A作直线n垂直于OA；

（3）在直线n上截取线段$AB=3$；

（4）以O为圆心，OB的长为半径作弧，交数轴于点C.

根据以上作图过程及所作图形，有如下四个结论：①$OC=5$；②$OB=\sqrt{13}$；③$3<OC<4$；④$AC=1$.上述结论中，所有正确结论的序号是（　）



A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ②④

7. 下列条件中，不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（　）

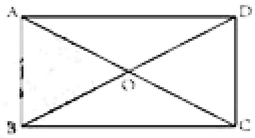
A. $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$　　B. $AB//CD, AB=CD$

C. $AB=CD, AD//BC$　　D. $AB//CD, AD//BC$

8. 在菱形 $ABCD$ 中，若 $\angle A=60°$，周长为 16，则这个菱形的两条对角线长分别为（　）

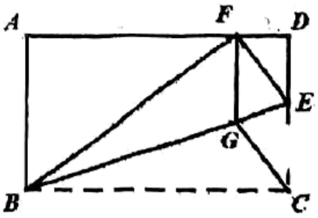
A. 2，$2\sqrt{3}$　　B. 4，$4\sqrt{3}$　　C. 4，4　　D. $4\sqrt{3}$，$4\sqrt{3}$

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，若 $\angle AOD=120^{\circ}$，$BD=6$．则 AB 的长为（　）



A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}$

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是 CD 边上的一点，将 $\triangle BCE$ 沿 BE 所在直线折叠，点 C 落在 AD 边上，落点记为 F，过点 F 作 $FG // CD$ 交 BE 于点 G，连接 CG．若 $AB=6$，$AD=10$，则四边形 $CEFG$ 的面积是（　）



A. $\frac{20}{3}$　　B. $\frac{10}{3}$　　C. 20　　D. 10

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

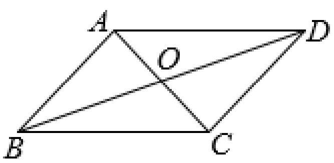
11. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______.

12. 在▱$ABCD$ 中，已知 $\angle A+\angle C=200°$，则 $\angle B$ 的度数为____°．

13. 购买一些铅笔，单价为0.2 元/支，总价 y 元随铅笔支数 x 变化，请写出 y 关于 x 的函数解析式为 $y=$ ______.

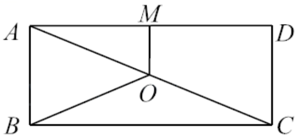
14. 已知正比例函数 $y=kx$（k 是常数，$k\neq 0$），y 的值随着 x 的值的增大而增大，请写出一个满足条件的正比例函数的解析式：$y=$ ______________

15. 如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$AB\perp AC$．若 $AB=AC=2$，则 $BC=$_________，$BD=$_________.



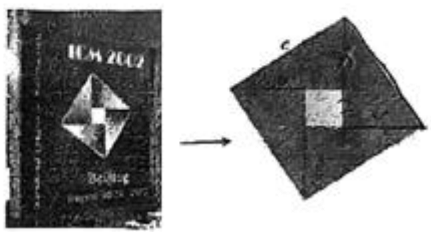
16. 如图，O 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点，M 是 AD 的中点．若 $AB=5$，$AD=12$，则四边形

$ABOM$ 的周长为______.



17. 请写出“平行四边形的两组对边分别平行”的逆命题：____________，此逆命题是______（“真”、“假”）命题.

18. 如图为《勾股定理》章前图中的图案，它由四个全等的直角三角形拼合而成．若图中大、小正方形面积分别为 $62\frac{1}{2}$ 和 4，则直角三角形两条直角边长分别为______.



三、解答题（本大题共 8 小题，第 19 题每小题 4 分，第 20-23 每题 7 分，第 24-26 每题 8 分，共 64 分）

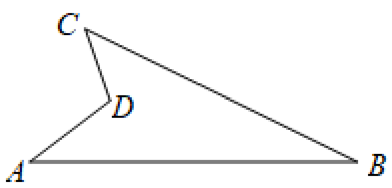
19. 计算：

（1）$\sqrt{12}+\sqrt{8}-5\sqrt{3}+\sqrt{2}$

（2）$\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{2}{3}}$

（3）$\left(3\sqrt{18}+\frac{1}{5}\sqrt{50}-4\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\div\sqrt{32}$

20. 如图是一块地，已知 AD=4m，CD=3m，AB=13m，BC=12m，且 $CD\perp AD$，求这块地的面积.



21. 下面是小丁设计的“利用直角三角形和它的斜边中点作矩形”的尺规作图过程.

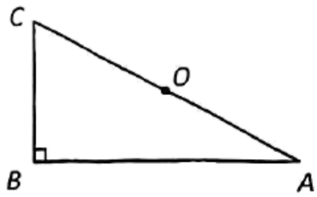
已知：如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，O 为 AC 的中点.

求作：四边形 $ABCD$，使得四边形 $ABCD$ 为矩形.

作法：①作射线 BO，在线段 BO 的延长线上截取 $DO=BO$；

②连接 AD，CD，则四边形 $ABCD$ 为矩形.

