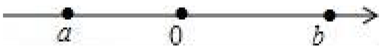
2北京市怀柔区中考数学一模试卷

一.选择题（共有10个小题，每小题3分，共30分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．截止到目前，参加北京市普通小客车摇号的申请人数已经超过2500000人，将2500000用科学记数法表示为（　　）

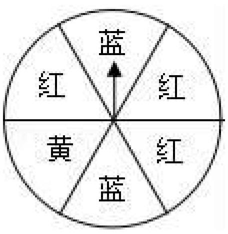
A．25×10^{5}B．2.5×10^{6}C．0.25×10^{7}　D．2.5×10^{8}

2．实数a，b在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是（　　）



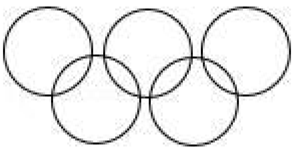
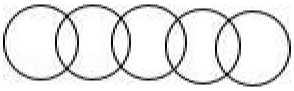
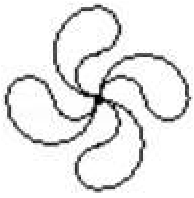
A．a＞b　 B．|a|＞|b|　 C．－a＜b　D．a+b＜0

3．如图，一个可以自由转动的转盘被等分成6个扇形区域，并涂上了相应的颜色，转动转盘，转盘停止后，指针指向红色区域的概率是（　　）



A．$\frac{2}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{1}{3}$　D．$\frac{1}{6}$

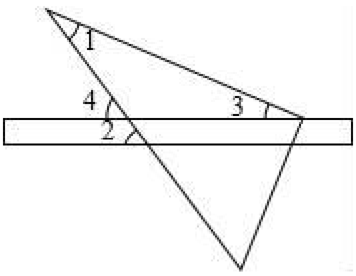
4．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．  B．  C．  D． 

5.某市去年九月份第一周连续七天的日平均气温分别为27，25，24，27，24，28，24（单位：℃）.这组数据的众数和中位数分别是（　　）

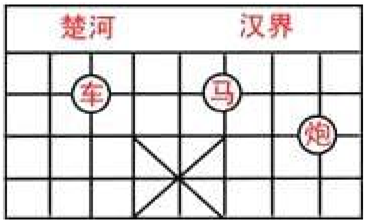
A．24℃，25℃ B．24℃，26℃ C．24℃，27℃ D．28℃，25℃

6．如图，将三角尺的直角顶点放在直尺的一边上，∠1=30°，∠2=50°，则∠3的度数为（　　）



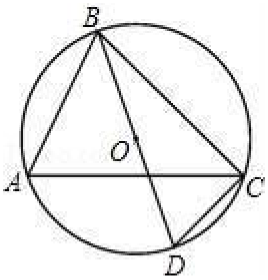
A．50°B．40°C．30°D．20°

7．如图，已知棋子“车”的坐标为（﹣2，3），棋子“马”的坐标为（1，3），则棋子“炮”的坐标为（　　）



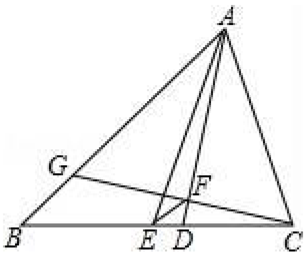
A．（3，2） B．（3，1） C．（2，2） D．（﹣2，2）

8．如图，BD 是⊙O 的直径，∠CBD=30°，则∠A 的度数为（　　）



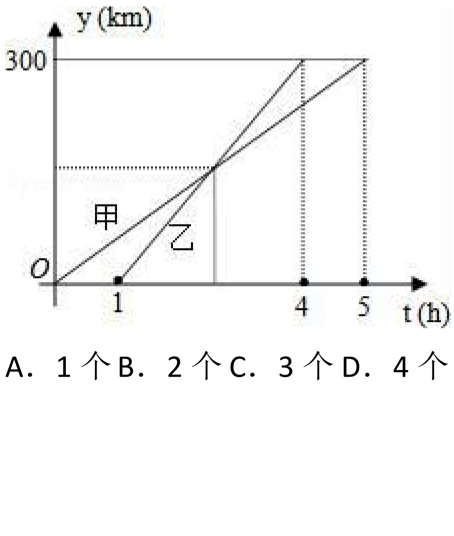
A． 30° B． 45° C． 60° D． 75°

9．如图，△ABC 中，AB=4，AC=3，AD、AE 分别是其角平分线和中线，过点 C 作 CG⊥AD 于 F，交 AB 于 G，连接 EF，则线段 EF 的长为（　　）



A． $\frac{1}{2}$　B． 1　C． $\frac{7}{2}$　D． 7

10．甲、乙两车从 A 城出发匀速行驶至 B 城．在整个行驶过程中，甲、乙两车离开 A 城的距离 y（千米）与甲车行驶的时间 t（小时）之间的函数关系如图所示．当甲、乙两车相距 50 千米时，时间 t 的值最多有（　　）



A． 1 个 B． 2 个 C． 3 个 D． 4 个

二、填空题（本题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11．使分式$\frac{1}{x-3}$有意义的 x 的取值范围是____．

12．分解因式 $2a^3-18a$=____．

13．已知⊙O 是半径为 2 的圆形纸板，现要在其内部设计一个内接正三角形图案，则内接正三角形的边长为____．

14．已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，写出一个满足条件的实数 m 值：m=____．

15．李白，“唐代伟大的浪漫主义诗人，被后人誉为“诗仙”．李白的一生和酒有不解之缘，写下了如《将进酒》这样的千古绝句．古代民间流传着这样一道算题：

李白街上走，提壶去打酒；

遇店加一倍，见花喝一斗；

三遇店和花，喝光壶中酒；

试问酒壶中，原有多少酒？

意思是：李白在街上走，提着酒壶边喝边打酒，每次遇到酒店将壶中酒加一倍，每次看见花店就喝去一斗（斗是古代容量单位，1 斗=10 升），这样遇到酒店、看见花店各三次．把酒喝完．问壶中原来有酒多少？

设壶中原来有酒 x 斗，可列方程为____．

16．在数学课上，老师提出如下问题：

如图 1，将锐角三角形纸片 ABC（BC＞AC）经过两次折叠，得到边 AB，BC，CA 上的点 D，E，F．使得四边形 DECF 恰好为菱形．

小明的折叠方法如下：

如图 2，（1）AC 边向 BC 边折叠，使 AC 边落在 BC 边上，得到折痕交 AB 于 D；　（2）C 点向 AB 边折叠，使 C 点与 D 点重合，得到折痕交 BC 边于 E，交 AC 边于 F．

老师说：“小明的作法正确．”

请回答：小明这样折叠的依据是____．

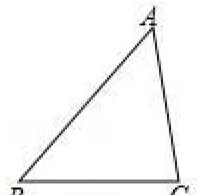


图1

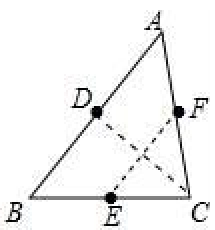


图2

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29

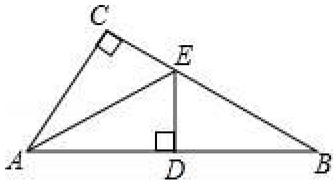
题 8 分）

17．计算：$2\sin45°-(\pi-\sqrt{5})^0+(\frac{1}{2})^{-1}+|\sqrt{2}-1|$．

18．已知 $a^2+3a+6=0$，求代数式 $a(2a+3)-(a+1)(a-1)$的值．

19．解不等式组$\begin{cases}2(x-2)\leqslant 3x-3\\ \frac{x}{3}<\frac{x+1}{4}\end{cases}$并写出它的所有非负整数解．

20．如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB 边的垂直平分线 DE 交 BC 于点 E，垂足为 D．求证：∠CAB=∠AED．

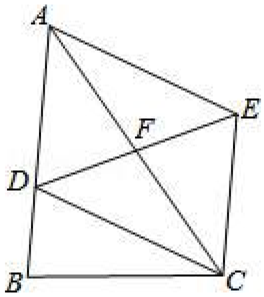


21．国家实施高效节能电器的财政补贴政策，某款空调在政策实施后，每购买一台，客户可获得 500 元财政补贴．某校用 6 万元购买此款空调，补贴后可购买的台数是补贴前的 1.2 倍，则该款空调补贴前的售价为每台多少元？

22．如图，在△ABC 中，D 为 AB 边上一点、F 为 AC 的中点，过点 C 作 CE∥AB 交 DF 的延长线于点 E，连结 AE．

（1）求证：四边形 ADCE 为平行四边形．

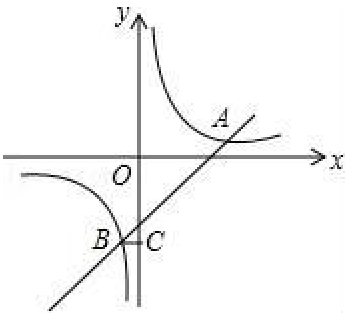
（2）若 $EF=2\sqrt{2}$，∠FCD=30°，∠AED=45°，求 DC 的长．



