



# 九年级数学

2023. 11

学校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

注	1. 本试卷共 7 页, 共两部分, 28 道题, 满分 100 分。考试时间 120 分钟。
意	2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上, 在试卷上作答无效。
项	4. 在答题纸上, 选择题用 2B 铅笔作答, 其他题用黑色字迹签字笔作答。

## 第一部分 选择题

### 一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 一元二次方程  $x^2 + 3x - 1 = 0$  的二次项系数、一次项系数和常数项分别是  
 (A) 1, 3, 1            (B) 1, 3, -1            (C) 0, -3, 1            (D) 0, -3, -1

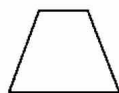
2. 下列图形中, 是中心对称图形的是



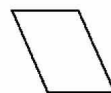
(A)



(B)



(C)



(D)

3. 已知点  $A(-1, y_1)$ ,  $B(2, y_2)$  在抛物线  $y = 3x^2$  上, 则  $y_1, y_2$  的大小关系正确的是  
 (A)  $y_1 < y_2$             (B)  $y_1 = y_2$             (C)  $y_1 > y_2$             (D) 不能确定

4. 一元二次方程  $x^2 - 4x + 3 = 0$  经过配方变形为  $(x - 2)^2 = k$ , 则  $k$  的值是  
 (A) -3            (B) -7            (C) 1            (D) 7

5. 将抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 向下平移, 关于平移前后的抛物线, 下列说法正确的是  
 (A) 开口方向改变    (B) 开口大小改变    (C) 对称轴不变    (D) 顶点位置不变

6. 陀螺是一款常见的玩具. 图 1 为通过折纸制作的一种陀螺, 图 2 为这种陀螺的示意图. 若将图 2 中的图案绕点  $O$  旋转  $x^\circ$  可以与自身重合, 则  $x$  的值可以是

- (A) 30            (B) 45  
 (C) 60            (D) 105

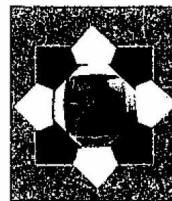


图 1

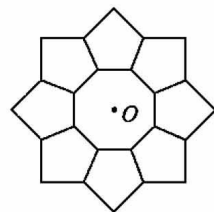


图 2



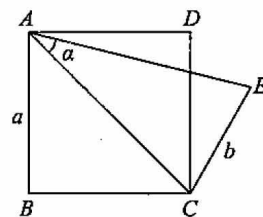
7. 小明热爱研究鸟类，每年定期去北京各个湿地公园观鸟。从他的观鸟记录年度总结中摘取部分数据如下：

观鸟记录年度总结
2020年：观测鸟类 150 种
2021年：观测鸟类
2022年：观测鸟类 216 种

设小明从 2020 年到 2022 年观测鸟类种类数量的年平均增长率为  $x$ ，则下列方程正确的是

- (A)  $2 \times 150x = 216$  (B)  $150x^2 = 216$   
 (C)  $150 + 150x^2 = 216$  (D)  $150(1+x)^2 = 216$
8. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $AC$  为对角线，将  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ )，得到线段  $AE$ ，连接  $CE$ 。设  $AB = a$ ， $CE = b$ ，下列说法正确的是

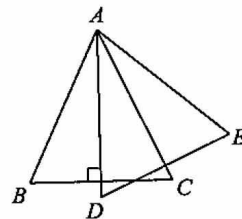
- (A) 若  $\alpha = 30^\circ$ ，则  $b = \frac{1}{2}a$   
 (B) 若  $\alpha = 45^\circ$ ，则  $b = \sqrt{2}a$   
 (C) 若  $\alpha = 60^\circ$ ，则  $b = a$   
 (D) 若  $\alpha = 90^\circ$ ，则  $b = 2a$