根据小丁设计的尺规作图过程，



（1）使用直尺和圆规，在图中补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：∵点 O 为 AC 的中点，

∴ $AO=CO$ ．

又∵①____________，

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形（②_____）．（填推理的依据）

∵ $\angle ABC=90°$，

∴ $\square ABCD$ 为矩形（③____________）．（填推理的依据）

22. 已知 $x=2-\sqrt{3}$， $y=2+\sqrt{3}$，求下列代数式的值：

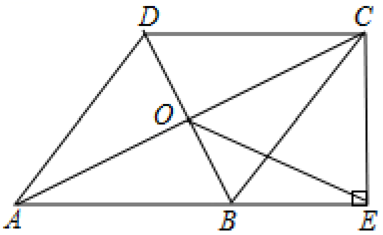
（1） x^2+xy+y^2；

（2） x^2y+xy^2

23. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//DC$， $AB=AD$，对角线 AC， BD 交于点 O， AC 平分 $\angle BAD$，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE ．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $AB=\sqrt{5}$， $BD=2$，求 OE 的长．



24. 函数问题：

（1）作出 y 与 x 的函数 $y=2|x|$ 的图象

①自变量 x 的取值范围是____________；

②列表并画出函数图象：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…						…

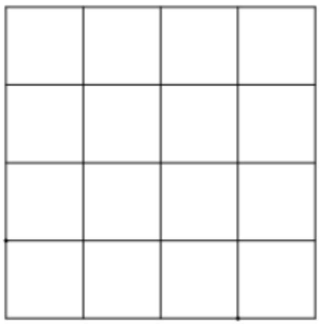
③当自变量x的值从 1 增加到 2 时，则函数y的值增加了____________.

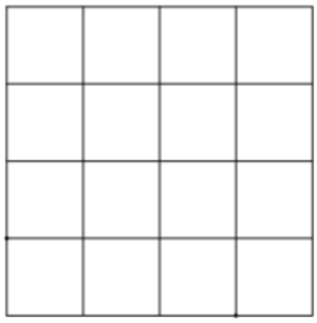
（2）在一个变化的过程中，两个变量x与y之间可能是函数关系，也可能不是函数关系：

下列各式中， y是x的函数的是____________.

①$x+y=1$； ②$|x+y|=1$； ③$xy=1$； ④$x^2+y^2=1$；

25. 如图，在4×4的正方形网格中，每个小格的顶点叫做格点，每一个小正方形的边长都是 1，以格点为顶点的三角形叫做格点三角形，分别按下列要求作图.


图①


图②

（1）在图①中，画一个格点三角形ABC，使得$AB=\sqrt{5},BC=2\sqrt{5},CA=5$；

（2）在（1）的条件下，直接写出AC边上的高；

（3）在图②中，画一个直角三角形，使它的三边长都是无理数.

26. 已知正方形$ABCD$，点E是直线BC上一点（不与B，C重合），$\angle AEF=90^\circ$，EF交正方形外角的平分线CF所在的直线于点F.

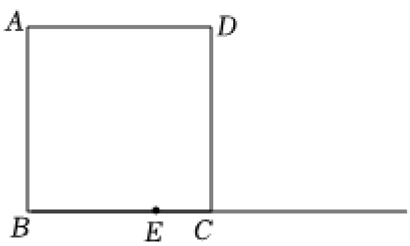
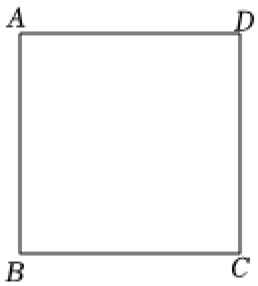
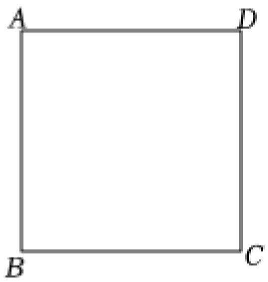


图1



备用图



备用图

（1）如图1，当点E在线段BC上时，

①请补全图形，并直接写出AE，EF满足的数量关系______；

②用等式表示CD，CE，CF满足的数量关系，并证明.

（2）当点E在直线BC上，用等式表示线段CD，CE，CF之间的数量关系（直接写出即可）.

四、选做题（每小题 5 分，共 10 分）

27. 观察下列等式：

①$\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$；

②$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$；

③$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

...回答下列问题：

（1）利用你观察到的规律，化简：$\frac{1}{5+\sqrt{23}}$

（2）计算：$\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\ldots+\frac{1}{3\sqrt{11}+\sqrt{101}}$.

28. 平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $ABCD$ 的四个顶点坐标分别为：$A\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，$B\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$，$C\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$，$D\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，$P$、$Q$ 是这个正方形外两点，且 $PQ=1$. 给出如下定义：记线段 PQ 的中点为 T，平移线段 PQ 得到线段 $P'Q'$(其中 P'，Q' 分别是点 P，Q 的对应点)，记线段 $P'Q'$ 的中点为 T. 若点 P' 和 Q' 分别落在正方形 $ABCD$ 的一组邻边上，或线段 $P'Q'$ 与正方形 $ABCD$ 的一边重合，则称线段 TT' 长度的最小值为线段 PQ 到正方形 $ABCD$ 的“回归距离”，称此时的点 T' 为线段 PQ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点”.