23．如图，在平面直角坐标系中，双曲线 $y=\frac{m}{x}$和直线 $y=kx+b$ 交于 A，B 两点，A（5，1），BC⊥y 轴于 C，且 OC=5BC．

（1）求双曲线和直线的解析式；

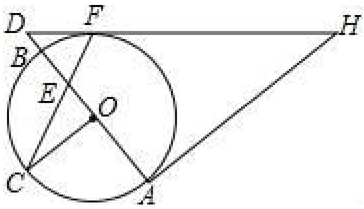
（2）若点 P 是 x 轴上一点，且满足△ABP 是以 AB 为直角边的直角三角形，请直接写出点 P 的坐标．



24．如图，在⊙O 中，AB 为直径，OC⊥AB，弦 CF 与 OB 交于点 E，过点 F，A 分别作⊙O 的切线交于点 H，且 HF 与 AB 的延长线交于点 D．

（1）求证：DF=DE；

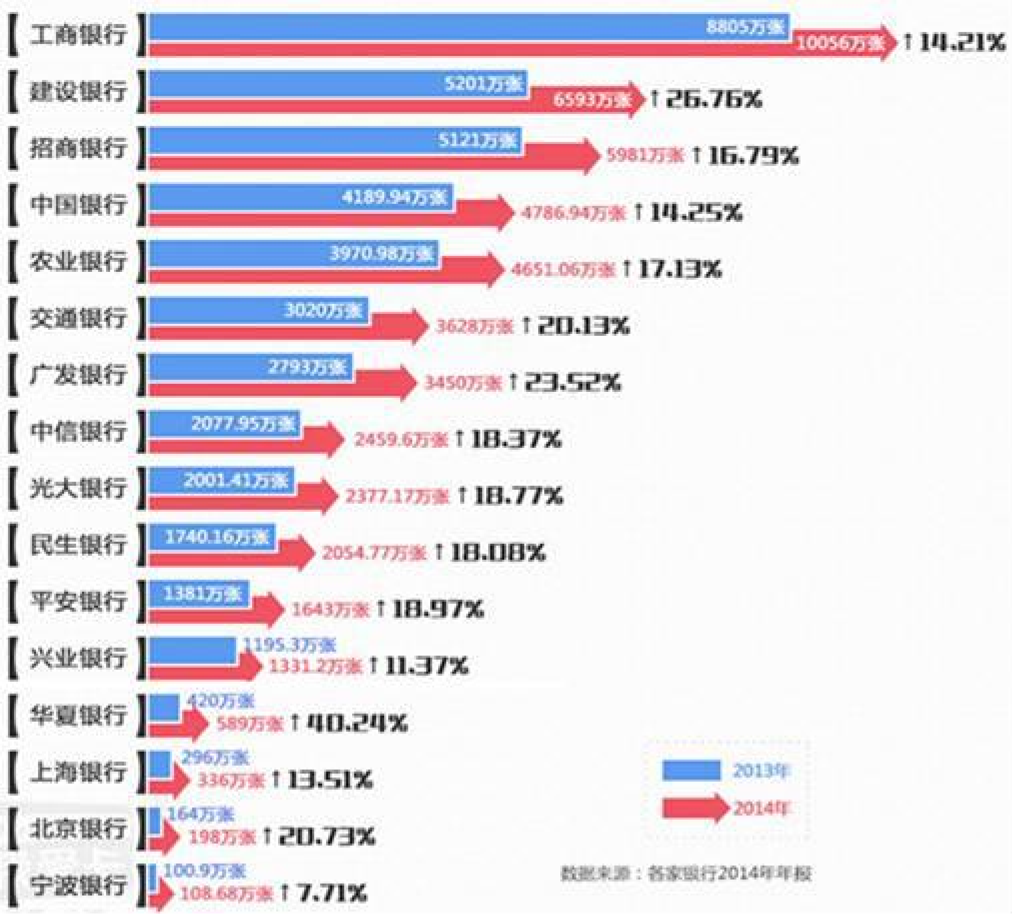
（2）若 tan∠OCE=$\frac{1}{2}$，⊙O 的半径为 4，求 AH 的长．



25．阅读下列材料：

1985 年，中国银行珠海分行发行了中国第一张信用卡．从此，信用卡开始逐步占领国人的消费，“信用消费”时代开启．信用卡业务是典型的“规模经济”，只有具备一定卡量规模，才能通过拉动用卡消费达到提升收入的目的．2013 年、2014 年从各家银行发布的信用卡年报来看，中国信用卡发卡量在稳步增长中，各家银行信用卡中心对信用业务越来越看重．截至 2013 年末，全国信用卡累计发卡 3.91 亿张，较 2012 年末增长 18.03%．截至 2014 年末，全国信用卡累计发卡 4.55 亿张．全国人均持有信用卡 0.34 张，较上年末增长 17.24%．北京、上海信用卡人均拥有量仍远高于全国平均水平，分别达到 1.70 张和 1.33 张．

2014 年各大银行信用卡累计发卡量如图：



根据中国人民银行的数据显示，截至 2015 年四季度末，全国信用卡累计发卡 5.22 亿张，较上一年末大幅上升．有“宇宙第一行”之称的工商银行，信用卡累计发卡量比 2014 年末增长了 8.3%，在各大银行中遥遥领先．建设银行信用卡累计发卡量 8074 万张，中国银行累计发卡量为 5328.18 万张，招商银行信用卡发卡量 6917 万张，民生银行信用卡累计发卡量 2359.46 万张．

根据以上材料回答下列问题：

（1）2015 年工商银行信用卡累计发卡量为____万张（保留一位小数）；

（2）选择统计表或统计图，将 2013～2015 年工商银行、建设银行和民生银行的信用卡累计发卡量表示出来．

26．阅读下列材料：

布鞋在我国有 3000 多年的历史．据考证，最早的手工布鞋是在山西侯马出土的西周武士跪像所穿的布鞋．2008 年 6 月 14 日，“千层底手工布鞋制作技艺”被文化部列入《国家级非物质文化遗产名录》，从而将这项古老的手工技艺保护起来．一句歌唱到“最爱穿的鞋是妈妈纳的千层底，站得稳走得正踏踏实实闯天下”，唱出了祖辈对儿时生活的美好回忆．为了提高工作效率，智慧勤劳的先辈们发明了鞋样，就是用纸或纸板按尺寸和形状做成鞋面、鞋帮、鞋底的模型．例如：按照图 1 的鞋样就可做出图 2 模样的鞋子．

根据以上材料完成下列问题：

（1）如图 3、4、5 是一组布鞋图片，6、7、8 是一组鞋样的图片，请你在答题纸上将布鞋和对应的鞋样用线段连接起来；

（2）图 10 是图 9 所示童鞋的鞋样．看到这个鞋样，明明认为鞋样丢了一部分，芳芳认为鞋样没有丢．请你判断明明和芳芳谁说的对，并用所学的数学知识说明理由．

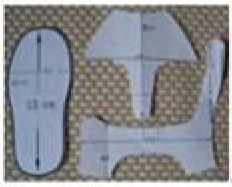


图1

图2

图3

图4

图5


图6

图7

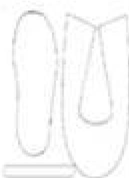



图8

图9

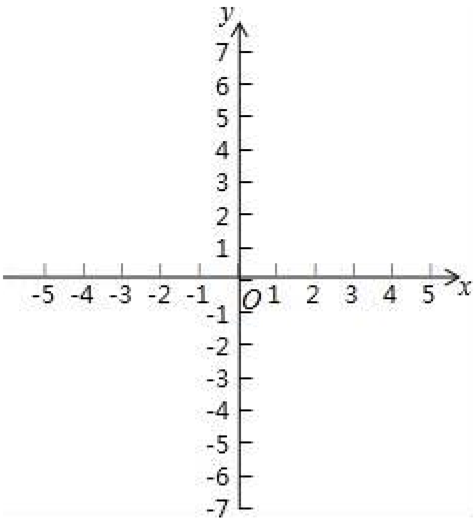
图10

27．在平面直角坐标系中，二次函数 $y=x^2+mx+2m-7$ 的图象经过点（1，0）．

（1）求抛物线的表达式；

（2）把 $-4<x<1$ 时的函数图象记为 H，求此时函数 y 的取值范围；

（3）在（2）的条件下，将图象 H 在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折，图象 H 的其余部分保持不变，得到一个新图象 M．若直线 $y=x+b$ 与图象 M 有三个公共点，求 b 的取值范围．



