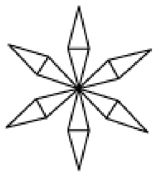
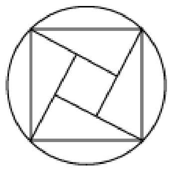
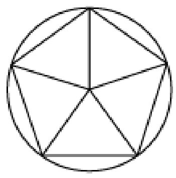
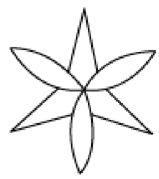
2022 北京十二中初三 12 月月考

数　学

一、选择题（本大题共 18 小题，共 36 分.）

1. 下面是利用图形变化的知识设计的一些美丽的图案，其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图象经过点 $(0,0)$ 的是（　）

A. $y=x+1$　　B. $y=x^2$　　C. $y=(x-4)^2$　　D. $y=\frac{1}{x}$

3. 抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是（　）

A. $(2,1)$　　B. $2,-1$　　C. $(-2,-1)$　　D. $(-2,1)$

4. 对于二次函数 $y=-(x-1)^2$ 的图象的特征，下列描述正确的是（　）

A. 开口向上　　B. 经过原点

C. 对称轴是 y 轴　　D. 顶点在 x 轴上

5. 若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2+a^2x-a=0$ 有一个根是 $x=1$，则 a 的值为（　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. -1 或 1

6. 若 $(3,7),(5,7)$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的两个点，则抛物线的对称轴是（　）

A. $x=1$　　B. $x=2$　　C. $x=3$　　D. $x=4$

7. 投掷一枚质地均匀的硬币 m 次，正面向上 n 次，下列表达正确的是（　）

A. $\frac{n}{m}$ 的值一定是 $\frac{1}{2}$

B. $\frac{n}{m}$ 的值一定不是 $\frac{1}{2}$

C. m 越大，$\frac{n}{m}$ 的值越接近 $\frac{1}{2}$

D. 随着 m 的增加，$\frac{n}{m}$ 的值会在 $\frac{1}{2}$ 附近摆动，呈现出一定的稳定性

8. 由抛物线 $y=-2x^2$ 平移而得到抛物线 $y=-2(x+1)^2-2$，下列平移正确的是（　）

A. 先向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位

B. 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位

C. 先向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位

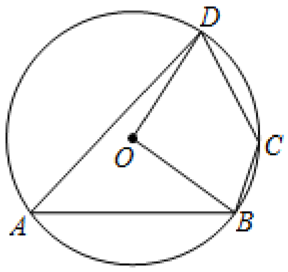
D. 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位

9. 某商品原价 289 元，经连续两次降价后售价为 256 元，设平均每次降价的百分率为 x，则下面所列方程正确的是（　　）

A. $289(1-x\%)^2=256$　　B. $289(1-x)^2=256$

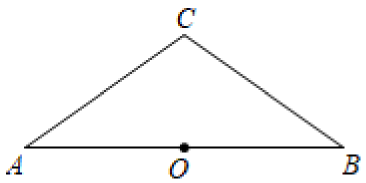
C. $256(1-x\%)^2=289$　　D. $256(1-x)^2=289$

10. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，若 $\angle C=130°$，则 $\angle BOD$ 的度数为（　　）



A. 50°　　B. 100°　　C. 130°　　D. 150°

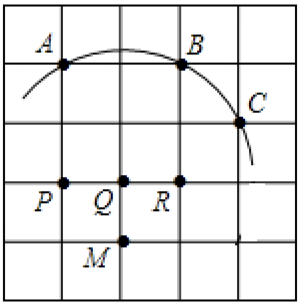
11. 在△ABC 中，$CA=CB$，点 O 为 AB 中点．以点 C 为圆心，CO 长为半径作⊙C，则⊙C 与 AB 的位置关系是（　　）



A. 相交　　B. 相切

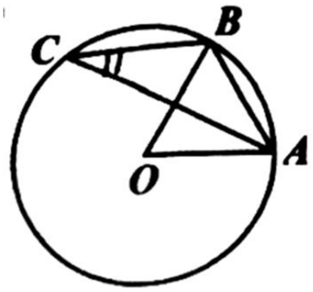
C. 相离　　D. 不确定

12. 如图，在 5×5 的正方形网格中，一条圆弧经过 A，B，C 三点，那么这条圆弧所在圆的圆心是（　　）



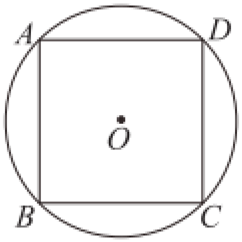
A. 点 P　　B. 点 Q　　C. 点 R　　D. 点 M

13. 如图，点 A、B、C 在 $\odot O$ 上，ΔOAB 为等边三角形，则 $\angle ACB$ 的度数是（　　）



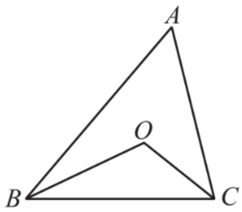
A. 60°　　　　B. 50°　　　　C. 40°　　　　D. 30°

14. 如图，$\odot O$ 是正方形 $ABCD$ 的外接圆，若 $\odot O$ 的半径为 4，则正方形 $ABCD$ 的边长为（　　）



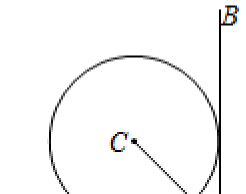
A. 4　　　　B. 8　　　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. $4\sqrt{2}$

15. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=50°$，$\angle ACB=74°$，点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心．则 $\angle BOC$ 等于（　　）



A. 124°　　　　B. 118°　　　　C. 112°　　　　D. 62°

16. 如图，$\odot C$ 与 $\angle AOB$ 的两边分别相切，其中 OA 边与 $\odot C$ 相切于点 P．若 $\angle AOB=90°$，$OP=4$，则 OC 的长为（　　）



A. 8　　　　B. $16\sqrt{2}$　　　　C. $4\sqrt{2}$　　　　D. $2\sqrt{2}$

17. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$，当 $-1\le x\le 1$ 时，总有 $-1\le y\le 1$，有如下几个结论：