（1）如图1，平移线段 PQ，得到正方形 $ABCD$ 内两条长度为1的线段 P_1Q_1 和 P_2Q_2，这两条线段的位置关系为______；若 T_1，T_2 分别为 P_1Q_1 和 P_2Q_2 的中点，则点______(填 T_1 或 T_2) 为线段 PQ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点”；

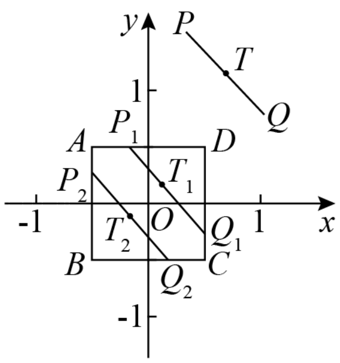


图1

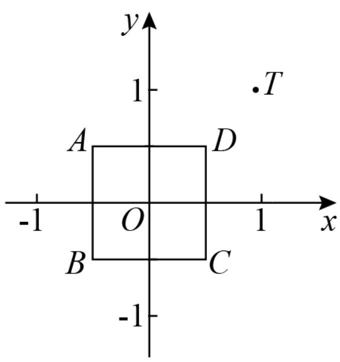


图2

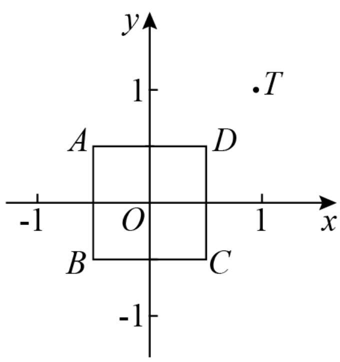


图3

（2）若线段 PQ 的中点 T 的坐标为 $(1,1)$，记线段 PQ 到正方形 $ABCD$ 的“回归距离”为 d_1，请直接写出 d_1 的最小值：______，并在图2中画出此时线段 PQ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点” T'(画出一种情况即可)；

（3）请在图3中画出所有符合题意的线段 PQ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点”组成的图形.

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. 【答案】C

【解析】

【分析】由勾股定理的逆定理，只要验证两小边的平方和等于最长边的平方即可．

【详解】A.$\because 1^2+1^2=2\neq 1^2$，故无法构成直角三角形，不符合题意；

B.$\because 2^2+3^2=13\neq 4^2$，故无法构成直角三角形，不符合题意；

C. $\because 1^2+(\sqrt{2})^2=3=\left(\sqrt{3}\right)^2$，故可以构成直角三角形，符合题意．

D.$\because 1^2+2^2=5\neq 3^2$，故无法构成直角三角形，不符合题意；

故选 C．

【点睛】本题考查勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a,b,c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形，掌握勾股定理的逆定理是解题的关键．

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可得．

【详解】A、$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，则 $\sqrt{20}$ 不是最简二次根式，此项不符题意；

B、$\sqrt{2}$ 是最简二次根式，此项符合题意；

C、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 不是最简二次根式，此项不符题意；

D、$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sqrt{0.2}$ 不是最简二次根式，此项不符题意；

故选：B．

【点睛】本题考查了最简二次根式，熟记定义是解题关键．

3. 【答案】A

【解析】

【分析】利用二次根式的除法判断 A，利用分母有理化判断 B，利用二次根式的加法判断 C，利用二次根式的性质判断 D．

【详解】解：A． $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\sqrt{2}$，故正确，符合题意；

B． $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故错误，不符合题意；

C． $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，故错误，不符合题意；

D． $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$，故错误，不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题考查了二次根式的运算，熟练掌握二次根式的除法法则和二次根式的性质是解决问题的关键．

4.【答案】C

【解析】

【详解】解：A.y 是 x 的二次函数，故 A 选项不符合题意；

B.y 是 x 的反比例函数，故 B 选项不符合题意；

C.y 是 x 的正比例函数，故 C 选项正确；

D.y 是 x 的一次函数，故 D 选项不符合题意；

故选 C．

5.【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理解答即可．

【详解】解：∵点 D，E 分别是边 AB，CB 的中点，

$\therefore DE=\frac{1}{2}AC=2$，

故选：B．

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理的应用，掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半是解题的关键．

6.【答案】C

【解析】

【分析】由勾股定理求得 OB，进而得 OC，AC，再判断结论的正误．

【详解】根据题意得，$OA=2$，$AB=3$，$\angle OAB=90°$，

$\therefore OB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

故② 正确；

$\because OC=OB$，

$\therefore OC=\sqrt{13}$，

$\because 9<13<16$，

$\therefore 3<\sqrt{13}<4$，

∴③ 正确，① 错误；

$\therefore AC=OC-OA=\sqrt{13}-2\neq 1$，

故④ 错误；

故选：C．

【点睛】本题主要考查了勾股定理，数轴与实数的对应关系，无理数的估算，关键是由勾股定理求得

OB.

7.【答案】C

【解析】

【分析】根据平行四边形的判断方法一一判断即可解决问题.

【详解】解：A、∵$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形，正确，故本选项错误；

B、∵$AB\parallel CD$，$AB=CD$，

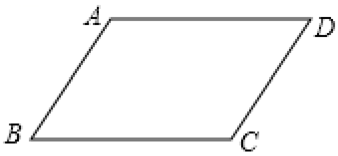
∴四边形$ABCD$是平行四边形，正确，故本选项错误；

C、根据$AB=CD$，$AD\parallel BC$可能得出四边形是等腰梯形，不一定推出四边形$ABCD$是平行四边形，错误，故本选项正确；

D、∵$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形，正确，故本选项错误；

故选：C.



【点睛】本题考查了平行四边形的判定的应用，注意：平行四边形的判定定理有：①有两组对角分别相等的四边形是平行四边形，②有两组对边分别相等的四边形是平行四边形，③有一组对边相等且平行的四边形是平行四边形，④对角线互相平分的四边形是平行四边形，⑤有两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

8.【答案】B

【解析】

【分析】连接AC、BD，AC、BD交于点O，判定$\triangle ABD$是等边三角形，即可得到$AB=AD=BD=4$，再根据等边三角形的性质得到BD，求出DO，根据勾股定理即可得到AC的长.

