北京市西城区 2021—2022 学年度第一学期期末试卷

九年级数学答案及评分参考

2022.1

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	C	A	D	C	B	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$(-4，7)$．　　10．-5．　　11．900．

12．答案不唯一，如：$y=-(x+1)^2$．　　13．$(2，1)$．

14．答案不唯一，如：将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+2$ 绕点$(2,2)$旋转 180°得到抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+2$．

15．$90°-\frac{1}{2}\alpha$．　　16．2．

三、解答题（共 68 分，第 17-18 题，每题 5 分，第 19 题 6 分，第 20 题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-24 题，每题 5 分，第 25-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．解：$a=1$，$b=-2$，$c=-2$．……………………………………………1 分

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-2)=12>0$．………………………………2 分

方程有两个不相等的实数根

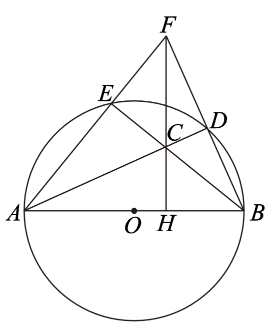
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{2\pm\sqrt{12}}{2\times1}$……………………………………………4 分

$=1\pm\sqrt{3}$．

原方程的根为 $x_1=1+\sqrt{3}$，$x_2=1-\sqrt{3}$．……………5 分

18．解：（1）补全图形如图所示；……………………………2 分

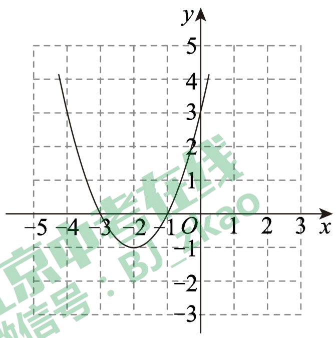
（2）90，直径所对的圆周角为直角，BD．…………5 分



19．解：（1）$x=-2$，$(-2,\ -1)$；…………………………2 分

（2）图象如图所示；……………………………………4 分

（3）$m<-4$ 或 $m=0$．…………………………………6 分



20.（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=AD$，$\angle ABC=\angle D=90°$．………1 分

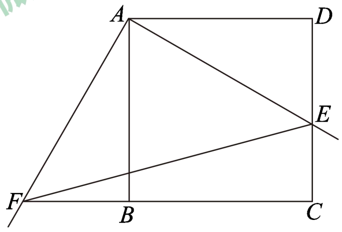
∴$\angle ABF=180°-\angle ABC=90°$．

∴$\angle ABF=\angle D$．……………………………2 分

∵$BF=DE$，

∴$\triangle ABF\cong\triangle ADE$．…………………………3 分

∴$AF=AE$．……………………………………………………………………………4 分



（2）8．…………………………………………………………………………………5 分

21.（1）证明：$\Delta=[-(k-5)]^2-4\times1\times(6-2k)$ ……………………………………1 分

$=k^2-2k+1$ ……………………………………………………………………2 分

$=(k-1)^2$．

∵$(k-1)^2\geqslant0$，即 $\Delta\geqslant0$，

∴此方程总有两个实数根．…………………………………………………………3 分

（2）解：∵$x=\dfrac{k-5\pm\sqrt{(k-1)^2}}{2}$，

∴$x_1=k-3$，$x_2=2$．…………………………………………………………5 分

∵此方程恰有一个根小于 -1，

∴$k-3<-1$．

∴$k<-4$．……………………………………………………………………………6 分

22．解：（1）树状图如下：

甲　　　　-2　　　　　　2

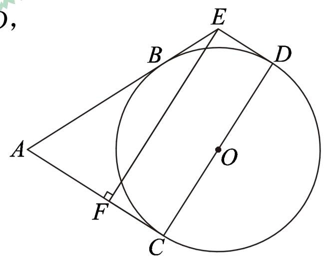
乙　-5　-2　5　　-5　-2　5 ……………………………………2 分

可以看出，所有可能出现的结果共有 6 种，这些结果出现的可能性相等．其中小明获胜的结果有 2 种，小刚获胜的结果有 3 种，因此 P(小明获胜)$=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

P（小刚获胜）$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$． ………………………………………………………………… 4 分