①当 $b=c=0$ 时，$|a|\le 1$；

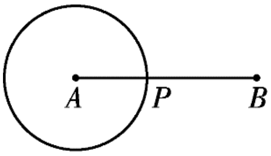
②当 $a=1$ 时，c 的最大值为 0；

③当 $x=2$ 时，y 可以取到的最大值为 7．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）

A. ①②　　　　B. ①③　　　　C. ②③　　　　D. ①②③

18. 如图，线段$AB=5$，动点P以每秒1个单位长度的速度从点A出发，沿线段AB运动至点B，以点A为圆心，线段AP长为半径作圆．设点P的运动时间为t，点P，B之间的距离为y，⊙A的面积为S，则y与t，S与t满足的函数关系分别是（　　）



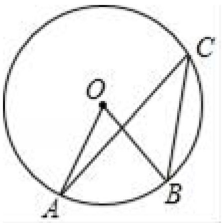
A. 正比例函数关系，一次函数关系　　B. 一次函数关系，正比例函数关系

C. 一次函数关系，　二次函数关系　　D. 正比例函数关系，二次函数关系

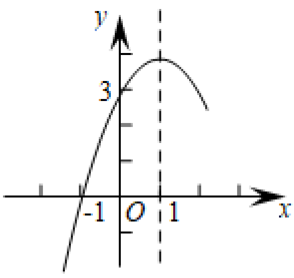
二、填空题（本大题共6小题，共12分.）

19. 在平面直角坐标系中，点$(-3,2)$关于原点对称的点的坐标是__________.

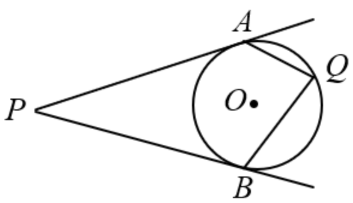
20. 如图，A、B、C是⊙O上的点，若∠AOB=70°，则∠ACB的度数为_____.



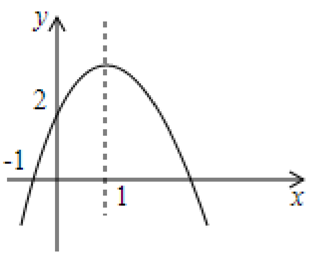
21. 抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴及部分图象如图所示，则关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的两根为______.



22. 如图，PA，PB分别切⊙O于点A，B，Q是优弧$\overset{\frown}{AB}$上一点，若∠P=40°，则∠Q的度数是________.



23. 抛物线$y=ax^2+b+c$的部分图象如图所示，则当$y<0$时，x的取值范围是______ .



24. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，$AB > AC$，D 是边 BC 上一动点，设 B，D 两点之间的距离为 x，A，D 两点之间的距离为 y，表示 y 与 x 的函数关系的图像如图 2 所示．则线段 AC 的长为__________，线段 AB 的长为__________．

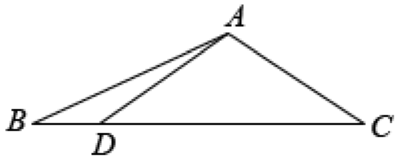


图1

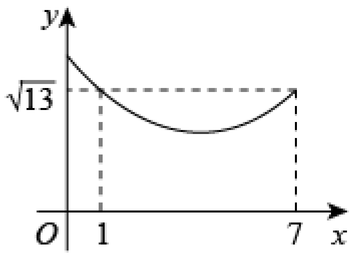


图2

三、解答题（本大题共 6 小题，共 52 分.25-26 每题 10 分；27-30 每题 8 分）

25. 解方程：

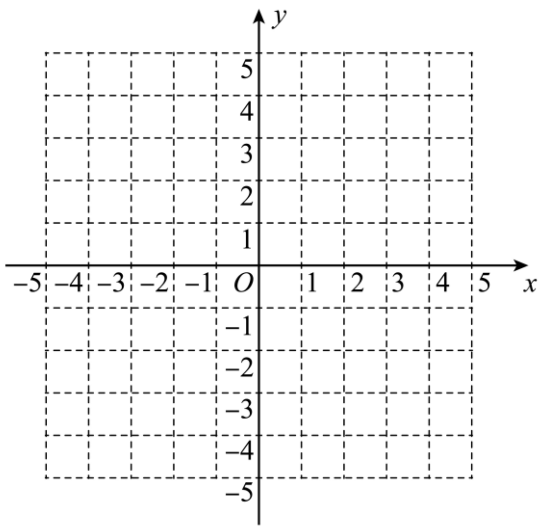
（1）$x^2+6x-1=0$

（2）$5x^2-3x=x+1$

26. 已知二次函数的解析式是 $y=x^2-2x-3$．

（1）用配方法将 $y=x^2-2x-3$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

（2）在坐标系中利用描点法画出此抛物线；



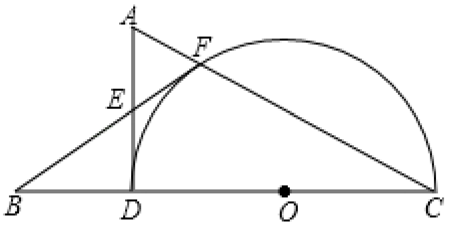
x	…						…
y	…						…

（3）结合图像回答：当 $-2<x<2$ 时，函数值 y 的取值的范围是__________．

27. 已知，如图，在△ADC 中，∠ADC＝90°，以 DC 为直径作半圆⊙O，交边 AC 于点 F，点 B 在 CD 的延长线上，连接 BF，交 AD 于点 E，∠BED＝2∠C．

（1）求证：BF 是⊙O 的切线；

（2）若 $BF=FC$，$AE=\sqrt{3}$，求⊙O 的半径.

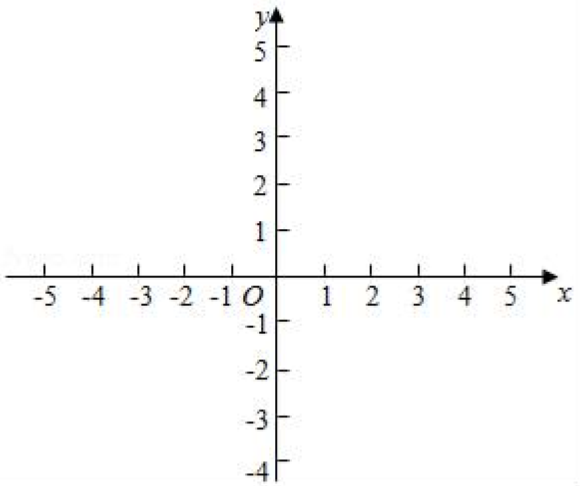


28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-4ax+3a$.