【详解】解：如图所示，$\angle BAD=60^\circ$，连接AC、BD，AC、BD交于点O，

$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AB=BC=CD=AD$，$AC\perp BD$，

又$\because$菱形的周长为16，

$\therefore AB=BC=CD=AD=4$，

又$\because \angle BAD=60^\circ$，

$\therefore \triangle BAD$是等边三角形，

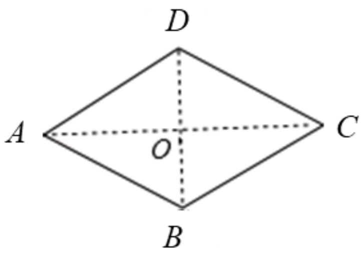
$\therefore AB=AD=BD=4$，

$\therefore DO=2$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOD$中，$AO=\sqrt{AD^2-DO^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore AC=4\sqrt{3}$.

故选 B.



【点睛】本题考查了菱形的性质、等边三角形的判定和性质．关键是画图并找出图中的等边三角形.

9.【答案】B

【解析】

【分析】根据矩形的对角线的性质可得△AOB 为等边三角形，由等边三角形的性质即可求出 AB 的值.

【详解】∵ABCD 是矩形，

∴OA=OB，

∵∠AOD=120°，

∴∠AOB=60°，

∴△AOB 为等边三角形，

∵BD=6，

∴AB=OB=3，

故选 B.

【点睛】本题考查了矩形的性质、等边三角形的判定与性质，熟练掌握矩形的性质，证明三角形是等边三角形是解题的关键.

10.【答案】A

【解析】

【分析】根据题意和勾股定理，可以求得 AF 的长，设 $EF=x$，利用勾股定理列出方程，进而求得 EF 和 DF 的值，证明四边形 $CEFG$ 是平行四边形，从而可以得到面积.

【详解】解：由折叠可知：$BC=BF$，$CE=EF$，$\angle BEC=\angle BEF$，

则在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=BC=BF=10$，$\angle BAF=90°$，

$\therefore AF=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

$\therefore DF=2$，

设 $EF=x$，则 $CE=x$，$DE=6-x$，

$\because \angle FDE=90°$，

$\therefore 2^2+(6-x)^2=x^2$，

解得，$x=\dfrac{10}{3}$，

$\therefore CE=\dfrac{10}{3}$，

$\because FG \mathbin{/\mkern-6mu/} CE$，

$\therefore \angle FGE=\angle CEB$，

$\therefore \angle FGE=\angle FEG$，

$\therefore FG=FE$，

$\therefore FG=EC$，

$\therefore$四边形$CEFG$是平行四边形，

$\therefore$四边形$CEFG$的面积是：$CE\cdot DF=\dfrac{10}{3}\times 2=\dfrac{20}{3}$，

故选 A．

【点睛】本题考查翻折变化、矩形的性质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11.【答案】$x\geq 3$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件：被开方数是非负数，进行求解．

【详解】解：由题意得：$x-3\geq 0$，

$\therefore x\geq 3$；

故答案为$x\geq 3$．

【点睛】本题主要考查二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式有意义的条件是解题的关键．

12.【答案】80

【解析】

【分析】由在▱$ABCD$中，如果$\angle A+\angle C=200°$，即可求得$\angle A$的度数，又由平行四边形的邻角互补，求得答案．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore \angle A=\angle C$，

$\because \angle A+\angle C=200°$，

$\therefore \angle A=100°$，

$\because AD \mathbin{/\mkern-6mu/} BC$，

$\therefore \angle B=180°-\angle A=80°$．

故答案为：80．

【点睛】此题考查了平行四边形的性质．注意掌握平行四边形的对角相等、邻角互补定理的应用是解此题的关键．

13.【答案】$0.2x$ ## $\frac{1}{5}x$

【解析】

【分析】根据总价＝单价×数量，可得函数关系式.

【详解】解：由题意得：

$y=0.2x$（x是正整数），

故答案为：$0.2x$.

【点睛】本题考查了函数的表示，写函数的解析式是函数的表示方法之一，解题的关键是抓住题中的数量关系用自变量的代数式来表示因变量.

14.【答案】$y=2x$（答案不唯一）

【解析】

【分析】因为在正比例函数$y=kx$中，y的值随着x值的增大而增大，所以$k>0$，于是得到结论.

【详解】解：∵在正比例函数$y=kx$中，y的值随着x值的增大而增大，

$\therefore k>0$，

∴函数表达式为$y=2x$.

故答案为：$y=2x$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查正比例函数的性质，熟练掌握正比例函数的性质是解题的关键.

15.【答案】 ①. $2\sqrt{2}$ ②. $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据勾股定理直接求得BC的长，根据平行四边形的性质可得$AO=\frac{1}{2}AC, BO=\frac{1}{2}BD$，在$\mathrm{Rt}\triangle AOB$中勾股定理求解即可

故答案为：$2\sqrt{2}, 2\sqrt{5}$

【详解】解：∵$\square ABCD$的对角线AC与BD相交于点O，$AB\perp AC$．$AB=AC=2$，

$\therefore AO=\frac{1}{2}AC=1, BO=\frac{1}{2}BD$

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2\sqrt{2}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOB$中，$BO=\sqrt{AB^2+AO^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\therefore BD=2BO=2\sqrt{5}$

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，勾股定理，掌握平行四边形的性质是解题的关键.