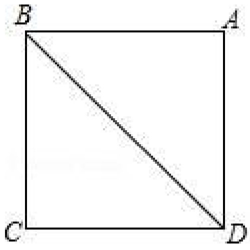
28．在正方形 ABCD 中，点 H 在对角线 BD 上（与点 B、D 不重合），连接 AH，将 HA 绕点 H 顺时针旋转 90°与边 CD（或 CD 延长线）交于点 P，作 HQ⊥BD 交射线 DC 于点 Q．

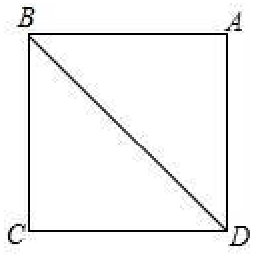
（1）如图 1：

①依题意补全图 1；

②判断 DP 与 CQ 的数量关系并加以证明；

（2）若正方形 ABCD 的边长为$\sqrt{3}$，当 DP=1 时，试求∠PHQ 的度数．





备用图

29．给出如下规定：两个图形 G_1 和 G_2，点 P 为 G_1 上任一点，点 Q 为 G_2 上任一点，如果线段 PQ 的长度存在最小值时，就称该最小值为两个图形 G_1 和 G_2 之间的“近距离”；如果线段 PQ 的长度存在最大值时，就称该最大值为两个图形 G_1 和 G_2 之间的“远距离”．

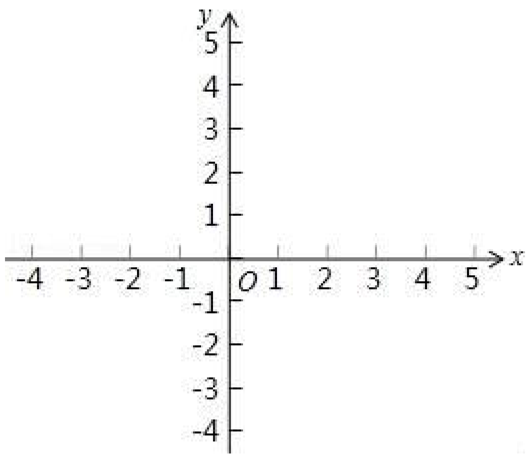
请你在学习，理解上述定义的基础上，解决下面问题：

在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（﹣4，3），B（﹣4，﹣3），C（4，﹣3），D（4，3）．

（1）请在平面直角坐标系中画出四边形 ABCD，直接写出线段 AB 和线段 CD 的“近距离”和“远距离”．

（2）设直线 $y=\frac{4}{3}x+b$（b＞0）与 x 轴，y 轴分别交于点 E，F，若线段 EF 与四边形 ABCD 的“近距离”是 1，求它们的“远距离”；

（3）在平面直角坐标系 xOy 中，有一个矩形 GHMN，若此矩形至少有一个顶点在以 O 为圆心，2 为半径的圆上，其余各点可能在圆上或圆内．将四边形 ABCD 绕着点 O 旋转一周，在旋转的过程中，它与矩形 GHMN 的“远距离”的最大值是____；“近距离”的最小值是____．



北京市怀柔区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（共有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．截止到目前，参加北京市普通小客车摇号的申请人数已经超过 2500000 人，将 2500000 用科学记数法表示为（　　）

A．25×10^{5}B．2.5×10^{6}C．0.25×10^{7}　D．2.5×10^{8}

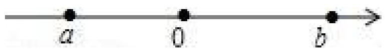
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数.

【解答】解：2500000 用科学记数法表示为 2.5×10^{6}.

故选：B.

2．实数 a，b 在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是（　　）



A．$a>b$　 B．$|a|>|b|$　 C．$-a<b$　D．$a+b<0$

【考点】实数与数轴.

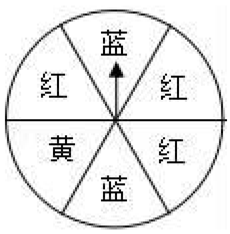
【分析】先根据数轴得到 $a<0<b$，$|a|<|b|$，即可解答.

【解答】解：根据数轴得到 $a<0<b$，$|a|<|b|$，

则 $a<b$，$|a|<|b|$，$-a<b$，$a+b>0$，

故选：C.

3．如图，一个可以自由转动的转盘被等分成 6 个扇形区域，并涂上了相应的颜色，转动转盘，转盘停止后，指针指向红色区域的概率是（　　）



A．$\frac{2}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{1}{3}$　D．$\frac{1}{6}$

【考点】几何概率.

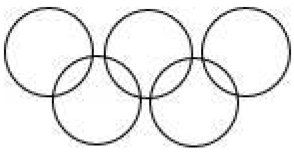
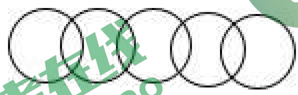
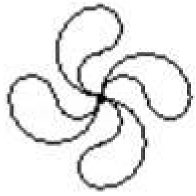
【分析】首先确定在图中红色区域的面积在整个面积中占的比例，根据这个比例即可求出指针指向红色区域的概率.

【解答】解：∵圆被等分成 6 份，其中红色部分占 3 份，

∴落在阴影区域的概率$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

故选 B

4．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A.  B.  C.  D. 

【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项正确；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

故选：B.

5. 某市去年九月份第一周连续七天的日平均气温分别为 27，25，24，27，24，28，24（单位：℃）. 这组数据的众数和中位数分别是（　　）

A．24℃，25℃ B．24℃，26℃ C．24℃，27℃ D．28℃，25℃

【考点】众数；中位数.

【分析】根据众数和中位数的定义求解：众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个；找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数.

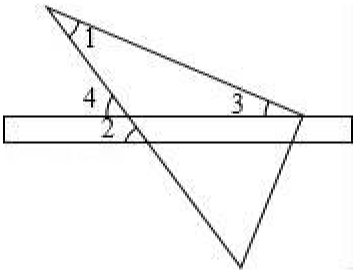
【解答】解：将这组数据从小到大的顺序排列（24，24，24，25，27，27，28），

在这一组数据中 24 是出现次数最多的，故众数是 24℃；

处于中间位置的那个数是 25，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 25℃.

故选 A.

6．如图，将三角尺的直角顶点放在直尺的一边上，∠1=30°，∠2=50°，则∠3的度数为（　　）



A．50°　B．40°　C．30°　D．20°

【考点】平行线的性质．

【分析】根据两直线平行，同位角相等求出∠2的同位角，再根据三角形的外角性质求解即可．

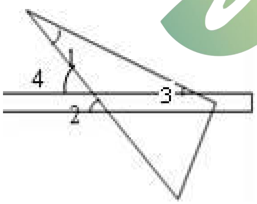
【解答】解：如图，∵∠2=50°，并且是直尺，

∴∠4=∠2=50°（两直线平行，同位角相等），

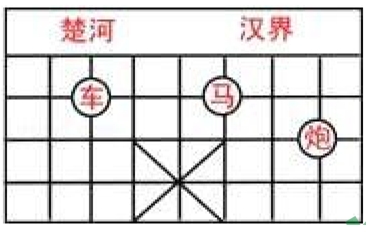
∵∠1=30°，

∴∠3=∠4﹣∠1=50°﹣30°=20°．

故选D．



7．如图，已知棋子"车"的坐标为（﹣2，3），棋子"马"的坐标为（1，3），则棋子"炮"的坐标为（　　）



A．（3，2）B．（3，1）C．（2，2）D．（﹣2，2）

【考点】坐标确定位置．

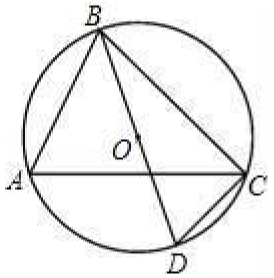
【分析】根据已知两点的坐标确定符合条件的平面直角坐标系，然后确定其它点的坐标．

【解答】解：由棋子"车"的坐标为（﹣2，3）、棋子"马"的坐标为（1，3）可知，平面直角坐标系的原点为底边正中间的点，以底边为x轴，向右为正方向，以左右正中间的线为y轴，向上为正方向；

根据得出的坐标系可知，棋子"炮"的坐标为（3，2）．

故选：A．

8．如图，BD 是⊙O 的直径，∠CBD=30°，则∠A 的度数为（　　）



A．30°　B．45°　C．60°　D．75°

【考点】圆周角定理.

【分析】根据直径所对的圆周角是直角，得∠BCD=90°，可求∠D=60°，即可求∠A=∠D=60°.

【解答】解：∵BD 是⊙O 的直径，

∴∠BCD=90°，

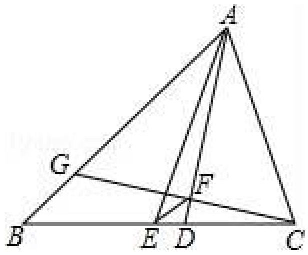
∵∠CBD=30°，

∴∠D=60°，

∴∠A=∠D=60°.

故选 C.