(1)求抛物线的对称轴；

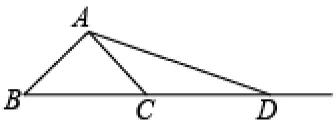
(2)当 $a>0$ 时，设抛物线与　轴交于 A,B 两点(点　在点　左侧)，顶点为　，若 ΔABC 为等边三角形，求 a 的值；

(3)过 $T(0,t)$ (其中 $-1\le t\le 2$)且垂直　轴的直线 l 与抛物线交于 M,N 两点．若对于满足条件的任意　值，线段 MN 的长都不小于 1，结合函数图象，直接写出 a 的取值范围.



29. 如图，在等腰△　　中，$\angle BAC=90°$，点 D 在线段 BC 的延长线上，连接 AD ，将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AE，连接 CE，射线 BA 与 CE 相交于点 F.

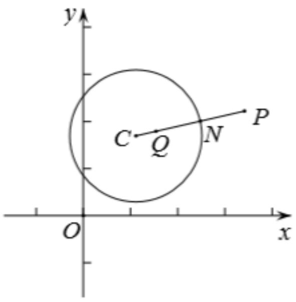
（1）依题意补全图形；



（2）用等式表示线段 BD 与 CE 的数量关系，并证明；

（3）若 F 为 CE 中点，$AB=\sqrt{2}$，则 CE 的长为______.

30. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和⊙　,给出如下定义:连接 PC 交⊙　于点 N ,若点 P 关于点 N 的对称点 Q 在⊙　的内部，则称点 P 是⊙　的外称点.



(1)当$\odot O$ 的半径为1时，

①在点$D\left(-1,-1\right)$，$E\left(2,0\right)$，$F\left(0,4\right)$中，$\odot O$ 的外称点是______；

②若点$M\left(m,n\right)$为$\odot O$ 的外称点，且线段MO交$\odot O$ 于点$G\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，求$m$的取值范围;

(2)直线$y=-x+b$过点$A\left(1,1\right)$， 与x轴交于点B．$\odot T$ 的圆心为$T\left(t,0\right)$，半径为1若线段AB上的所有点都是$\odot T$ 的外称点，请直接写出t的取值范围.

参考答案

一、选择题（本大题共 18 小题，共 36 分.）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据图形的性质和轴对称图形与中心对称图形的定义解答.

【详解】A 、既是轴对称图形又是中心对称图形，选项正确；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，选项错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，选项错误.

故选：A .

【点睛】本题考查了中心对称图形和轴对称图形的定义，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】利用$x=0$时，求函数值进行一一检验是否为 0 即可.

【详解】A.当$x=0$时，$y=0+1=1$，$y=x+1$图象过点$(0,1)$，选项 A 不合题意；

B.当$x=0$时，$y=0^2=0$，$y=x^2$图象过点$(0,0)$，选项 B 合题意；

C.当$x=0$时，$y=(0-4)^2=16$，$y=(x-4)^2$图象过点$(0,16)$，选项 C 不合题意；

D.当$x=0$时，$y=\dfrac{1}{x}$无意义，选项 D 不合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查求函数值，识别函数经过点，掌握求函数值的方法，点在函数图像上点的坐标满足函数解析式是解题关键.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】根据顶点式$y=a(x-h)^2+k$的顶点坐标为$\left(h,k\right)$求解即可.

【详解】解：抛物线$y=(x-2)^2+1$的顶点坐标是$(2,1)$，

故选：A.

【点睛】本题考查了二次函数顶点式$y=a(x-h)^2+k$的顶点坐标为$\left(h,k\right)$，掌握顶点式求顶点坐标是解题的关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据二次函数$y=a(x-h)^2$的性质判断即可.

【详解】在二次函数 $y=-(x-1)^2$ 中，

$\because a=-1<0$，

$\therefore$ 图像开口向下，故 A 错误；

令 $x=0$，则 $y=-(0-1)^2=-1\neq 0$，

$\therefore$ 图像不经过原点，故 B 错误；

二次函数 $y=-(x-1)^2$ 的对称轴为直线 $x=1$，故 C 错误；

二次函数 $y=-(x-1)^2$ 的顶点坐标为 $(1,0)$，

$\therefore$ 顶点在 x 轴上，故 D 正确．

故选：D．

【点睛】本题考查二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的性质，掌握二次函数相关性质是解题的关键．

5. 【答案】A

【解析】

【分析】把 $x=1$ 代入方程得出 $(a-1)x^2+a^2x-a=0$，再求出方程的解即可．

【详解】$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2+a^2x-a=0$ 有一个根是 $x=1$

$\therefore a-1+a^2-a=0$

解得 $a=\pm1$

$\because$ 一元二次方程 $(a-1)x^2+a^2x-a=0$

$\therefore a-1\neq 0$

$\therefore a\neq 1$

$\therefore a=-1$

故选：A．

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的解，注意二次项系数不能为零．

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据抛物线的对称性即可确定抛物线的对称轴．

【详解】解：$\because (3,7),(5,7)$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的两个点，且这两点纵坐标相等，

$\therefore$ 根据抛物线的对称性可确定抛物线的对称轴为：$x=\dfrac{3+5}{2}=4$，

故选：D．

【点睛】本题考查了抛物线的对称性，利用抛物线上的点关于对称轴对称，直接求出横坐标的中点即可．

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据频率与概率的关系以及随机事件的定义判断即可

【详解】投掷一枚质地均匀的硬币正面向上的概率是－，而投掷一枚质地均匀的硬币正面向上是随机事件，— 是它的频率，随着 m 的增加，— 的值会在－附近摆动，呈现出一定的稳定性；

故选：D

【点睛】本题考查对随机事件的理解以及频率与概率的联系与区别．解题的关键是理解随机事件是都有可能发生的时间．

8. 【答案】D

【解析】

【分析】根据抛物线的平移规律：左加右减，上加下减，进行判断即可．

【详解】解：抛物线 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位，即可得到：

；

故选 D．

【点睛】本题考查抛物线的平移．熟练掌握二次函数平移规律是解题的关键．

9. 【答案】B

【解析】

【分析】设平均每次降价的百分率为 x，那么第一次降价后的售价是原来的 $(1-x)$，那么第二次降价后的售价是原来的 $(1-x)^2$，根据题意列出方程即可．

【详解】解：根据题意可得两次降价后售价为 $289(1-x)^2$，

方程为： ，

故选：B．

【点睛】本题考查的是一元二次方程的应用，要掌握求平均变化率的方法，若设变化前的量为 a，变化后的量为 b，平均变化率为 x，则经过两次变化后的数量关系为：$a(1\pm x)^2=b$．