（2）答案不唯一，如：1． ……………………………………………………………………… 5 分

23．（1）证明：∵AC 与⊙O 相切于点 C，ED 与⊙O 相切于点 D，



∴$OC\perp AC$，$OD\perp ED$． ………… 2 分

∵$EF\perp AC$ 于点 F，

∴$\angle FCD=\angle EDC=\angle EFC=90°$．

∴四边形 $CDEF$ 是矩形． ………… 3 分

（2）解：∵AB，AC 分别与⊙O 相切于点 B，C，EB，ED 分别与⊙O 相切于点 B，D，

∴$AB=AC$，$EB=ED=2$． …………………………………………………………… 4 分

设 $AC=x$，则 $AE=AB+BE=x+2$．

∵四边形 $CDEF$ 是矩形，

∴$EF=CD=2\sqrt{10}$，$FC=ED=2$．

∴$AF=AC-FC=x-2$．

∵在 Rt△AEF 中，$AE^2=AF^2+EF^2$，

∴ $(x+2)^2=(x-2)^2+(2\sqrt{10})^2$．

∴$x=5$．

∴$AC=5$． …………………………………………………………………………………… 5 分

24．解：（1）（4.5，3.05），（3，3.3）； ……………………………………………………… 2 分

（2）根据题意，设此抛物线的表达式为 $y=a(x-3)^2+3.3$． …………………… 3 分

将点 B（4.5，3.05）代入，得 $3.05=a(4.5-3)^2+3.3$，解得 $a=-\frac{1}{9}$． ……… 4 分

∴ $y=-\frac{1}{9}(x-3)^2+3.3$．

当 $x=0$ 时，$y=2.3$．

答：篮球出手时距地面的高度为 2.3 m． …………………………………………… 5 分

25．（1）证明：连接 OD，如图 1．

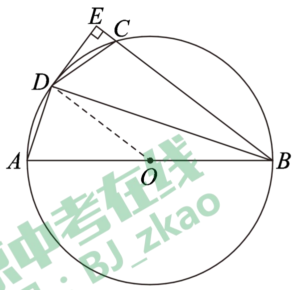


图 1

$\because D$ 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$．

$\therefore \angle ABD=\angle CBD$． ························· 1 分

$\because OD=OB$，

$\therefore \angle ODB=\angle OBD$． ························2 分

$\therefore \angle ODB=\angle CBD$．

$\therefore OD \parallel BC$．

$\because DE\perp BE$，

$\therefore \angle E=90°$．

$\therefore \angle ODE=180°-\angle E=90°$．

$\therefore OD\perp DE$．

$\therefore DE$ 是⊙O 的切线． ··3 分

（2）解：过点 O 作 $OF\perp BC$ 于点 F，如图 2，

则 $CF=BF=\dfrac{1}{2}BC=4$， ···4 分

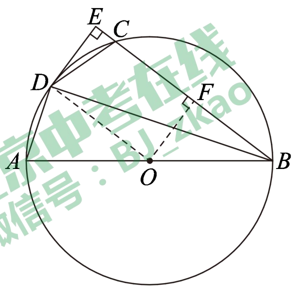


图 2

$\angle OFE=\angle ODE=\angle E=90°$．

$\therefore$ 四边形 $ODEF$ 是矩形．

$\therefore OD=EF$，$OF=DE$．

$\because AB$ 是⊙O 的直径，$AB=10$，

$\therefore OB=OD=EF=\dfrac{1}{2}AB=5$．

$\therefore BE=BF+EF=9$． ··5 分

在 Rt△OBF 中，$OF^2=OB^2-FB^2=5^2-4^2$，

$\therefore OF=3$．

$\therefore DE=3$．

在 Rt△BDE 中，$BD^2=BE^2+DE^2=9^2+3^2$，

$\therefore BD=3\sqrt{10}$． ··6 分

26．解：（1）① 8； ··1 分

②令 $y=0$，$(x-h)^2-8=0$． ···2 分

解得 $x_1 = h + 2\sqrt{2}$， $x_2 = h - 2\sqrt{2}$.

∴抛物线与 x 轴的两个交点之间的距离为 $x_1 - x_2 = 4\sqrt{2}$. …………………3 分

（2）∵点 A 到 x 轴的距离为 4，

∴ $|-8a| = 4$.

∴ $a = \frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$.

①当 $a = \frac{1}{2}$ 时， $y = \frac{1}{2}(x-h)^2 - 4$.

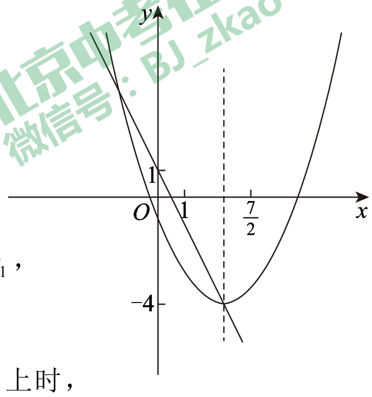


图 1

∵当 $x_1 < x_D < x_2$ 时， y_D 总满足 $y_2 < y_D < y_1$ ，

∴ $h \geqslant x_2$.

如图 1，当点 A（h， -4 ）在直线 $y = -2x + 1$ 上时，

$-4 = -2h + 1$ ，解得 $h = \frac{5}{2}$.

∴ $h \geqslant \frac{5}{2}$. ………………………………………………………………………5 分

∵ $0 < h < \frac{7}{2}$ ，

∴ $\frac{5}{2} \leqslant h < \frac{7}{2}$.