9．如图，△ABC 中，AB=4，AC=3，AD、AE 分别是其角平分线和中线，过点 C 作 CG⊥AD 于 F，交 AB 于 G，连接 EF，则线段 EF 的长为（　　）



A．$\frac{1}{2}$　B．1　C．$\frac{7}{2}$　D．7

【考点】三角形中位线定理；等腰三角形的判定与性质.

【分析】由等腰三角形的判定方法可知△AGC 是等腰三角形，所以 F 为 GC 中点，再由已知条件可得 EF 为△CBG 的中位线，利用中位线的性质即可求出线段 EF 的长.

【解答】解：∵AD 是其角平分线，CG⊥AD 于 F，

∴△AGC 是等腰三角形，

∴AG=AC=3，GF=CF，

∵AB=4，AC=3，

∴BG=1，

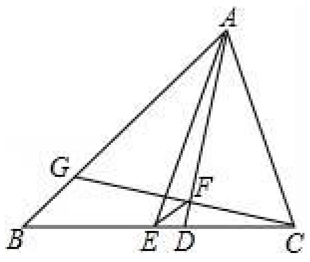
∵AE 是中线，

∴BE=CE，

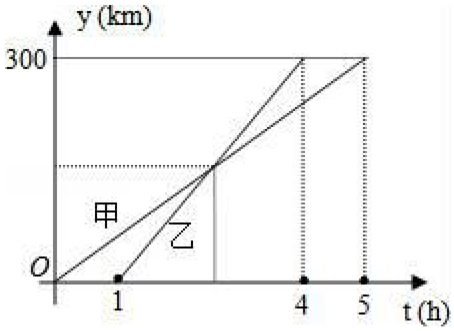
∴EF 为△CBG 的中位线，

∴EF=$\frac{1}{2}$BG=$\frac{1}{2}$，

故选：A．



10．甲、乙两车从 A 城出发匀速行驶至 B 城．在整个行驶过程中，甲、乙两车离开 A 城的距离 y（千米）与甲车行驶的时间 t（小时）之间的函数关系如图所示．当甲、乙两车相距 50 千米时，时间 t 的值最多有（　　）



A．1 个 B．2 个 C．3 个 D．4 个

【考点】一次函数的应用．

【分析】由图象所给数据可求得甲、乙两车离开 A 城的距离 y 与时间 t 的关系式，再令两函数解析式的差为 50，可求得 t，即可得出答案．

【解答】解：设甲车离开 A 城的距离 y 与 t 的关系式为 $y_{甲}$=kt，

把（5，300）代入可求得 k=60，则 $y_{甲}$=60t．

设乙车离开 A 城的距离 y 与 t 的关系式为 $y_{乙}$=mt+n，

把（1，0）和（4，300）代入可得

$\begin{cases} m+n=0 \\ 4m+n=300 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} m=100 \\ n=-100 \end{cases}$，

所以 $y_{乙}$=100t﹣100．

令$|y_{甲}-y_{乙}|$=50，

可得$|60t-100t+100|=50$，即$|100-40t|=50$，

当$100-40t=50$时，可解得$t=\frac{5}{4}$，

当$100-40t=-50$时，可解得$t=\frac{15}{4}$，

又当$t=\frac{5}{6}$时，$y_{甲}=50$，此时乙还没出发，

当$t=\frac{25}{6}$时，乙到达B城，$y_{甲}=250$；

综上可知当t的值为$\frac{5}{4}$或$\frac{15}{4}$或$\frac{5}{6}$或$\frac{25}{6}$时，两车相距50千米．

故选D．

二、填空题（本题共6个小题，每小题3分，共18分）

11．使分式$\frac{1}{x-3}$有意义的x的取值范围是$\underline{\quad x\neq3\quad}$．

【考点】分式有意义的条件．

【分析】根据分式有意义，分母不为零列式进行计算即可得解．

【解答】解：分式有意义，则$x-3\neq0$，

解得$x\neq3$．

故答案为：$x\neq3$．

12．分解因式$2a^3-18a=\underline{\quad 2a(a+3)(a-3)\quad}$．

【考点】提公因式法与公式法的综合运用．

【分析】先提取公因式2a，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解：$2a^3-18a$，

$=2a(a^2-9)$，

$=2a(a+3)(a-3)$．

13．已知⊙O是半径为2的圆形纸板，现要在其内部设计一个内接正三角形图案，则内接正三角形的边长为$\underline{\quad 2\sqrt{3}\quad}$．

【考点】三角形的外接圆与外心．

【分析】根据题意画出图形，欲求△ABC的边长，把△ABC中BC边当弦，作BC的垂线，在Rt△BOD中，求BD的长；根据垂径定理知：BC=2BD，从而求正三角形的边长即可．

【解答】解：如图所示：

∵△ABC 是等边三角形，⊙O 的半径为 2，

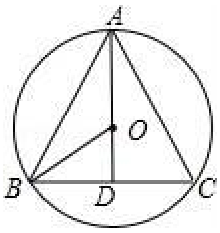
∴在 Rt△BOD 中，OB=2，∠OBD=30°，

∴BD=cos30°×OB=$\frac{\sqrt{3}}{2}$×2=$\sqrt{3}$，

∵BD=CD，

∴BC=2BD=2$\sqrt{3}$，即它的内接正三角形的边长为 2$\sqrt{3}$.

故答案为：2$\sqrt{3}$.



14．已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，写出一个满足条件的实数 m 值：m=__0__．

【考点】根的判别式.

【分析】若一元二次方程有两不等根，则根的判别式△=$b^2-4ac>0$，建立关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围.

【解答】解：∵方程有两个不相等的实数根，a=1，b=﹣2，c=m，

∴△=$b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times m>0$，

解得 m<1.

故答案是：0.

15．李白，“唐代伟大的浪漫主义诗人，被后人誉为“诗仙”．李白的一生和酒有不解之缘，写下了如《将进酒》这样的千古绝句．古代民间流传着这样一道算题：

李白街上走，提壶去打酒；

遇店加一倍，见花喝一斗；

三遇店和花，喝光壶中酒；

试问酒壶中，原有多少酒？

意思是：李白在街上走，提着酒壶边喝边打酒，每次遇到酒店将壶中酒加一倍，每次看见花店就喝去一斗（斗是古代容量单位，1 斗=10 升），这样遇到酒店、看见花店各三次．把酒喝完．问壶中原来有酒多少？

设壶中原来有酒 x 斗，可列方程为__$2[2(2x-1)-1]-1=0$__．

【考点】由实际问题抽象出一元一次方程.

【分析】遇店加一倍，见花喝一斗，意思是碰到酒店把壶里的酒加 1 倍，碰到花就把壶里的酒喝一斗，三遇店和花，意思是每次都是遇到店后又遇到花，一共是 3 次，等量关系为：第一次加酒﹣1+（2×一遇店和花后剩的酒量﹣1）+（2×二遇店和花后剩的酒量﹣1）=0，依此列出方程即可.

【解答】解：设壶中原来有酒 x 斗，他三遇店，同时也三见花.

第一次见店又见花后，酒有：2x﹣1；

第二次见店又见花后，酒有：2（2x﹣1）﹣1；

第三次见店又见花后，酒有：2[2（2x﹣1）﹣1]﹣1=0；

故答案为 2[2（2x﹣1）﹣1]﹣1=0.

16．在数学课上，老师提出如下问题：

如图 1，将锐角三角形纸片 ABC（BC＞AC）经过两次折叠，得到边 AB，BC，CA 上的点 D，E，F．使得四边形 DECF 恰好为菱形.

小明的折叠方法如下：

如图 2，（1）AC 边向 BC 边折叠，使 AC 边落在 BC 边上，得到折痕交 AB 于 D；（2）C 点向 AB 边折叠，使 C 点与 D 点重合，得到折痕交 BC 边于 E，交 AC 边于 F.

老师说：“小明的作法正确．”

请回答：小明这样折叠的依据是<u>　CD 和 EF 是四边形 DECF 对角线，而 CD 和 EF 互相垂直且平分（答案不唯一）　</u>.

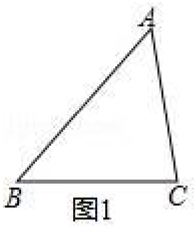


图1

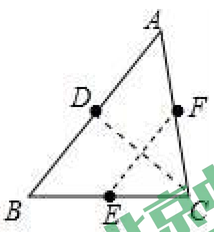


图2

【考点】菱形的判定；翻折变换（折叠问题）.

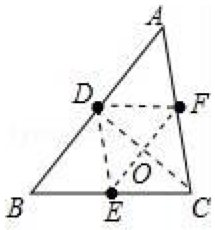
【分析】根据折叠的性质得到 CD 和 EF 互相垂直且平分，结合菱形的判定定理“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”证得结论.

【解答】解：如图，连接 DF、DE.

根据折叠的性质知，CD⊥EF，且 OD=OC，OE=OF.