## 第二部分 非选择题

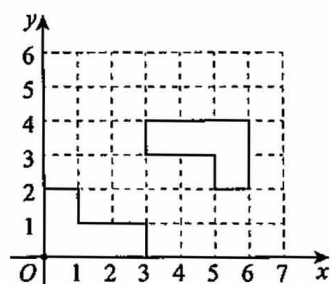
### 二、填空题 (共 16 分，每题 2 分)

9. 方程  $x^2 - 4 = 0$  的解为 \_\_\_\_\_.
10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(3, 4)$  与点  $B$  关于原点对称，则点  $B$  的坐标是 \_\_\_\_\_.
11. 写出一个顶点在坐标原点，开口向下的抛物线的表达式 \_\_\_\_\_.
12. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有两个相等的实数根，则实数  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.
13. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 50^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转到  $\triangle ADE$ 。若  $AD \perp BC$ ，则旋转角的度数是 \_\_\_\_\_.

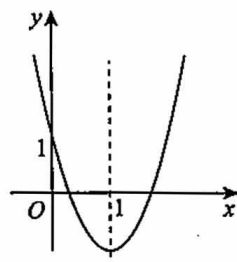




14. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，以某点为中心，将右上方图形“”旋转到图中左下方的阴影位置，则旋转中心的坐标是 \_\_\_\_\_.



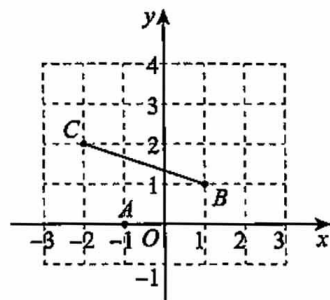
15. 如图，二次函数  $y=2(x-1)^2+k$  的图象与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, 1)$ ，若函数值  $y < 1$ ，则自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



16. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $P$  的坐标为  $(m, n)$ ，称关于  $x$  的方程  $x^2+mx+n=0$  为点  $P$  的对应方程. 如图，点  $A(-1, 0)$ ，点  $B(1, 1)$ ，点  $C(-2, 2)$ .

给出下面三个结论：

- ①点  $A$  的对应方程有两个相等的实数根；
- ②在图示网格中，若点  $P(m, n)$  ( $m, n$  均为整数) 的对应方程有两个相等的实数根，则满足条件的点  $P$  有 3 个；
- ③线段  $BC$  上任意点的对应方程都没有实数根.



上述结论中，所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)

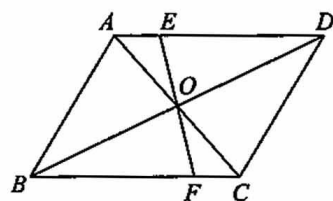
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程： $x^2 - 6x + 2 = 0$ .

18. 如图， $\square ABCD$  的对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ ， $EF$  过点  $O$  且分别与  $AD, BC$  交于点  $E, F$ .

(1) 求证： $\triangle AOE \cong \triangle COF$ ;

(2) 记四边形  $ABFE$  的面积为  $S_1$ ， $\square ABCD$  的面积为  $S_2$ ，用等式表示  $S_1$  和  $S_2$  的关系.



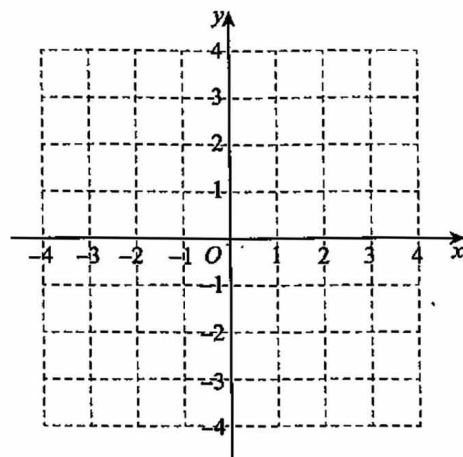


19. 已知  $m$  是方程  $x^2 - x - 2 = 0$  的根, 求代数式  $m(m-1) + 5$  的值.

20. 已知二次函数  $y = x^2 - 2x$ .