16.【答案】20

【解析】

【分析】先由$AB=5$，$AD=12$得到$AC=13$，然后结合矩形的性质得到$OB=6.5$，再结合点O和点M分别是AC和AD的中点得到OM和AM的长，最后得到四边形$ABOM$的周长.

【详解】解：$\because AB=5$，

$\therefore CD=5$，

$\because AD=12$，$\angle D=90°$，

$\therefore AC=13$，

$\because$ 点 O 和点 M 分别是 AC 和 AD 的中点，

$\therefore OB=6.5$，$AM=\frac{1}{2}AD=6$，OM 是 ΔACD 的中位线，

$\therefore OM=\frac{1}{2}CD=2.5$，

$\therefore C_{\text{四边形}ABOM}=AB+BO+OM+MA=5+6.5+2.5+6=20$．

故答案为：20．

【点睛】本题考查了矩形的性质、三角形的中位线定理，解题的关键是熟知矩形的性质．

17.【答案】　①. 两组对边分别平行的四边形是平行四边形　②. 真

【解析】

【分析】写出原命题的逆命题，根据平行四边形的判定定理判断即可．

【详解】解：“平行四边形的两组对边分别平行”的逆命题是：“两组对边分别平行的四边形是平行四边形”，是真命题，

故答案为：两组对边分别平行的四边形是平行四边形，真．

【点睛】本题考查的是命题的真假判断、逆命题的概念，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理．

18.【答案】$\frac{9}{2}$，$\frac{13}{2}$

【解析】

【分析】先利用已知正方形的面积求出大小三角形的边长，设出一条直角边，利用勾股定理列出方程进行求解．

【详解】解：$\because$ 大小正方形的面积分别为 $62\frac{1}{2}$ 和 4，

$\therefore$ 大小正方形的边长分别为 $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ 和 2，

设短直角边为 x，则长直角边为 $2+x$，由勾股定理得：

$x^2+(2+x)^2=62\frac{1}{2}$，

解得 $x_1=\frac{9}{2}$，$x_2=-\frac{13}{2}$（舍），

$\therefore x+2=\frac{13}{2}$，

故两条直角边分别为$\frac{9}{2}$，$\frac{13}{2}$.

故答案为：$\frac{9}{2}$，$\frac{13}{2}$.

【点睛】本题考查了勾股定理和一元二次方程的应用，解题关键在于找出各边关系列出方程.

三、解答题（本大题共8小题，第19题每小题4分，第20-23每题7分，第24-26每题8分，共64分）

19.【答案】（1）$3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

（2）$2-\sqrt{3}$

（3）2

【解析】

【分析】根据二次根式的混合运算，先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可.

【小问1详解】

解：$\sqrt{12}+\sqrt{8}-5\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-5\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$；

【小问2详解】

$\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{2}{3}}$

$=5-3-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=5-3-\sqrt{3}$

$=2-\sqrt{3}$

【小问3详解】

$\left(3\sqrt{18}+\frac{1}{5}\sqrt{50}-4\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\div\sqrt{32}$

$=\left(9\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)\div4\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}\div4\sqrt{2}$

$=2$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

20.【答案】24m^2

【解析】

【分析】连接AC，根据勾股定理求得AC的长，根据勾股定理的逆定理可得$\angle ACB=90°$，根据

$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADC}$，即可求解.

【详解】解：连接 AC，

$\because CD\perp AD$

$\therefore \angle ADC=90°$，

$\because AD=4,\ CD=3$，

$\therefore AC^2=AD^2+CD^2=4^2+3^2=25$，

又$\because AC>0$，

$\therefore AC=5$，

又$\because BC=12,\ AB=13$，

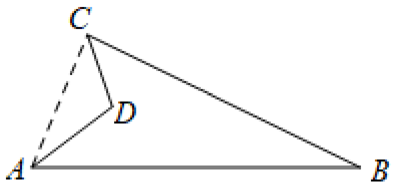
$\therefore AC^2+BC^2=5^2+12^2=169$，

又$\because AB^2=169$，

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，

$\therefore \angle ACB=90°$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADC}=30-6=24\text{m}^2$.



【点睛】本题考查了勾股定理以及勾股定理的逆定理，掌握勾股定理是解题的关键.

21.【答案】(1）见解析　（2）见解析

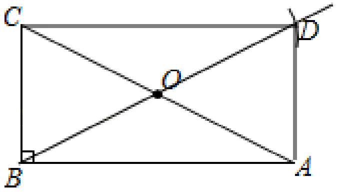
【解析】

【分析】(1）根据要求画出图形即可.

（2）根据有一个角是直角的平行四边形是矩形即可证明.

【小问 1 详解】

解：如图，矩形 $ABCD$ 即为所求.



【小问 2 详解】

理由：$\because$点 O 为 AC 的中点，

$\therefore AO=CO$

又$\because DO=BO$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 为平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形）

$\because \angle ABC=90°$，

$\therefore$▱$ABCD$为矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）.

【点睛】本题考查作图－复杂作图，矩形的判定等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

22.【答案】（1）15 （2）4

【解析】

【分析】（1）利用完全平方公式可得$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$，然后把x，y的值代入进行计算即可解答；

（2）利用因式分解可得$x^2y+xy^2=xy(x+y)$，然后把x，y的值代入进行计算即可解答.