则四边形 DECF 恰为菱形.

故答案是：CD 和 EF 是四边形 DECF 对角线，而 CD 和 EF 互相垂直且平分（答案不唯一）.



三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17．计算：$2\sin45°-(\pi-\sqrt{5})^0+(\frac{1}{2})^{-1}+|\sqrt{2}-1|$.

【考点】实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

【分析】原式第一项利用特殊角的三角函数值计算，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用负整数指数幂法则计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

【解答】解：原式$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1+2+\sqrt{2}-1$

$=2\sqrt{2}$.

18．已知 $a^2+3a+6=0$，求代数式 $a(2a+3)-(a+1)(a-1)$ 的值.

【考点】整式的混合运算—化简求值.

【分析】原式利用单项式乘以多项式，平方差公式化简，去括号合并得到最简结果，将已知等式变形后代入计算即可求出值.

【解答】解：原式$=2a^2+3a-a^2+1=a^2+3a+1$，

由 $a^2+3a+6=0$，得到 $a^2+3a=-6$，

则原式$=-6+1=-5$.

19．解不等式组$\begin{cases}2(x-2)\leqslant 3x-3\\ \frac{x}{3}<\frac{x+1}{4}\end{cases}$并写出它的所有非负整数解.

【考点】一元一次不等式组的整数解；解一元一次不等式组.

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集，然后确定解集中的非负整数解即可.

【解答】解：$\begin{cases}2(x-2)\leqslant 3x-3\cdots①\\ \frac{x}{3}<\frac{x+1}{4}\cdots②\end{cases}$，

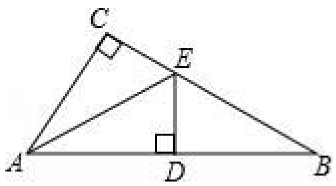
解①得 $x\geqslant-1$，

解②得 $x<3$.

则不等式组的解集是﹣1≤x<3.

则不等式组的非负整数解是 0，1，2.

20．如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB 边的垂直平分线 DE 交 BC 于点 E，垂足为 D．求证：∠CAB=∠AED．



【考点】线段垂直平分线的性质．

【分析】根据线段垂直平分线的性质得出 AE=BE，再由直角三角形的性质即可得出结论．

【解答】证明：∵DE 是线段 AB 的垂直平分线，

∴AE=BE，∠ADE=90°，

∴∠EAB=∠B．

在 Rt△ABC 中，

∵∠C=90°，

∴∠CAB+∠B=90°．

在 Rt△ADE 中，

∵∠ADE=90°，

∴∠AED+∠EAB=90°，

∴∠CAB=∠AED．

21．国家实施高效节能电器的财政补贴政策，某款空调在政策实施后，每购买一台，客户可获得 500 元财政补贴．某校用 6 万元购买此款空调，补贴后可购买的台数是补贴前的 1.2 倍，则该款空调补贴前的售价为每台多少元？

【考点】分式方程的应用．

【分析】设该款空调补贴前的售价为每台 x 元，根据补贴后可购买的台数比补贴前前多 20%，可建立方程，解出即可．

【解答】解：设该款空调补贴前的售价为每台 x 元，

由题意，得：$\frac{60000}{x}\times 1.2=\frac{60000}{x-500}$

解得：x=3000.

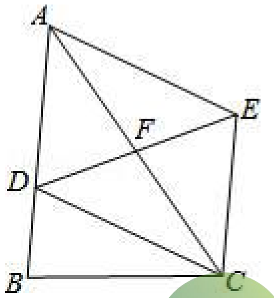
经检验得：x=3000 是原方程的根．且符合实际意义。

答：该款空调补贴前的售价为每台 3000 元.

22．如图，在△ABC 中，D 为 AB 边上一点、F 为 AC 的中点，过点 C 作 CE∥AB 交 DF 的延长线于点 E，连结 AE.

（1）求证：四边形 ADCE 为平行四边形.

（2）若 EF=$2\sqrt{2}$，∠FCD=30°，∠AED=45°，求 DC 的长.



【考点】平行四边形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；勾股定理；解直角三角形.

【分析】（1）首先证明△DAF≌△ECF，则 AD=CE，然后根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形即可证得；

（2）作 FH⊥DC 于点 H，在 Rt△DFH 中利用三角函数求得 FH 的长，在 Rt△CFH 中利用勾股定理即可求解.

【解答】（1）证明：∵CE∥AB，∴∠DAF=∠ECF.

∵F 为 AC 的中点，

∴AF=CF.

在△DAF 和△ECF 中 $\begin{cases}\angle DAF=\angle ECF\\ AF=CF\\ \angle AFD=\angle CFE\end{cases}$

∴△DAF≌△ECF.

∴AD=CE.

∵CE∥AB，

∴四边形 ADCE 为平行四边形.

（2）作 FH⊥DC 于点 H.

∵四边形 ADCE 为平行四边形.

∴AE∥DC，DF=EF=$2\sqrt{2}$，

∴∠FDC=∠AED=45°.

在 Rt△DFH 中，∠DHF=90°，DF=$2\sqrt{2}$，∠FDC=45°，

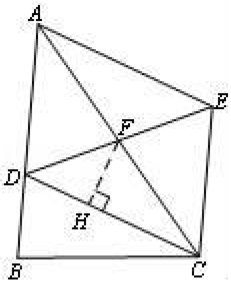
∴sin∠FDC=$\frac{FH}{DF}$=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，得 FH=2，

tan∠FDC=$\frac{HF}{HD}$=1，得 DH=2．

在 Rt△CFH 中，∠FHC=90°，FH=2，∠FCD=30°，∴FC=4．

由勾股定理，得 HC=$2\sqrt{3}$.

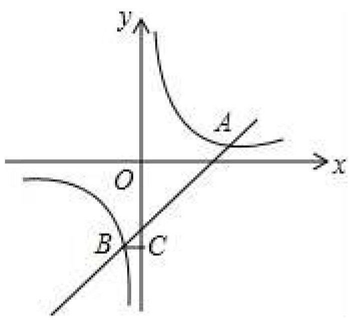
∴DC=DH+HC=2+$2\sqrt{3}$.



23．如图，在平面直角坐标系中，双曲线 y=$\frac{m}{x}$和直线 y=kx+b 交于 A，B 两点，A（5，1），BC⊥y 轴于 C，且 OC=5BC．

（1）求双曲线和直线的解析式；

（2）若点 P 是 x 轴上一点，且满足△ABP 是以 AB 为直角边的直角三角形，请直接写出点 P 的坐标．



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题．

【分析】(1）先把 A 点坐标代入 y=$\frac{m}{x}$求出 m，从而得到反比例函数解析式；再利用 OC=5BC 可设 B 点坐标为（-t，﹣5t）（t>0），然后把 B（-t，﹣5t）代入反比例函数解析式求出 t，得到 B 点坐标为（-1，﹣5），再利用待定系数法求一次函数解析式；

（2）根据直线 AB 的解析式和题意设出另一条直角边的解析式，然后分两种情况分别讨论即可求得 P 的坐标．

【解答】解：(1）∵A（5，1）在反比例 y=$\frac{m}{x}$图象上，

∴$m=5\times1=5$，

∴反比例函数解析式为 $y=\frac{5}{x}$；

∵$BC\perp y$ 轴于点 C，且 $OC=5BC$，

∴设 B 点坐标为（$-t$，$-5t$）（$t>0$），

把 B（$-t$，$-5t$）代入 $y=\frac{5}{x}$ 得 $t_1=1$，$t_2=-1$（舍去），

∴B 点坐标为（-1，-5），

把 A（5，1）、B（-1，-5）代入 $y=kx+b$ 得 $\begin{cases}5k+b=1\\-k+b=-5\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=1\\b=-4\end{cases}$．

∴一次函数解析式为 $y=x-4$；

（2）∵点 P 是 x 轴上一点，且满足△ABP 是以 AB 为直角边的直角三角形，AB 的解析式为 $y=x-4$，

∴设另一条直角边的解析式为 $y=-x+n$，

当直角顶点是 A 时，则有 $1=-5+n$，解得 $n=6$，

∴解析式为 $y=-x+6$，

令 $y=0$，则 $x=6$，

当直角顶点是 B 时，则有 $-5=1+n$，解得 $n=-6$，

∴解析式为 $y=-x-6$，

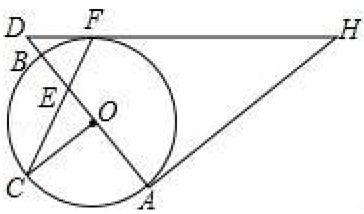
令 $y=0$，则 $x=-6$，

∴点 P 的坐标是（6，0）或（-6，0）．

24．如图，在⊙O 中，AB 为直径，$OC\perp AB$，弦 CF 与 OB 交于点 E，过点 F，A 分别作⊙O 的切线交于点 H，且 HF 与 AB 的延长线交于点 D．