(1) 在下图所示的平面直角坐标系中画出该二次函数的图象;

(2) 点  $P(-2, 7)$  \_\_\_\_\_ 该函数的图象上 (填“在”或“不在”).



21. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$ .

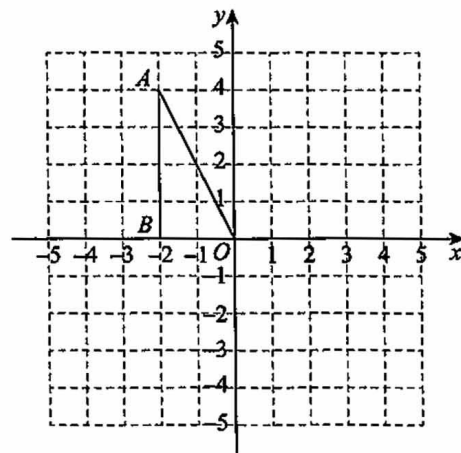
(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一个根是正数, 求  $m$  的取值范围.

22. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(-2, 4)$ ,  $B(-2, 0)$ , 将  $\triangle OAB$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle OA'B'$  ( $A'$ ,  $B'$  分别是  $A$ ,  $B$  的对应点).

(1) 在图中画出  $\triangle OA'B'$ , 点  $A'$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

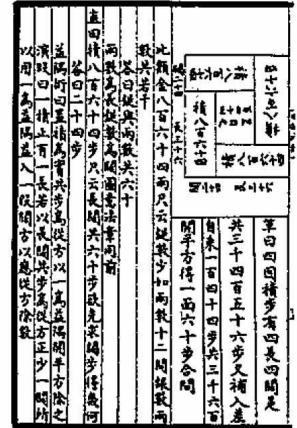
(2) 若点  $M(m, 2)$  位于  $\triangle OAB$  内 (不含边界), 点  $M'$  为点  $M$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  的对应点, 直接写出  $M'$  的纵坐标  $n$  的取值范围.



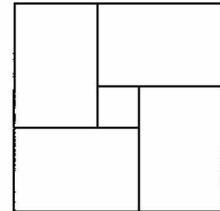


23. 阅读下面的材料并完成解答.

《田亩比类乘除捷法》是我国南宋数学家杨辉的著作,其中记载了这样一个数学问题:“直田积八百六十四步,只云长阔共六十步,欲先求阔步,得几何?”意思是:一块矩形田地的面积为 864 平方步,只知道它的长与宽之和为 60 步,问它的宽是多少步?书中记载了这个问题的几何解法:



- ①将四个完全相同的面积为 864 平方步的矩形,按如图所示的方式拼成一个大正方形,则大正方形的边长为 \_\_\_\_\_ 步;
- ②中间小正方形的面积为 \_\_\_\_\_ 平方步;
- ③若设矩形田地的宽为  $x$  步,则小正方形的面积可用含  $x$  的代数式表示为 \_\_\_\_\_ ;
- ④由②③可得关于  $x$  的方程 \_\_\_\_\_,进而解得矩形田地的宽为 24 步.

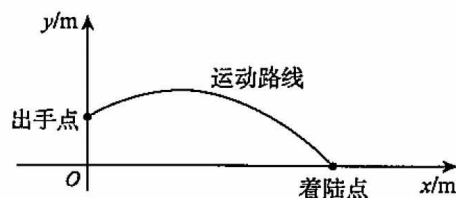


24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,二次函数  $y=x^2+bx+c$  的图象经过点  $(1,0), (3,0)$ .

- (1) 求该二次函数的解析式;
- (2) 当  $x>3$  时,对于  $x$  的每一个值,函数  $y=x+n$  的值小于二次函数  $y=x^2+bx+c$  的值,直接写出  $n$  的取值范围.



25. 在投掷实心球时，球以一定的速度斜向上抛出，不计空气阻力，在空中划过的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 如图，建立平面直角坐标系  $xOy$ ，实心球从出手到落地的过程中，它的竖直高度  $y$  (单位: m) 与水平距离  $x$  (单位: m) 近似满足二次函数关系，记出手点与着陆点的水平距离为投掷距离.