【小问1详解】

解：$\because x=2-\sqrt{3}$，$y=2+\sqrt{3}$，

$\therefore x^2+xy+y^2$

$=(x+y)^2-xy$

$=(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3})^2-(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$

$=4^2-(4-3)$

$=16-1$

$=15$，

$\therefore x^2+xy+y^2$的值为15；

【小问2详解】

x^2y+xy^2

$=xy(x+y)$

$=(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})\times[2-\sqrt{3}+(2+\sqrt{3})]$

$=(4-3)\times4$

$=4$，

$\therefore x^2y+xy^2$的值为4.

【点睛】本题考查了完全平方公式，因式分解的应用，二次根式的混合运算，利用乘法公式和因式分解对代数式进行恰当的变形是解题的关键.

23.【答案】（1）证明见解析；（2）OE=2.

【解析】

【分析】（1）根据一组对边相等的平行四边形是菱形进行判定即可.

（2）根据菱形的性质和勾股定理求出$OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=2$，根据直角三角形斜边的中线等于斜边的一半即可求解.

【详解】（1）证明：$\because AB//CD$，

$\therefore \angle CAB = \angle ACD$，

$\because AC$ 平分 $\angle BAD$，

$\therefore \angle CAB = \angle CAD$，

$\therefore \angle CAD = \angle ACD$，

$\therefore AD = CD$，

又$\because AD = AB$，

$\therefore AB = CD$，

又$\because AB \parallel CD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又$\because AB = AD$，

$\therefore \square ABCD$ 是菱形.

（2）解：$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，对角线 AC 、 BD 交于点 O，

$\therefore AC \perp BD$， $OA = OC = \frac{1}{2}AC$， $OB = OD = \frac{1}{2}BD$，

$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = 1$，

在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = 90^\circ$，

$\therefore OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 2$，

$\because CE \perp AB$，

$\therefore \angle AEC = 90^\circ$，

在 $Rt\triangle AEC$ 中， $\angle AEC = 90^\circ$， O 为 AC 中点，

$\therefore OE = \frac{1}{2}AC = OA = 2$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质和判定，菱形的判定与性质，直角三角形的性质，勾股定理等，熟练掌握菱形的判定方法以及直角三角形斜边的中线等于斜边的一半是解题的关键.

24.【答案】(1）①全体实数；②4，2，0，2，4；图见解析；③2

（2）①③

【解析】

【分析】(1）①根据 $y = 2|x|$ 求出 x 的取值范围即可；

②根据解析式填出列表，并在坐标系中描出各点，画出函数图象即可；

③把自变量 x 的值从 1 增加到 2 时，代入函数解析式中求解即可；

（2）根据函数的关系式的定义来求解即可.

【小问 1 详解】

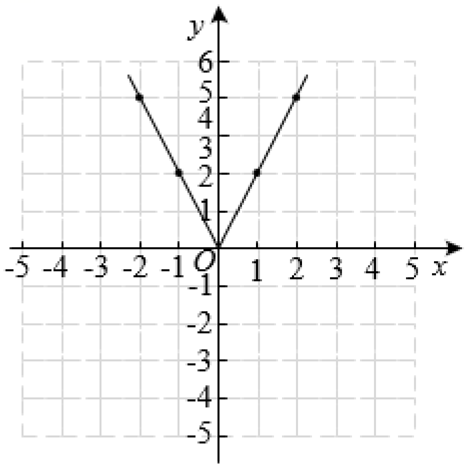
解：①在函数 $y = 2|x|$ 中，x 的取值范实为全体实数，

故答案为：全体实数；

②列表如下：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	4	2	0	2	4	…

函数 $y=2|x|$ 变形为 $y=2x$ 或 $y=-2x$，画图如下：



③当 $x=1$ 时，$y=2$，当 $x=2$ 时，$y=4$，

所以当自变量 x 的值从 1 增加到 2 时，则函数 y 的值增加了 2；

【小问 2 详解】

解：在① $x+y=1$，② $|x+y|=1$，③ $xy=1$，④ $x^2+y^2=1$ 中，

①③中对于 x 的每一个值，y 都有唯一确定的值与它对应，②④中对于 x 的每一个值，y 都有两个值与它对应，所以①③中 y 是 x 的函数，②④中 y 不是 x 的函数．

故答案为：①③．

【点睛】本题主要考查了函数关系式，自变量取值范围，函数图象的画法，理解相关知识是解答关键．

25.【答案】（1）图见解析

（2）2　（3）图见解析（答案不唯一）

【解析】

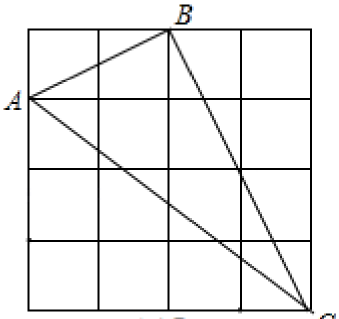
【分析】（1）先结合网格特点，利用勾股定理画出 $CA=5$，再利用勾股定理画出 $AB=\sqrt{5}$，然后连接 BC 即可得；

（2）先利用勾股定理的逆定理可得 $\triangle ABC$ 是直角三角形，再利用三角形的面积公式求解即可得；

（3）参照（1）的方法，画出三边长分别为 $\sqrt{5},\sqrt{5},\sqrt{10}$ 的直角三角形即可．

【小问 1 详解】

解：如图，$\triangle ABC$ 即为所求．



图①

【小问 2 详解】

解：设 AC 边上的高为 h，

$\because AB=\sqrt{5}, BC=2\sqrt{5}, CA=5$，

$\therefore AB^2+BC^2=AC^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

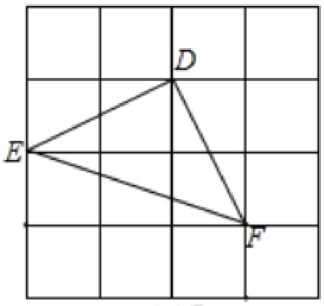
$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot h=\dfrac{1}{2}AB\cdot BC$，即 $\dfrac{1}{2}\times 5h=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}$，

解得 $h=2$，

即 AC 边上的高为 2.