（1）求证：$DF=DE$；

（2）若 $\tan\angle OCE=\frac{1}{2}$，⊙O 的半径为 4，求 AH 的长．



【考点】切线的性质．

【分析】（1）连结 OF，如图，由切线性质得∠1+∠2=90°，再由 $OC\perp AB$ 得∠C+∠4=90°，然后

利用等量代换得到∠1=∠3，则根据等腰三角形的判定定理即可得到结论；

（2）在 Rt△OEC 中利用正切定义求出 OE=$\frac{1}{2}$OC=2，设 DF=x，则 DE=x，根据勾股定理得到 $x^2+4^2=(x+2)^2$，解得 x=3，再利用切线长定理和切线性质得到 HF=HA，DA⊥AH，设 AH=t，则 HF=t，则根据勾股定理得到 $t^2+9^2=(t+3)^2$，然后解方程即可．

【解答】（1）证明：连结 OF，如图，

∵DH 为切线，

∴OF⊥DH，

∴∠1+∠2=90°，

∵OC⊥AB，

∴∠C+∠4=90°，

∵OF=OC，

∴∠2=∠C，

而∠3=∠4，

∴∠1=∠3，

∴DE=DF；

（2）解：在 Rt△OEC 中，∵tan∠OCE=$\frac{OE}{OC}$，

∴OE=$\frac{1}{2}$OC=2，

设 DF=x，则 DE=x，

在 Rt△OFD 中，$x^2+4^2=(x+2)^2$，解得 x=3，

∴DF=3，DO=5，

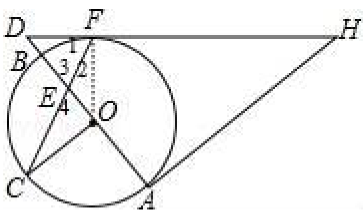
∵HF 和 HA 为切线，

∴HF=HA，DA⊥AH，

设 AH=t，则 HF=t，

在 Rt△DAH 中，$t^2+9^2=(t+3)^2$，解得 t=12，

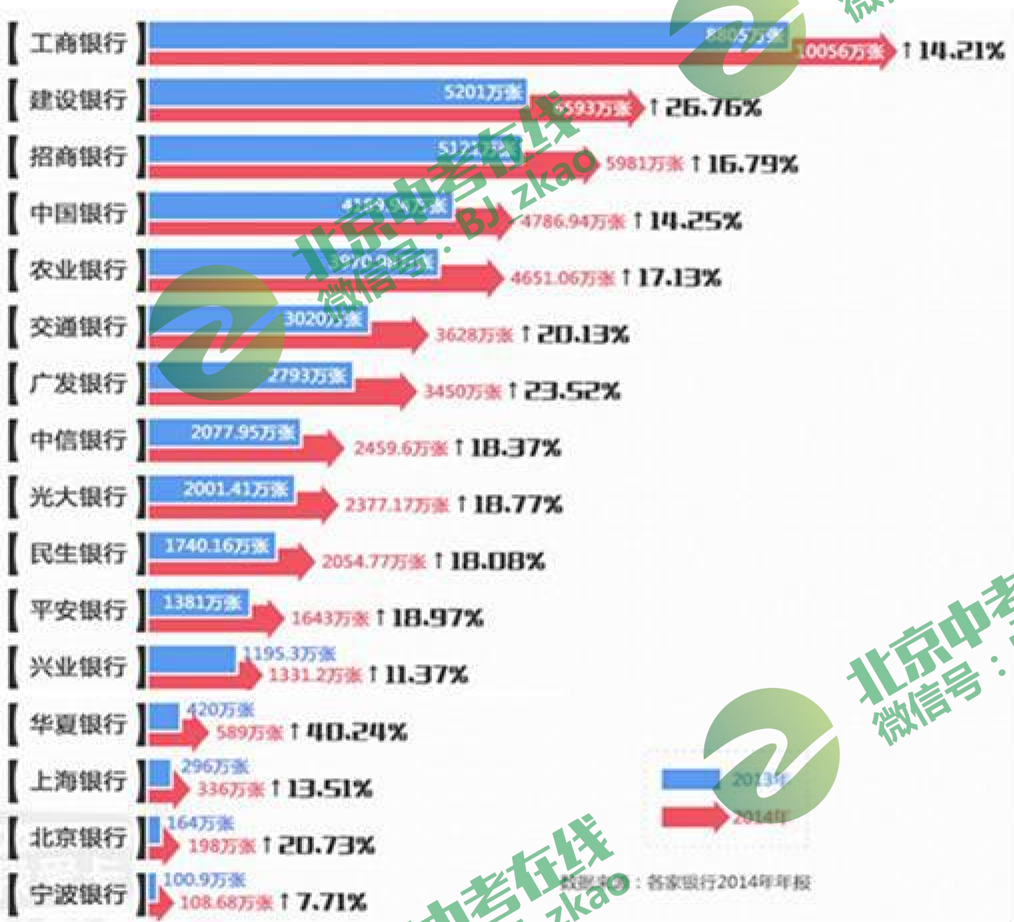
即 AH 的长为 12．



25．阅读下列材料：

1985 年，中国银行珠海分行发行了中国第一张信用卡．从此，信用卡开始逐步占领国人的消费，“信用消费”时代开启．信用卡业务是典型的“规模经济”，只有具备一定卡量规模，才能通过拉动用卡消费达到提升收入的目的．2013 年、2014 年从各家银行发布的信用卡年报来看，中国信用卡发卡量在稳步增长中，各家银行信用卡中心对信用业务越来越看重．截至 2013 年末，全国信用卡累计发卡 3.91 亿张，较 2012 年末增长 18.03%．截至 2014 年末，全国信用卡累计发卡 4.55 亿张．全国人均持有信用卡 0.34 张，较上年末增长 17.24%．北京、上海信用卡人均拥有量仍远高于全国平均水平，分别达到 1.70 张和 1.33 张．

2014 年各大银行信用卡累计发卡量如图：



根据中国人民银行的数据显示，截至 2015 年四季度末，全国信用卡累计发卡 5.22 亿张，较上一年末大幅上升．有“宇宙第一行”之称的工商银行，信用卡累计发卡量比 2014 年末增长了 8.3%，在各大银行中遥遥领先．建设银行信用卡累计发卡量 8074 万张，中国银行累计发卡量为 5328.18 万张，招商银行信用卡发卡量 6917 万张，民生银行信用卡累计发卡量 2359.46 万张．

根据以上材料回答下列问题：

（1）2015 年工商银行信用卡累计发卡量为<u> 10890.6 </u>万张（保留一位小数）；

（2）选择统计表或统计图，将 2013～2015 年工商银行、建设银行和民生银行的信用卡累计发卡量表示出来．

【考点】统计图的选择；统计表；加权平均数.

【分析】（1）由图可知工行2014年发卡量为10056万张，2015年比2014年末增长了8.3%，列式计算可得；

（2）列统计表即可.

【解答】解：（1）2015年工商银行信用卡累计发卡量为10056×（1+8.3%）≈10890.6（万张）；

（2）2013～2015年工商银行、建设银行和民生银行的信用卡累计发卡量统计表

	工商银行	建设银行	民生银行
2013年	8805	5201	1740.16
2014年	10056	6593	2054.77
2015年	10890.6	8047	2359.46

故答案为：（1）10890.6.

26．阅读下列材料：

布鞋在我国有3000多年的历史．据考证，最早的手工布鞋是在山西侯马出土的西周武士跪像所穿的布鞋．2008年6月14日，“千层底手工布鞋制作技艺”被文化部列入《国家级非物质文化遗产名录》，从而将这项古老的手工技艺保护起来．一句歌唱到“最爱穿的鞋是妈妈纳的千层底，站得稳走得正踏踏实实闯天下”，唱出了祖辈对儿时生活的美好回忆．为了提高工作效率，智慧勤劳的先辈们发明了鞋样，就是用纸或纸板按尺寸和形状做成鞋面、鞋帮、鞋底的模型．例如：按照图1的鞋样就可做出图2模样的鞋子．

根据以上材料完成下列问题：

（1）如图3、4、5是一组布鞋图片，6、7、8是一组鞋样的图片，请你在答题纸上将布鞋和对应的鞋样用线段连接起来；

（2）图10是图9所示童鞋的鞋样．看到这个鞋样，明明认为鞋样丢了一部分，芳芳认为鞋样没有丢．请你判断明明和芳芳谁说的对，并用所学的数学知识说明理由．

【考点】作图—应用与设计作图.

【分析】(1) 观察鞋面、鞋帮、鞋底的模型，以及鞋子的模样即可解决问题.

(2) 答案不唯一．说理正确即可.

【解答】解：(1) 答案如图所示，

(2) 芳芳的观点正确．理由：图10中的鞋样中鞋帮，看上去是缺少一半，其实鞋帮是轴对称图形，利用轴对称图形的性质，即可解决这个鞋帮的整个样子.