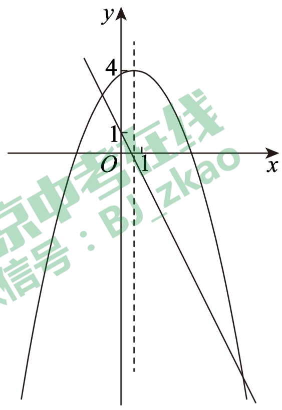


图 2

②当 $a = -\frac{1}{2}$ 时， $y = -\frac{1}{2}(x-h)^2 + 4$.

如图 2 所示，不符合题意，

∴ $a = -\frac{1}{2}$ 舍去.

综上， $a = \frac{1}{2}$ ， $\frac{5}{2} \leqslant h < \frac{7}{2}$. ……………………………………………… 6 分

27．解：（1）① $\angle CAE = \angle CBD$. ………………………………………………………… 1 分

证明：∵ $CA = CB$ ， $\angle ACE = \angle BCD$ ， $CE = CD$ ，

∴ $\triangle CAE \cong \triangle CBD$.

∴ $\angle CAE = \angle CBD$. …………………………………………………2 分

②证明：∵$CF\perp AE$，

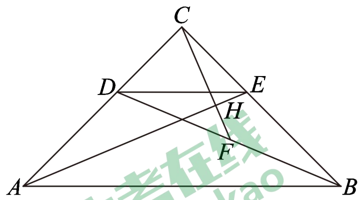


图 1

∴$\angle AHC$=90°.

∴$\angle CAH+\angle ACH$ =90°.

∵$\angle ACB$=90°，

∴$\angle BCF+\angle ACH$ =90°.

∴$\angle CAH=\angle BCF$.

∵$\angle CAE=\angle CBD$，

∴$\angle CBD=\angle BCF$.

∴$CF=BF$. ……………………………………………………………… 3 分

∵$\angle CDB+\angle CBD$=90°，$\angle DCF+\angle BCF$=90°，

∴$\angle CDB=\angle DCF$.

∴$CF=DF$.

∴$BD=2CF$.

∵$\triangle CAE\cong\triangle CBD$，

∴$AE=BD$.

∴$AE=2CF$. ………………………………………………………………4 分

（2）$AE=2CF$ 仍然成立.

证明：延长 DC 至 M，使 $CM=CD$，连接 BM，如图 2.

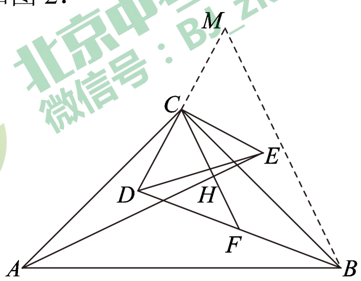


图 2

∵F 是 BD 的中点，C 是 DM 的中点，

∴$MB=2CF$.

∵$CD=CE$，$\angle DCE$=90°，

∴$CM=CE$，$\angle MCE$=180°－$\angle DCE$=90°.

∵$\angle ACB$=90°，

∴$\angle ACB+\angle BCE=\angle MCE+\angle BCE$，

即$\angle ACE=\angle BCM$.

∵$CA=CB$，

∴$\triangle ACE\cong\triangle BCM$.

∴$AE=BM$.

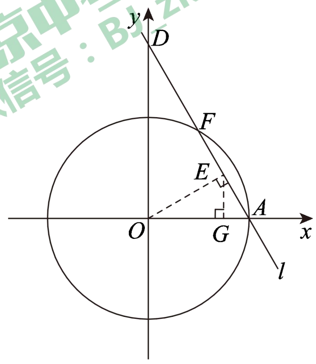
∴$AE=2CF$. ………………………………………………………………7 分

28．解：（1）① $\frac{3}{4}$； ……………………………………………………………………1 分

② C_3； ……………………………………………………………………2 分

③如图，当点 D 在 y 轴正半轴时，设直线 l 与⊙O 的另一个交点为 F，

过点 O 作 $OE\perp AF$ 于点 E，则 $AE=\frac{1}{2}AF$.



∴点 E 是点 A 关于⊙O 的 $\frac{1}{2}$ 倍特征点.

过点 E 作 $EG\perp OA$ 于点 G，

则∠OEA=∠EGO=90°.

在 Rt△OEA 中，∠EAO=60°，

∴∠EOA=30°.

∵OA=1，

∴$EA=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}$，$OE=\sqrt{OA^2-EA^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 Rt△OEG 中，$EG=\frac{1}{2}OE=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$OG=\sqrt{OE^2-EG^2}=\frac{3}{4}$.

∴点 E 的坐标为（$\frac{3}{4}$，$\frac{\sqrt{3}}{4}$）.

同理可求当点 D 在 y 轴负半轴时，点 E 的坐标为（$\frac{3}{4}$，$-\frac{\sqrt{3}}{4}$）.

∴点 E 的坐标为（$\frac{3}{4}$，$\frac{\sqrt{3}}{4}$）或（$\frac{3}{4}$，$-\frac{\sqrt{3}}{4}$）. ………………………… 5 分

（2）k 的最大值是 $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$，最小值是 $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$. …………………………………7 分