【小问 3 详解】

解：如图，$\triangle DEF$ 即为所求作（答案不唯一）.



图②

【点睛】本题考查了勾股定理和勾股定理的逆定理，熟练掌握勾股定理和勾股定理的逆定理是解题关键.

26.【答案】(1) ① $AE=EF$；② $CE+\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$，证明见解析；

(2) 当点 E 在 CB 延长线上时 $CE-\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$，当点 D 在 BC 延长线上时 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF-CE=CD$，当点 D 在线段 BC 上时 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF-CE=CD$

【解析】

【分析】(1) ①根据题意补全图形，在 AB 上截取 $BM=BE$，连接 ME，根据 ASA 证 $\triangle AME\cong\triangle ECF$ 即可得出结论；

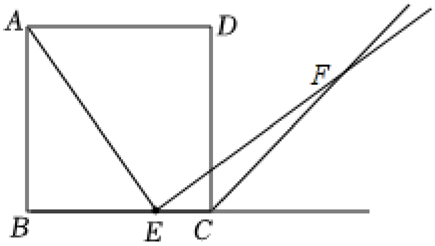
②根据$\triangle BEM$是等腰直角三角形，得出$BM=\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$，根据$\triangle AME\cong\triangle ECF$即可得出结论.

（2）分点E在线段BC上，E点在BC延长线上，E点在CB延长线上三种情况，构造全等三角形同理

⑴得出结论即可.

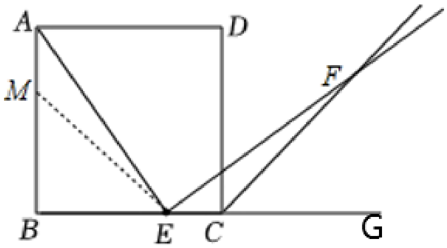
【小问 1 详解】

①根据题意补全图形如下：



$AE=EF$，理由如下：

在AB上截取$BM=BE$，连接ME，



$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=BC$，$\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$，

$\therefore \angle BAE+\angle AEB=90^\circ$，

$\because BM=BE$，

$\therefore \triangle BEM$是等腰直角三角形，$AM=EC$，

$\therefore \angle BME=45^\circ$，

$\therefore \angle AME=180^\circ-45^\circ=135^\circ$，

$\because EF\perp AE$，

$\therefore \angle AEF=90^\circ$，

$\therefore \angle AEB+\angle CEF=90^\circ$，

$\therefore \angle BAE=\angle CEF$，

$\because \angle DCG=180^\circ-\angle BCD=90^\circ$，$CF$平分$\angle DCG$，

$\therefore \angle DCF=\angle GCF=45^\circ$，

$\therefore \angle ECF=90^\circ+45^\circ=135^\circ$，

$\therefore \angle AME=\angle ECF=135^\circ$，

在$\triangle AME$和$\triangle ECF$中，

$\begin{cases}\angle BAE=\angle CEF\\ AM=CE\\ \angle AME=\angle ECF\end{cases}$,

$\therefore \triangle AME\cong\triangle ECF(ASA)$，

$\therefore AE=EF$，

故答案为：$AE=EF$；

②$CE+\frac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$，证明如下：

由①知，$\triangle AME\cong\triangle ECF$，

$\therefore ME=CF$，

$\because \triangle BEM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BM=BE=\frac{\sqrt{2}}{2}ME$，

$\therefore BM=\frac{\sqrt{2}}{2}CF$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=CD$，

$\because AM+BM=AB$，

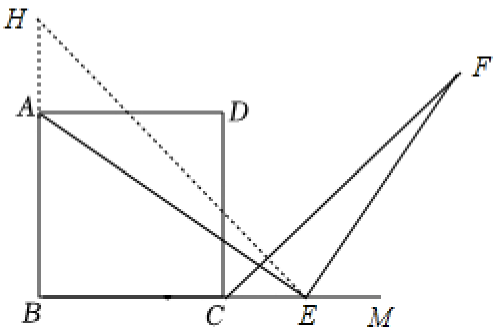
$\therefore CE+\frac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$；

【小问 2 详解】

若点 E 在直线 BC 上分以下三种情况：

① 由(1) 知，当 E 点在线段 BC 上时，$CE+\frac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$；

② 当 E 点在 BC 延长线上时，延长 BA 至 H，使 $AH=CE$，连接 HE，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle B=90°$，$AB=BC$，

$\therefore BH=BE$，$\angle BAE+\angle AEB=90°$，

△HBE 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle H=45°$，$BH=BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}HE$，