明明的观点正确，理由：图10中的鞋样中鞋帮了缺少一半.

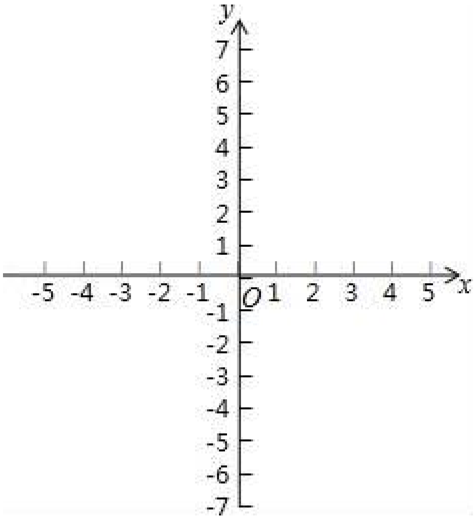
27．在平面直角坐标系中，二次函数 $y=x^2+mx+2m-7$ 的图象经过点 (1，0).

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 把 $-4<x<1$ 时的函数图象记为 H，求此时函数 y 的取值范围；

(3) 在 (2) 的条件下，将图象 H 在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折，图象 H 的其余部分保持不变，

得到一个新图象 M．若直线 y=x+b 与图象 M 有三个公共点，求 b 的取值范围．



【考点】二次函数图象与几何变换；二次函数的性质；待定系数法求二次函数解析式．

【分析】（1）把点（1，0）代入抛物线解析式，列出关于 m 的方程，通过解该方程可以求得 m 的值，从而得到抛物线的表达式；

（2）根据抛物线解析式求得对称轴，所以由抛物线的对称性和增减性进行解答；

（3）根据题意作出函数图象，由图象直接回答问题．

【解答】解：（1）∵二次函数 $y=x^2+mx+2m-7$ 的图象经过点（1，0），

∴$1+m+2m-7=0$，解得 $m=2$．

∴抛物线的表达式为 $y=x^2+2x-3$；

（2）$y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$．

∵当 $-4<x<-1$ 时，y 随 x 增大而减小；

当 $-1\leqslant x<1$ 时，y 随 x 增大而增大，

∴当 $x=-1$，$y_{最小}=-4$．

当 $x=-4$ 时，$y=5$．

∴ $-4<x<1$ 时，y 的取值范围是 $-4\leqslant y<5$；

（3）$y=x^2+2x-3$ 与 x 轴交于点（-3，0），（1，0）．

新图象 M 如右图红色部分．

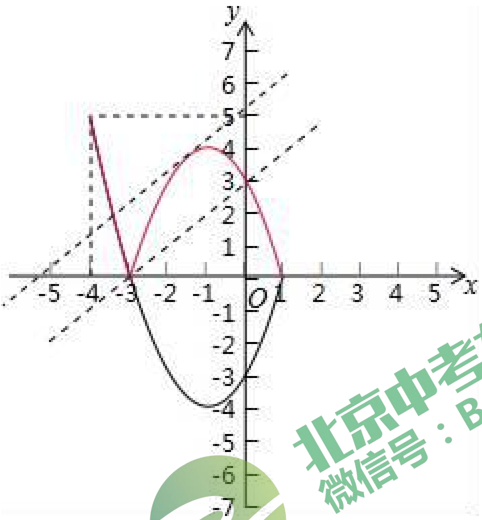
把抛物线 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$ 的图象 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折到 x 轴上方，则翻折部分的抛物线解析式为 $y=-(x+1)^2+4$（$-3\leqslant x\leqslant 1$），

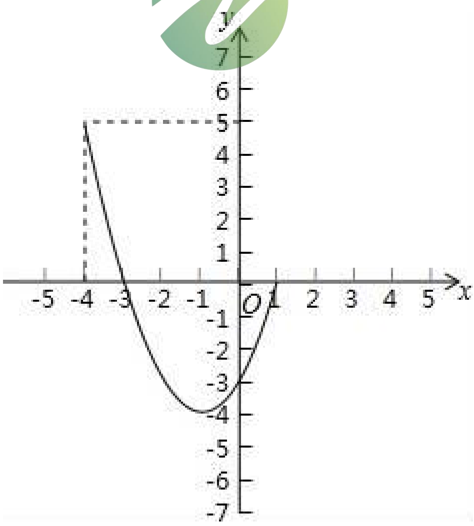
当直线 y=x+b 经过（-3，0）时，直线 y=x+b 与图象 M 有两个公共点，此时 b=3；

当直线 $y=x+b$ 与抛物线 $y=-(x+1)^2+4$（$-3\leqslant x\leqslant 1$）相切时，直线 $y=x+b$ 与图象 M 有两个公共点，

即 $-(x+1)^2+4=x+b$ 有相等的实数解，整理得 $x^2+3x+b-3=0$，$\triangle=3^2-4(b-3)=0$，解得 $b=\frac{21}{4}$.

结合图象可得，直线 $y=x+b$ 与图象 M 有三个公共点，b 的取值范围是 $3<b<\frac{21}{4}$.





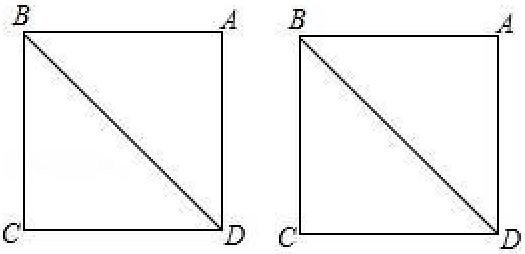
28．在正方形 ABCD 中，点 H 在对角线 BD 上（与点 B、D 不重合），连接 AH，将 HA 绕点 H 顺时针旋转 90°与边 CD（或 CD 延长线）交于点 P，作 HQ⊥BD 交射线 DC 于点 Q.

（1）如图 1：

①依题意补全图 1；

②判断 DP 与 CQ 的数量关系并加以证明；

（2）若正方形 ABCD 的边长为 $\sqrt{3}$，当 DP=1 时，试求∠PHQ 的度数.



备用图

【考点】四边形综合题.

【分析】（1）①由题意画出图形即可，②先由旋转得出∠AHP=90°，然后判断出∠QHP=AHD，再得出△QHP≌△DHA 即可；

（2）分两种情况计算，先由三角函数求出∠APD=60°，再求出∠APH=45°，最后得到∠PHQ=60°即可.

【解答】解：（1）①依题意，补全图形，如图 1 所示，

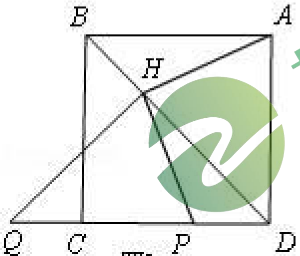


图1

②DP=CQ，

∵HA 绕点 H 顺时针旋转 90°，与边 CD（或 CD 延长线）相交于点 P，

∴∠AHP=90°，

∴∠AHD+DHP=90°，

∵HQ⊥BD，

∴∠QHD=90°，

∴∠QHP+∠DHP=90°，

∴∠QHP=AHD，

∵四边形 ABCD 为正方形，

∴∠CDB=∠ADB=45°，AD=CD，

∴∠Q=∠CDB=∠ADB=45°，

∴△QHP≌△DHA，

∴AD=QP，

∴QP=CD，

∴OP－PC=CD－PC，

∴CQ=PD；

（2）①如图 2，当点 P 在边 CD 上时，连接 AP，

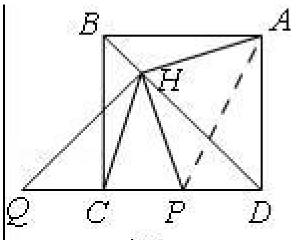


图2

∵正方形的边长为$\sqrt{3}$，PD=1，∠ADP=90°，

∴tan∠APD=$\sqrt{3}$，

∴∠APD=60°，

∵HA=HP，∠AHP=90°，

∴∠APH=45°，

∴∠HPD=∠APH+∠APD=105°，

∵∠Q=45°，

∴∠PHQ=60°，

②如图 3，当点 P 在边 CD 的延长线时，连接 AP，

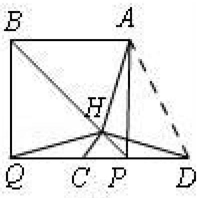


图3

∴∠HPD=∠APD－∠APH=15°，

∵∠HQD=45°，

∴∠PHQ=120°，

∴∠PHQ 的度数为 120°或 60°.

29．给出如下规定：两个图形 G_1 和 G_2，点 P 为 G_1 上任一点，点 Q 为 G_2 上任一点，如果线段 PQ 的长度存在最小值时，就称该最小值为两个图形 G_1 和 G_2 之间的“近距离”；如果线段 PQ 的长度存在最大值时，就称该最大值为两个图形 G_1 和 G_2 之间的“远距离”.