(1) 小刚第一次投掷时水平距离  $x$  与竖直高度  $y$  的几组数据如下:

水平距离 $x/m$	0	1	2	3	4
竖直高度 $y/m$	1.6	2.1	2.4	2.5	2.4

①根据上述数据，实心球运行的竖直高度的最大值为 \_\_\_\_\_ m;

②求小刚第一次的投掷距离;

(2) 已知第二次投掷出手点竖直高度与第一次相同，且实心球达到最高点时水平距离与第一次也相同. 若小刚第二次投掷距离比第一次远，则实心球第二次运行过程中竖直高度的最大值比第一次 \_\_\_\_\_ (填“大”或“小”).

26. 已知二次函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + 1$ .

(1) 若  $b = -1$ ，求该二次函数图象的对称轴及最小值;

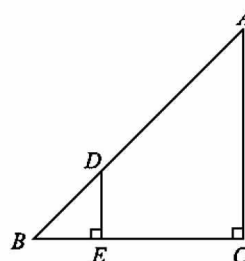
(2) 若对于任意的  $0 \leq x \leq 2$ ，都有  $y \geq -1$ ，求  $b$  的取值范围.

27. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $D$  在  $AB$  上 ( $BD < AD$ )，过点  $D$  作  $DE \perp BC$  于点  $E$ ，连接  $AE$ ，将线段  $EA$  绕点  $E$  顺时针旋转  $90^\circ$ ，得到线段  $EF$ ，连接  $DF$ .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求证:  $FD = AB$ ;

(3)  $DF$  交  $BC$  于点  $G$ ，用等式表示线段  $CE$  和  $FG$  的数量关系，并证明.





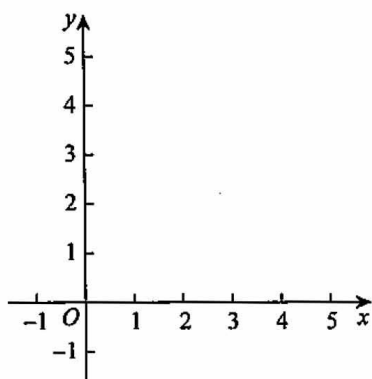
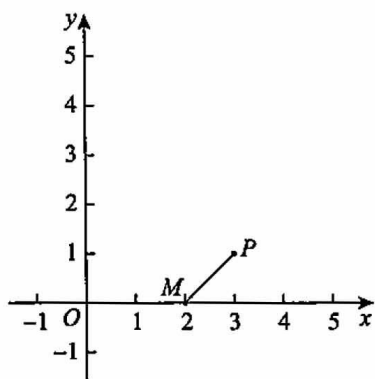
28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $M$  不与原点重合. 对于点  $P$  给出如下定义: 点  $P$  关于点  $M$  的对称点为  $P'$ , 点  $P'$  关于直线  $OM$  的对称点为  $Q$ , 称点  $Q$  是点  $P$  关于点  $M$  的“转称点”.

(1) 如图, 已知点  $M(t, 0)$ ,  $P(t+1, 1)$ , 点  $Q$  是点  $P$  关于点  $M$  的“转称点”.

①当  $t=2$  时, 在图中画出点  $Q$  的位置, 并直接写出点  $Q$  的坐标;

②  $PQ$  的长度是否与  $t$  有关? 若无关, 求  $PQ$  的长; 若有关, 说明理由;

(2) 已知点  $A(3, 4)$ ,  $\triangle ABC$  是边长为 2 的等边三角形 (点  $A, B, C$  按逆时针方向排列), 点  $N$  是点  $B$  关于点  $C$  的“转称点”, 在  $\triangle ABC$  绕点  $A$  旋转的过程中, 当  $BN$  最大时, 直接写出此时  $OB$  的长.



备用图