10. 【答案】B

【解析】

【分析】根据圆内接四边形的性质求出 $\angle A$ 的度数，根据圆周角定理计算即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，

∴$\angle A+\angle DCB=180°$，

∵$\angle DCB=130°$，

∴$\angle A=50°$，

由圆周角定理得， $=2\angle A=100°$，

故选：B．

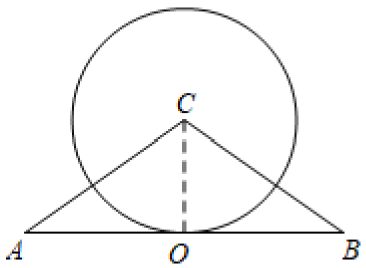
【点睛】本题考查的是圆内接四边形的性质和圆周角定理，掌握圆内接四边形的对角互补是解题的关键．

11. 【答案】B

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质，三线合一即可得$CO\perp AB$，根据三角形切线的判定即可判断AB是$\odot C$的切线，进而可得$\odot C$与AB的位置关系

【详解】解：连接CO，



$\because CA=CB$，点O为AB中点．

$\therefore CO\perp AB$

$\because CO$为$\odot C$的半径，

$\therefore AB$是$\odot C$的切线，

$\therefore \odot C$与AB的位置关系是相切

故选B

【点睛】本题考查了三线合一，切线的判定，直线与圆的位置关系，掌握切线判定定理是解题的关键．

12. 【答案】B

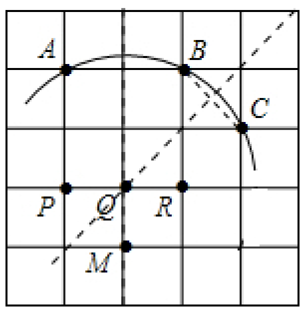
【解析】

【分析】根据垂径定理的推论：弦的垂直平分线必过圆心，分别作AB，BC的垂直平分线即可得到答案．

【详解】解：作AB的垂直平分线，作BC的垂直平分线，如图，

它们都经过Q，所以点Q为这条圆弧所在圆的圆心．

故选：B．



【点睛】本题考查了垂径定理的推论：弦的垂直平分线必过圆心．这也常用来确定圆心的方法．

13. 【答案】D

【解析】

【分析】由ΔOAB为等边三角形，得：∠AOB=60°，再根据圆周角定理，即可求解．

【详解】$\because \Delta OAB$为等边三角形，

∴∠AOB=60°，

∴ $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 60°=30°$．

故选 D.

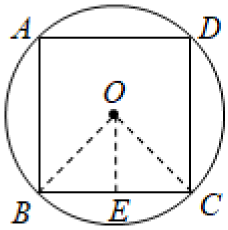
【点睛】本题主要考查圆周角定理，掌握同弧所对的圆周角是圆心角的一半，是解题的关键.

14. 【答案】D

【解析】

【分析】连接 *OB*，*OC*，过点 *O* 作 *OE*⊥*BC* 于点 *E*，由等腰直角三角形的性质可知 *OE*=*BE*，由垂径定理可知 *BC*=2*BE*，故可得出结论.

【详解】解：连接 *OB*，*OC*，过点 *O* 作 *OE*⊥*BC* 于点 *E*，



∴*OB*=*OC*，∠*BOC*=90°，

∴∠*OBE*=45°，$\angle BOE=45°$

∴*OE*=*BE*，

∵$OE^2+BE^2=OB^2$，

$$\therefore BE=\sqrt{\frac{OB^2}{2}}=\sqrt{\frac{4^2}{2}}=2\sqrt{2},$$

∴*BC*=2*BE*=$4\sqrt{2}$，即正方形 *ABCD* 的边长是 $4\sqrt{2}$.

故选：D

【点睛】本题考查的是圆周角定理、垂径定理及勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出等腰直角三角形是解答此题的关键.

15. 【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形内心的性质得到∠*OBC*=$\frac{1}{2}$∠*ABC*=25°，∠*OCB*=$\frac{1}{2}$∠*ACB*=37°，然后根据三角形内角和计算∠*BOC* 的度数.

【详解】解：∵点 *O* 是△*ABC* 的内心，

∴*OB* 平分∠*ABC*，*OC* 平分∠*ACB*，

∴∠*OBC*=$\frac{1}{2}$∠*ABC*=$\frac{1}{2}$×50°=25°，∠*OCB*=$\frac{1}{2}$∠*ACB*=$\frac{1}{2}$×74°=37°，

∴∠*BOC*=180°-∠*OBC*-∠*OCB*=180°-25°-37°=118°.

故选 B.

【点睛】本题考查了三角形的内切圆与内心：三角形的内心就是三角形三个内角角平分线的交点，三角形的内心到三角形三边的距离相等；三角形的内心与三角形顶点的连线平分这个内角.

16. 【答案】C

【解析】

【分析】如图所示，连接 CP，由切线的性质和切线长定理得到$\angle CPO=90°$，$\angle COP=45°$，由此推出$CP=OP=4$，再根据勾股定理求解即可.

【详解】解：如图所示，连接 CP，

∵OA，OB 都是圆 C 的切线，$\angle AOB=90°$，P 为切点，

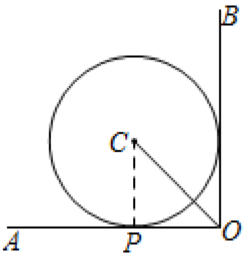
∴$\angle CPO=90°$，$\angle COP=45°$，

∴$\angle PCO=\angle COP=45°$，

∴$CP=OP=4$，

∴$OC=\sqrt{CP^2+OP^2}=4\sqrt{2}$，

故选 C.



【点睛】本题主要考查了切线的性质，切线长定理，等腰直角三角形的性质与判定，勾股定理，熟知切线长定理是解题的关键.