请你在学习，理解上述定义的基础上，解决下面问题：

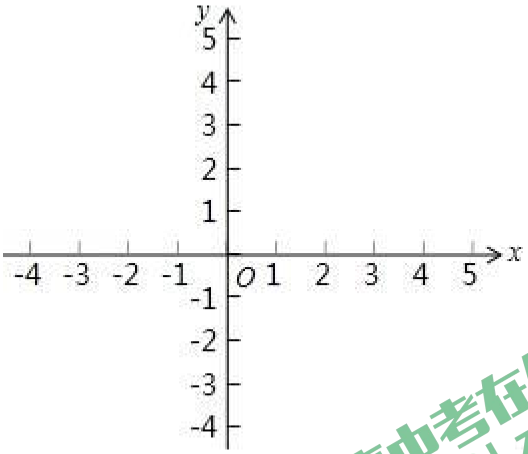
在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（－4，3），B（－4，－3），C（4，－3），D（4，3）.

（1）请在平面直角坐标系中画出四边形 ABCD，直接写出线段 AB 和线段 CD 的“近距离”和“远距离”.

（2）设直线 $y=\frac{4}{3}x+b$（b＞0）与 x 轴，y 轴分别交于点 E，F，若线段 EF 与四边形 ABCD 的“近

距离”是 1，求它们的“远距离”；

（3）在平面直角坐标系 xOy 中，有一个矩形 GHMN，若此矩形至少有一个顶点在以 O 为圆心，2 为半径的圆上，其余各点可能在圆上或圆内．将四边形 ABCD 绕着点 O 旋转一周，在旋转的过程中，它与矩形 GHMN 的“远距离”的最大值是__7__；“近距离”的最小值是__1__．



【考点】一次函数综合题．

【分析】（1）先由点 A、B、C、D 的坐标画出图形，根据定义可知 AB 与 DC 的近距离等于 AD 或 BC 的长，远距离等于矩形对角线的长；

（2）先根据题意画出图形①当 EF 在矩形 ABCD 的内部时．如图 2 所示，EF 与矩形的近距离=GF=1，从而可求得点 F 的坐标，其远距离等于 FC 的长，然后依据两点间的距离公式求得 FC 的长即可；②当 EF 在矩形的外部时．如图 3 所示：过点 A 作 AH⊥EF，垂足为 H，延长 DA 交 EF 于点 N，由近距离为 1 可求得点 N 的坐标，然后可求得直线 EF 的解析式，从而可得到点 F 的坐标，然后求得 CF 的距离即可；

（3）设点 G 在圆上，当 OG⊥AD 时，矩形 GHMN 与矩形 ABCD 的近距离有最小值，当点 A、G、O 在一条直线上时，矩形 GHMN 与矩形 ABCD 的远距离有最大值．

【解答】解：（1）如图 1 所示：

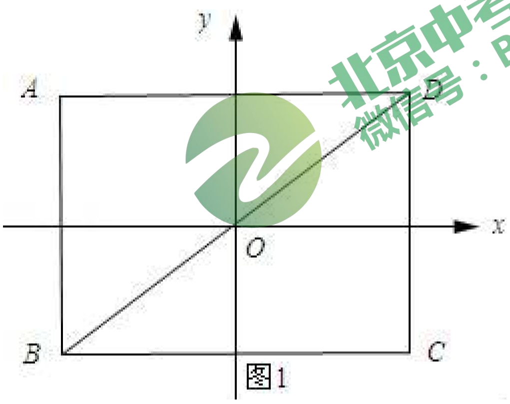


图1

∵由点 A、B、C、D 的坐标可知；四边形 ABCD 为矩形．

∴AB 与 DC 之间的近距离为 BC 或 AD 的长，近距离=8，AB 与 DC 之间的近距离远距离等于 BD

或 AC 的长，远距离=$\sqrt{BC^2+CD^2}$=10．

（2）①当 EF 在矩形 ABCD 的内部时．

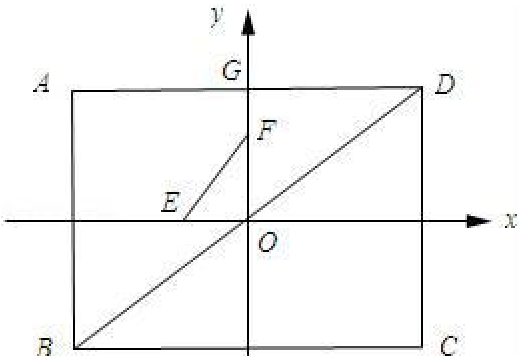


图2

∵线段 EF 与矩形 ABCD 的“近距离”=1，

∴线段 GF=1．

∴OF=OG﹣FG=3﹣1=2．

∴F（0，2）．

∴线段 EF 与矩形 ABCD 的“远距离”=FC=$\sqrt{4^2+5^2}$=$\sqrt{41}$．

②当 EF 在矩形的外部时．如图 3 所示：过点 A 作 AH⊥EF，垂足为 H，延长 DA 交 EF 于点 N．

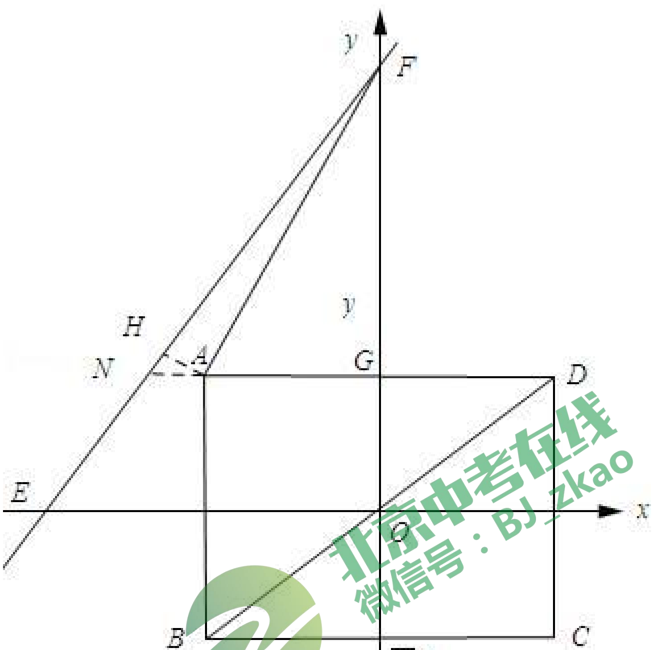


图3

∵线段 EF 与矩形 ABCD 的近距离=1，

∴AH=1．

∴AN=$\frac{5}{4}$．

∴点 N 的坐标为（﹣5$\frac{1}{4}$，3）．

将点 N 的坐标代入 $y=\frac{4}{3}x+b$ 得；$\frac{4}{3}\times(-\frac{21}{4})+b=3$，解得 b=10．

∴点 F 的坐标为（0，10）．

∴线段 EF 的与矩形 ABCD 的“远距离”=CF=$\sqrt{13^2+4^2}=\sqrt{185}$．

综上所述 EF 与矩形的远距离为$\sqrt{41}$或$\sqrt{185}$．

（3）如图 4 所示：当 OG⊥AD 时，矩形 GHMN 与矩形 ABCD 的近距离有最小值，最小值=OE﹣OG=3﹣2=1．

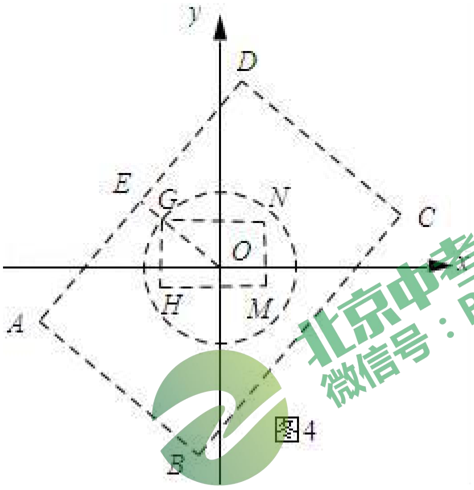


图4

如图 5 所示：当点 A、G、O 在一条直线上时，矩形 GHMN 与矩形 ABCD 的远距离有最大值，最大值=OC+OG=5+2=7．

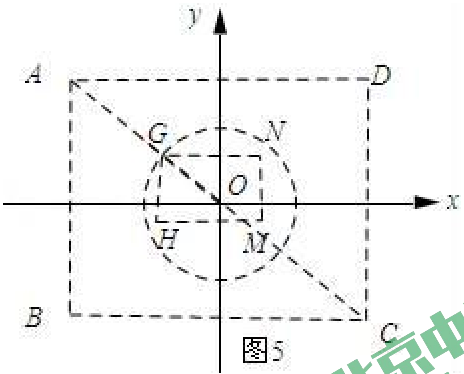


图5

故答案为：1；7．