$\because CF$ 平分 $\angle DCE$，

$\therefore \angle ECF=\dfrac{1}{2}\angle DCE=45°$，

$\therefore \angle H=\angle CEF=45°$，

$\because \angle AEF=90°$，

$\therefore \angle AEB+\angle FEM=90°$，

$\therefore \angle BAE=\angle FEM$，

$\because \angle BAE$ 是 $\triangle AEH$ 的外角，$\angle FEM$ 是 $\triangle CEF$ 的外角，

$\therefore \angle HAE=\angle CEF$，

在 $\triangle AEH$ 和 $\triangle EFC$ 中，

$$\begin{cases}\angle H=\angle ECF\\ AH=CE\\ \angle HAE=\angle CEF\end{cases}，$$

$\therefore \triangle AEH\cong\triangle EFC(ASA)$，

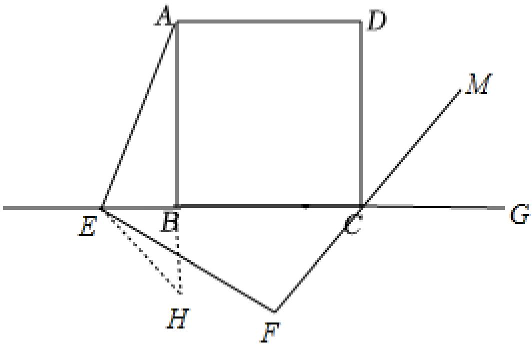
$\therefore HE=CF$，

$\therefore BH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$，

$\because BH-AH=AB$，$AB=CD$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF-CE=CD$；

③ 当 E 点在 CB 延长线上时，如下图：延长 AB 至 H，使 $BH=BE$，连接 EH，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle B=90°$，$AB=BC$，

$\therefore BH=BE$，$\angle BAE+\angle AEB=90°$，

△HBE 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle H=45°$，$BH=BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}HE$，

$\because CM$ 平分 $\angle DCG$，

$\therefore \angle MCG=\dfrac{1}{2}\angle DCG=45°$，

$\therefore \angle ECF=\angle MCG=45°$

$\therefore \angle H=\angle ECF=45°$，

$\because \angle ABE=90°$，

$\therefore \angle BAE+\angle AEB=90°$，

$\because \angle AEB+\angle CEF=90°$，

$\therefore \angle BAE=\angle CEF$，

在$\triangle AEH$和$\triangle EFC$中，

$$\begin{cases}\angle H=\angle ECF\\ AH=CE\\ \angle HAE=\angle CEF\end{cases},$$

$\therefore \triangle AEH\cong\triangle EFC(ASA)$，

$\therefore HE=CF$，

$\therefore BE=BH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$，

$\because CE-BE=BC$，$BC=CD$，

$\therefore CE-\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$；

综上所述，当点E在CB延长线上时$CE-\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF=CD$，当点$D$在$BC$延长线上时

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF-CE=CD$，当点$D$在线段$BC$上时$\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF-CE=CD$.

【点睛】本题主要考查四边形的综合题，熟练掌握正方形的性质，利用辅助线构造全等三角形是解题的关键.

四、选做题（每小题5分，共10分）

27.【答案】（1）$\dfrac{5-\sqrt{23}}{2}$；（2）$\dfrac{1}{2}(\sqrt{101}-1)$

【解析】

【详解】试题分析：根据分母有理化的性质，由各式的特点，结合平方差公式化简计算即可.

试题解析：（1）$\dfrac{1}{5+\sqrt{23}}$

$=\dfrac{5-\sqrt{23}}{(5+\sqrt{23})(5-\sqrt{23})}$

$=\dfrac{5-\sqrt{23}}{2}$ ；

（2）$\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\ldots+\dfrac{1}{3\sqrt{11}+\sqrt{101}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}+\cdots+\dfrac{\sqrt{101}-3\sqrt{11}}{(\sqrt{101}+3\sqrt{11})(\sqrt{101}-3\sqrt{11})}$

$=\dfrac{1}{2}(\sqrt{101}-1)$.

28.【答案】（1）$P_1Q_1 /\!/ P_2Q_2$，T_1；

（2）$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，图见解析

（3）画图见解析

【解析】

【分析】(1)利用平移变换的性质以及“回归点”的定义判断即可；

(2)如图当T'与CD的中点重合或与AD的中点重合时，TT'的值最小，再利用勾股定理求解；

(3)“回归点”的轨迹是以D为圆心，$\dfrac{1}{2}$为半径画弧，在正方形内部的弧EF .

【小问 1 详解】

如图1，平移线段PQ，得到正方形$ABCD$内两条长度为1的线段P_1Q_1和P_2Q_2，这两条线段的位置关系为$P_1Q_1 // P_2Q_2$；若T_1，T_2分别为P_1Q_1和P_2Q_2的中点，则点T_1为线段PQ到正方形$ABCD$的“回归点”.

故答案为：$P_1Q_1 // P_2Q_2$，T_1；

【小问 2 详解】

如图当T'与CD的中点重合或与AD的中点重合时，TT'的值最小，最小值$d_1=\sqrt{1^2+(\dfrac{1}{2})^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$；

故答案为：$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$；

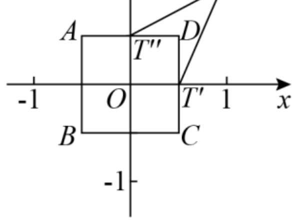


图2

【小问 3 详解】

如图3中，弧 EF 即为所求（以 D 为圆心，$\frac{1}{2}$ 为半径画弧）.

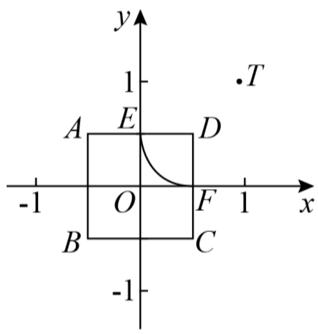


图3

【点睛】本题属于几何变换综合题，考查了正方形的性质，“回归距离”，“回归点”的定义等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考创新题型.