17. 【答案】D

【解析】

【分析】①当 时，根据不等式的性质求解即可证明；②当 时，二次函数的对称轴为：

$-$，分三种情况讨论：当 $-$ 时；当 $-$ 时；当$-\frac{b}{2}>1$时；分别利用二次函数的的最值问题讨论证明即可得；③当 ， ，$x=0$， 时，分别求出相应的 y 的值，然后将 时，y 的值变形为：$y=4a+2b+c=3(a+b+c)+(a-b+c)-3c$，将各个不等式代入即可得证.

【详解】解：①当 时，

$y=ax^2$，

$\therefore -1\le ax^2\le 1$，

$\because$ ，

$\therefore 0\le x^2\le 1$，

$-1\le a\le 1$，即$|\ |$ ，正确；

②当$a=1$时，

二次函数的对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2\times 1}=-\dfrac{b}{2}$，

当$-\dfrac{b}{2}<-1$时，即$b>2$时，

函数在$x=-1$处取得最小值，即

$1-b+c=-1$，

$c=-2+b>0$，

函数在$x=1$处取得最大值，即

$1+b+c=1$，

$c=-b<-2$，

二者矛盾，

∴这种情况不存在；

当$-1\le -\dfrac{b}{2}\le 1$时，即$-2\le b\le 2$时，

$0\le b^2\le 4$，

函数在$x=-\dfrac{b}{2}$处取得最小值，即

$\left(-\dfrac{b}{2}\right)^2+b\times\left(-\dfrac{b}{2}\right)+c=-1$，

$c=-1+\dfrac{b^2}{4}\le 0$，

∴$c\le 0$，

当$-\dfrac{b}{2}=1$时，即$b=-2$时，

$y=x^2-2x$，

$x=1$时，$y=-1$；

$x=-1$时，$y=3$，

不符合题意，舍去；

当$-\dfrac{b}{2}=-1$时，即$b=2$时，

$y=x^2+2x$，

$x=1$时，$y=3$；

$x=-1$时，$y=-1$，

不符合题意，舍去；

$\therefore c<0$，

当$-\frac{b}{2}>1$时，即$b<-2$时，

函数在　　处取得最小值，即

$1+b+c=-1$，

$c=-2-b>0$，

函数在　　处取得最大值，即

$1-b+c=1$，

$c=b<-2$，

二者矛盾，

∴这种情况不存在；

∴综上可得：　　；故②正确；

③当　　时，$y=a-b+c$，且$-1\le a-b+c\le 1$；

当　　时，$y=a+b+c$，且$-1\le a+b+c\le 1$；

当$x=0$时，$y=c$，且$-1\le c\le 1$；

当　　时，$y=4a+2b+c=3(a+b+c)+(a-b+c)-3c$，

$-3\le 3(a+b+c)\le 3$，$-1\le a+b+c\le 1$，$-3\le 3c\le 3$，

$\therefore -7\le 4a+2b+c\le 7$，

∴当　　时，y可以取到的最大值为7；③正确；

故选：D．

【点睛】题目主要考查二次函数的基本性质及不等式的性质，熟练掌握不等式的性质是解题关键．

18. 【答案】C

【解析】

【分析】根据题意分别列出y与t，S与t的函数关系，进而进行判断即可．

【详解】解：根据题意得$AP=t$，$PB=AB-AP=5-t$，

即$y=5-t\ (0\le t\le 5)$，是一次函数；

⊙A的面积为$S=\pi\times AP^2=\pi t^2$，即$S=\pi t^2\ (0\le t\le 5)$，是二次函数

故选C

【点睛】本题考查了列函数表达式，一次函数与二次函数的识别，根据题意列出函数表达式是解题的关键．

二、填空题（本大题共6小题，共12分．）

19. 【答案】$(3,-2)$

【解析】

【分析】关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

【详解】解：根据平面直角坐标系内两点关于原点对称则两点的横、纵坐标互为相反数，

点　　　　关于原点对称的点的坐标是$(3,-2)$，

故答案为：$(3,-2)$．

【点睛】本题考查了关于原点对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

20. 【答案】35° ##35 度

【解析】

【分析】直接根据圆周角定理即可得出结论．

【详解】解：∵*A*、*B*、*C* 是⊙*O* 上的点，∠*AOB*=70°，

∴∠*ACB*=－∠*AOB*=35°．

故答案为 35°．

【点睛】本题考查的是圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键．

21. 【答案】$x_1=-1$，

【解析】

【分析】利用图象法可得$x_1=-1$，再根据抛物线的对称性求得　　　，即可求解．

【详解】解：∵根据图象可得：抛物线与 x 轴的交点为 $-1,0$

∴$x_1=-1$，

∵对称轴为

∴$x_2=2\times1-\left(-1\right)=3$

∴方程的解为$x_1=-1$，　　　　，

故答案为：$x_1=-1$，　　　　．

【点睛】本题考查了用图象法解一元二次方程的问题，掌握图象法解一元二次方程的方法、抛物线的性质是解题的关键．

22. 【答案】70°##70 度

【解析】

【分析】连接 *OA*、*OB*，根据切线性质可得∠*OAP*=∠*OBP*=90°，再根据四边形的内角和为 360°求得∠*AOB*，然后利用圆周角定理求解即可．

【详解】解：连接 *OA*、*OB*，

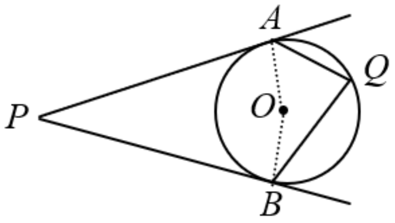
∵*PA*，*PB* 分别切⊙*O* 于点 *A*，*B*，

∴∠*OAP*=∠*OBP*=90°，又∠*P*=40°，

∴∠*AOB*=360°－90°－90° －40°=140°，

∴∠*Q*=－∠*AOB*=70°，

故答案为：70°.



【点睛】本题考查切线性质、四边形内角和为360°、圆周角定理，熟练掌握切线性质和圆周角定理是解答的关键.

23. 【答案】$x<-1$或$x>3$

【解析】

【分析】先求出抛物线与x轴另一交点的坐标，再利用函数图象即可而出结论.

【详解】解：$\because$抛物线与x轴的一个交点坐标是$\left(-1,0\right)$，对称轴是直线$x=1$，

$\therefore$抛物线与x轴另一交点的坐标是$\left(3,0\right)$，

$\therefore$当$y<0$时，$x<-1$或$x>3$.

故答案为：$x<-1$或$x>3$.

【点睛】本题考查的是二次函数与不等式，能根据题意利用数形结合求出x的取值范围是解答此题的关键.

24. 【答案】　①. $\sqrt{13}$　②. $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】从图像得出看，当$x=1$时，C、D重合，此时$y=AD=AC=\sqrt{13}$，则$CD=6$，即当$BD=1$时，$\triangle ADC$为以点A为顶点腰长为$\sqrt{13}$的等腰三角形，进而求解.

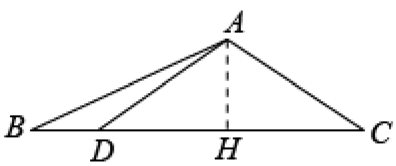
【详解】解：从图像看，当$x=1$时，$y=\sqrt{13}$，

即$BD=1$时，$AD=\sqrt{13}$，

当$x=7$时，$y=\sqrt{13}$，即$BD=7$时，C、D重合，

此时$y=AD=AC=\sqrt{13}$，则$CD=6$，

即当$BD=1$时，$\triangle ADC$为以点A为顶点腰长为$\sqrt{13}$的等腰三角形，如下图：



过点A作$AH\perp BC$于点H，

在Rt$\triangle ACH$中，$AC=\sqrt{13},CH=DH=\dfrac{1}{2}CD=3$，

则$AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=\sqrt{13-9}=2$，

在 $Rt\triangle ABH$ 中，$AB=\sqrt{AH^2+BH^2}=\sqrt{(1+3)^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

故答案为：$\sqrt{13}$，$2\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查的是动点问题的函数图像，解题的关键是：弄清楚不同时间段，图像和图形的对应关系，进而求解.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 52 分.25-26 每题 10 分；27-30 每题 8 分）

25. 【答案】（1）$x_1=-3+\sqrt{10}$，$x_2=-3-\sqrt{10}$

（2）$x_1=-\dfrac{1}{5}$，$x_2=1$.

【解析】

【分析】（1）利用配方法解方程，

（2）利用因式分解法解方程.

【小问 1 详解】

解：$\because x^2+6x-1=0$，

移项得：$x^2+6x=1$，

配方得：$x^2+6x+9=1+9$，

$(x+3)^2=10$，

$\therefore x+3=\pm\sqrt{10}$，

$\therefore$ $x_1=-3+\sqrt{10}$，$x_2=-3-\sqrt{10}$；

【小问 2 详解】

解：$\because$ $5x^2-3x=x+1$，

$5x^2-4x-1=0$，

$(5x+1)(x-1)=0$，

$\therefore 5x+1=0$ 或 $x-1=0$，

$\therefore x_1=-\dfrac{1}{5}$，$x_2=1$.

【点睛】本题考查的是一元二次方程的解法，掌握配方法、因式分解法解一元二次方程的一般步骤是解题的关键.

26. 【答案】（1）$y=(x-1)^2-4$

（2）见解析　　（3）$-4\le y<5$

【解析】

【分析】（1）利用配方法将函数解析式进行转换即可；

（2）根据顶点式求得顶点坐标，令 $x=0$，求得与 y 轴的交点，令 $y=0$，求得与 x 轴的坐标，再在对称轴的两侧取两组对称点，列表，然后描点、连线即可；

（3）根据图像，得出答案即可．

【小问 1 详解】

解： $y=x^2-2x-3=\left(x-1\right)^2-4$，

即 $y=(x-1)^2-4$．

【小问 2 详解】

解：根据解析（1）可知， $y=(x-1)^2-4$，则顶点坐标为$\left(1,-4\right)$，

令 $x=0$， $y=-3$，

∴函数图像与 y 轴的交点为$\left(0,-3\right)$，

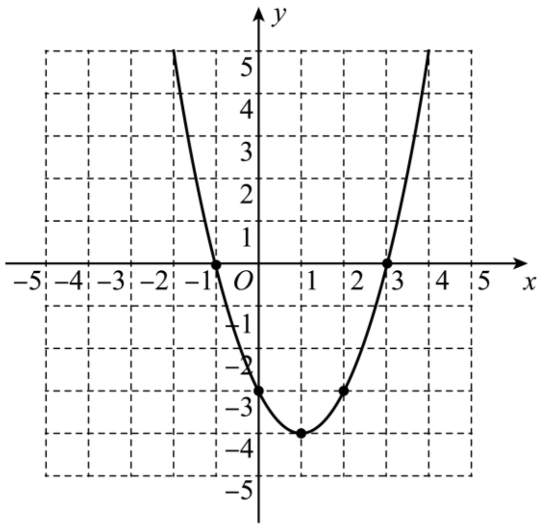
令 $y=0$，则 $0=x^2-2x-3$，解得： $x_1=-1$， $x_2=3$，

∴函数图像与 x 轴的交点为：$\left(-1,0\right)$，$\left(3,0\right)$，

列表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	0	-3	-4	-3	0	…

描点、连线，如图所示：



【小问 3 详解】

解：由图像可知，当 $-2<x<2$ 时， $-4<y<5$．

故答案为： $-4<y<5$．

【点睛】本题主要考查了二次函数的图象，二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，找到顶点及对称轴，根据对称轴取点是画图的关键一步．

27. 【答案】（1）见解析；（2）⊙O 的半径是 3．

【解析】

【分析】（1）欲证 BF 是圆 O 的切线，只需证明 $OF\perp BF$；

（2）根据角与角间的数量关系推知△AEF 的等边三角形．所以易求 $AD=2\sqrt{3}$．则通过解直角△ADC 来求

直径 CD 的长度.

【详解】（1）证明：连接 OF.

∵ $\angle OFB=180°-\angle B-\angle BOF=180°-\angle B-2\angle C=180°-\angle B-\angle BED=90°$，

∴ $OF\perp BF$，

∴ BF 是⊙O 的切线；

（2）解：∵ $BF=FC$，

∴ $\angle B=\angle FCB$，

∵ $\angle BED=2\angle C$，

∴ $\angle BDE+\angle B=3\angle C=90°$，

∴ $\angle B=\angle C=30°$，

∴ $\angle AFE=60°$，$\angle BED=60°$，

∴ $\triangle AEF$ 是等边三角形，

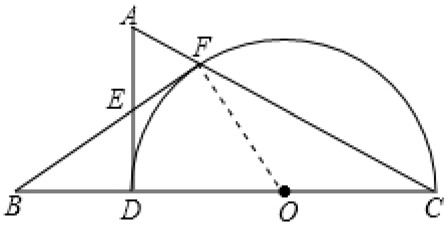
则 $EF=AE=\sqrt{\ }$.

∴ $AD=2\sqrt{\ }$.

又∵ $\angle C=30°$，

∴ $CD=6$，

∴⊙O 的半径是 3.



【点睛】此题主要考查圆的切线的判定以及解直角三角形，熟练掌握，即可解题.

28. 【答案】(1)x=2；(2) $\sqrt{\ }$ ；(3) $a\geq\frac{4}{3}$ 或 $a\leq-\frac{8}{3}$.

【解析】

【分析】（1）利用配方法将二次函数解析式变形为顶点式，由此即可得出抛物线的对称轴；

（2）利用二次函数图象上点的坐标特征可得出点 A,B 的坐标，由（1）可得出顶点 C 的坐标，再利用等边三角形的性质可得出关于 a 的一元一次方程，解之即可得出 a 值；

（3）分 $a>0$ 及 $a<0$ 两种情况考虑：①当 $a>0$ 时，利用二次函数图象上点的坐标特征可得出关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围；②当 $a<0$ 时，利用二次函数图象上点的坐标特征可得出关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围．综上，此题得解.

【详解】(1)∵ $y=ax^2-4ax+3a=a\left(x-2\right)^2-a$，

∴抛物线的对称轴为直线 .

(2)依照题意，画出图形，如图 1 所示.

当 $y=0$ 时，$ax^2-4ax+3a=0$，即 $a(x-1)(x-3)=0$，

解得：$x_1=1$，$x_2=3$.

由(1)可知，顶点　的坐标为 $(2,-a)$.

$\because a>0$，

$\therefore -a<0$.

$\because \Delta ABC$ 为等边三角形，

$\therefore$ 点　的坐标为 $(2,-\sqrt{3})$，

$\therefore -a=-\sqrt{3}$，

$\therefore a=\sqrt{3}$.

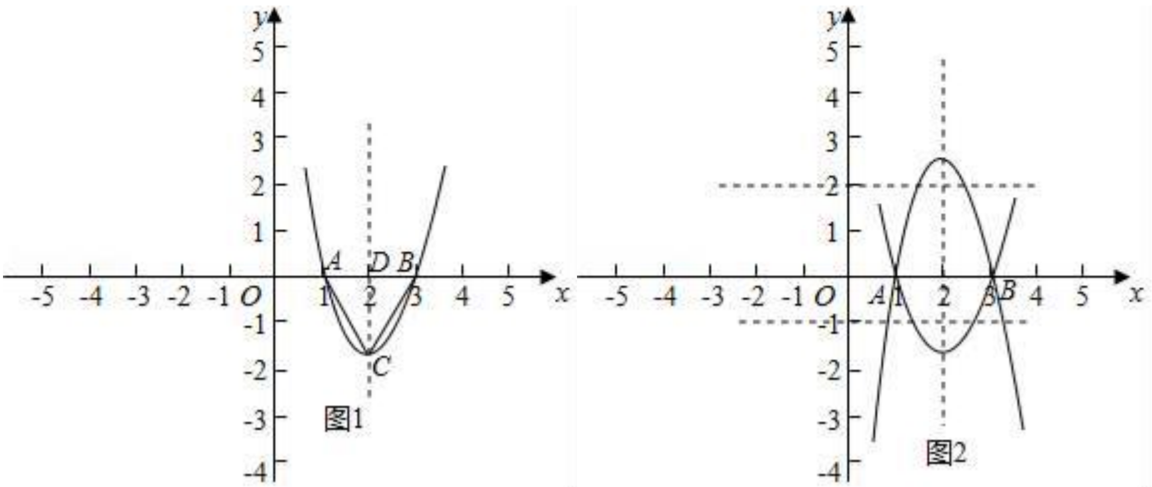
(3)分两种情况考虑，如图 2 所示：

①当 $a>0$ 时，$a\left(\frac{3}{2}-1\right)\times\left(\frac{3}{2}-3\right)\le -1$，

解得：$a\ge\frac{4}{3}$；

②当 $a<0$ 时，$a\left(\frac{3}{2}-1\right)\times\left(\frac{3}{2}-3\right)\ge 2$，

解得：$a\le -\frac{8}{3}$.



【点睛】

本题考查了二次函数的三种形式、二次函数图象上点的坐标特征、等边三角形的性质以及解一元一次不等式.

29. 【答案】（1）见解析；（2）$BD=CE$，见解析；（3）4

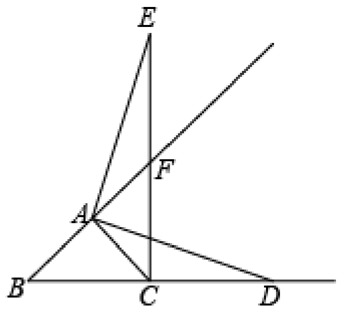
【解析】

【分析】（1）根据题意补全图形即可；

（2）根据题意易得 $AB=AC$， $AD=AE$， $\angle DAE=\angle BAC=90°$，即可推出 $\angle BAD=\angle CAE$．即可利用“SAS”证明 $\triangle BAD\cong\triangle CAE$，得出结论 $BD=CE$．

（3）由 $\triangle BAD\cong\triangle CAE$ 结合题意可推出 $\angle ACF=\angle ABC=45°$， $\angle CAF=\angle BAC=90°$，即证明 $\triangle ACF$ 是等腰直角三角形，从而得出 $AF=AB=AC=\sqrt{2}$，再由勾股定理可求出 CF 的长，最后根据点 F 为 CE 中点，即可求出 CE 的长.

【详解】解：（1）依题意补全图形如下：



（2）用等式表示线段 BD 与 CE 的数量关系是： $BD=CE$，

证明: 根据题意可知$\triangle ABC$是等腰直角三角形，

$\therefore AB=AC$．

$\because AD$ 绕点 A 逆时针旋转 90°得到 AE，

$\therefore AD=AE$， $\angle DAE=90°$，

$\because \angle BAC=90°$，

$\therefore \angle DAE=\angle BAC=90°$．

$\therefore \angle BAC+\angle CAD=\angle DAE+\angle CAD$，即 $\angle BAD=\angle CAE$，

$\therefore$在$\triangle BAD$和$\triangle CAE$中，$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$，

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE(SAS)$，

$\therefore BD=CE$．

（3）$\because \triangle BAD\cong\triangle CAE$， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ACF=\angle ABC=45°$， $\angle CAF=\angle BAC=90°$，

$\therefore \triangle ACF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AF=AB=AC=\sqrt{2}$，

$\therefore$在 $Rt\triangle ACF$ 中，$CF=\sqrt{AC^2+AF^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$.

$\because$点 F 为 CE 中点，

$\therefore CE=2CF=4$.

【点睛】本题考查等腰直角三角形的判定和性质，旋转的性质，三角形全等的判定和性质以及勾股定理．利用数形结合的思想是解答本题的关键．

30．【答案】(1)① D,E；② $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{3}{2}\sqrt{2}$；(2) $-1<t<2-\sqrt{2}$ 或 $3<t<2\sqrt{2}+1$.

【解析】

【分析】(1) ①由外称点的定义可知：P 到圆心的距离小于 3 且大于 1，点 P 才是⊙ 的外称点，据此可求得答案；②由点 $\frac{\sqrt{}}{}$ $\frac{\sqrt{}}{}$ 知，点 G 在一、三象限角平分线上，则点 也在一、三象限角平分线上，根据外称点的定义，$OM<3$, 且 $OM>1$, 由两点之间的距离公式可求得 的取值范围;

(2)根据外称点的定义，分点 $T(t，0)$ 在点 B 左侧时和右侧两种情况，线段 上的点离⊙ 最远的点要小于 3，离⊙ 最近的点要大于 1，画出图形，利用数形结合思想，即可解答.

【详解】(1) ①由外称点的定义可知：P 到圆心的距离小于 3 且大于 1，点 P 才是⊙ 的外称点，

点 D(-1，-1)，$DO=\sqrt{2}<3$，点 D 是⊙ 的外称点，

点 E(2，0)，$EO=2<3$，点 E 是⊙ 的外称点，

点 F(0，4)，$FO=4>3$，点 F 不是⊙ 的外称点，

故答案是：D,E

②由点 $\frac{\sqrt{}}{}$ $\frac{\sqrt{}}{}$ 知，点 G 在一、三象限角平分线上，则点 也在一、三象限角平分线上，

$\therefore m=n$，$OM=\sqrt{m^2+n^2}=\sqrt{2}m$

由外称点的定义可知：$OM<3$, 即 $\sqrt{2}m<3$, 解得：$m<\frac{3\sqrt{2}}{2}$

又 $OM>1$，则 $m>\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore$ 的取值范围是：$\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(2) ∵直线 过点 ，代入求得： ，

∴直线的解析式是：$y=-x+2$，则与 轴交于点 的坐标是(2，0)，与 y 轴交于点 C 的坐标是(0，2)，∴ $\triangle COB$ 为等腰直角三角形，

当点 $T(t，0)$ 在点 B 左侧时，如图 1，离⊙ 最远的点为点 B，依题意：$TB<3$，$\therefore t>-1$，

当⊙ 与线段 相切时，切点离⊙ 为最近，如图 2：作 $TD\perp AB$ 于 D，

$\therefore \triangle TDB$ 为等腰直角三角形，$TD=1$

$\therefore TB=\sqrt{2}$，则 $OT=2-\sqrt{2}$，∴依题意：$t<2-\sqrt{2}$

故当点$T(t,\ 0)$在点 B 左侧时，$-1<t<2-\sqrt{2}$；

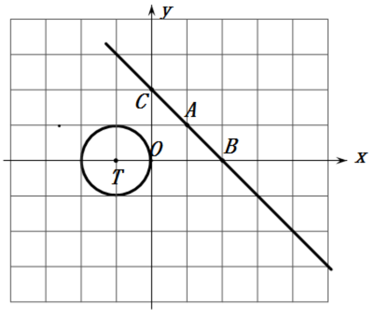


图1

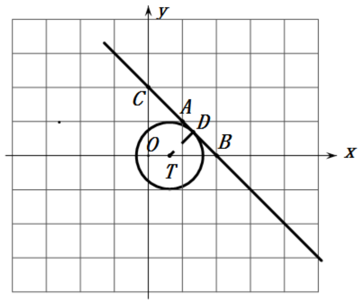


图2

当点$T(t,\ 0)$在点 B 右侧时，如图 3，离⊙ 最近的点为点 B，依题意：$TB>1$，$\therefore t>3$，

离⊙ 最远的点为点 A，如图 4，依题意：$TA<3$，

由两点之间距离公式：$TA^2=\left(t-1\right)^2+1^2<9$，

解得：$t<2\sqrt{2}+1$(因为 T 在 B 右侧，$t<-2\sqrt{2}-1$舍去)

故当点$T(t,\ 0)$在点 B 右侧时，$3<t<-2\sqrt{2}-1$

综上所述，答案是：$-1<t<2-\sqrt{2}$或$3<t<-2\sqrt{2}-1$

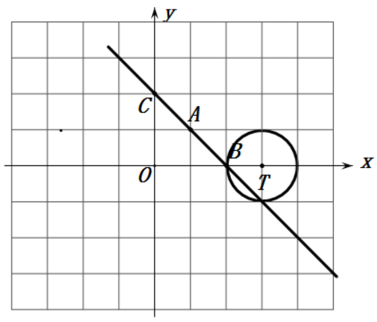


图3

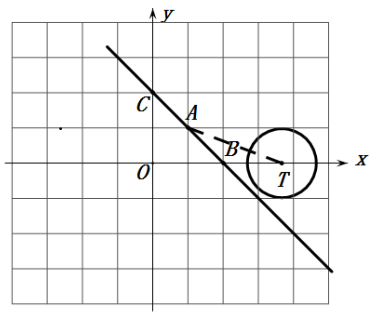


图4

【点睛】本题考查圆和一次函数的综合问题，解题的关键是根据外称点的定义，得出点 P 与圆心 T 的距离范围，综合程度较高，需要学生认真理解题意，借助图形，分类讨论，做到数形结合.