北京市育英中学初三数学模拟试题

班级 _____ 姓名_____ 2020 年 7 月

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

1．我国在自主研发的人工智能“绝艺”获得全球最前沿的人工智能赛事冠军，这得益于所建立的大数据中心的规模和数据存储量，其中的一个大数据中心能存储 58000000000 本书籍，将 58000000000 用科学记数法表示应为（　　）.

A．5.8×10^{10}　　B．5.8×10^{11}　　C．58×10^{9}　　D．0.58×10^{11}

2. 下列实数中，在 2 和 3 之间的是（　　）.

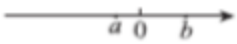
A．π　　B．$\pi-2$　　C．$\sqrt[3]{25}$　　D．$\sqrt[3]{28}$

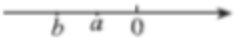
3．下列运算中，正确的是（　　）.

A．$x^2+5x^2=6x^4$　　B．$x^3\cdot x^2=x^6$　　C．$(x^2)^3=x^6$　　D．$(xy)^3=xy^3$

4．若实数 a，b 满足 $|a|>|b|$，则与实数 a，b 对应的点在数轴上的位置可以是（　　）.

A. 

B. 

C. 

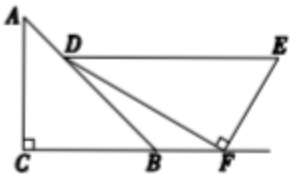
D. 

5．点 A（4，3）经过某种图形变化后得到点 B（-3，4），这种图形变化可以是（　　）.

A．关于 x 轴对称　　B．关于 y 轴对称

C．绕原点逆时针旋转 90°　　D．绕原点顺时针旋转 90°

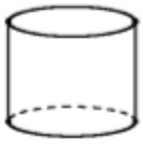
6．一副直角三角板如图放置，其中 $\angle C=\angle DFE=90°$，$\angle A=45°$，$\angle E=60°$，点 F 在 CB 的延长线上. 若 $DE\parallel CF$，则 $\angle BDF$ 等于（　　）.

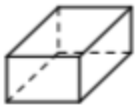


A．35°　　B．30°

C．25°　　D．15°

7．下列几何体中，俯视图为三角形的是（　　）.


A


B


C


D

8．生活垃圾分类回收是实现垃圾减量化和资源化的重要途径和手段．为了解 2019 年某市第二季度日均可回收物回收量情况，随机抽取该市 2019 年第二季度的 m 天数据，整理后绘制成统计表进行分析．

日均可回收物回收量（千吨）	$1\leqslant x<2$	$2\leqslant x<3$	$3\leqslant x<4$	$4\leqslant x<5$	$5\leqslant x\leqslant 6$	合计
频数	1	2		b	3	m
频率	0.05	0.10	a		0.15	1

表中 $3\leqslant x<4$ 组的频率 a 满足 $0.20\leqslant a\leqslant 0.30$．　下面有四个推断：

①表中 m 的值为 20；

②表中 b 的值可以为 7；

③这 m 天的日均可回收物回收量的中位数在 $4\leqslant x<5$ 组；

④这 m 天的日均可回收物回收量的平均数不低于 3．

所有合理推断的序号是

（A）①②　　（B）①③　　（C）②③④　　（D）①③④

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9．若根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____．

10．分解因式：$m^2n-4n=$ _____．

11．若多边形的内角和为其外角和的 3 倍，则该多边形的边数为_____．

12．化简代数式 $\left(x+1+\dfrac{1}{x-1}\right)\div\dfrac{x}{2x-2}$，正确的结果为_____．

13．甲、乙两位同学做中国结，已知甲每小时比乙少做 6 个，甲做 30 个所用的时间与乙做 45 个所用的时间相同，求甲每小时做中国结的个数．如果设甲每小时做 x 个，那么可列方程为 _____

14．小林想要计算一组数据 72，70，74，66，79，65 的方差 s_0^2．在计算平均数的过程中，将这组数据中的每一个数都减去 70，得到一组新数据 2，0，4，−4，9，−5．记这组新数据的方差为 s_1^2，则 s_1^2 _____ s_0^2．（填“＞”，“＝”或“＜”）

15．将直线 $y=x$ 的图象沿 y 轴向上平移 2 个单位长度后，所得直线的函数表达式为_____，这两条直线间的距离为_____．

16．如图，点 Q 为正六边形对角线的交点，机器人置于该正六边形的某顶点处．柱柱同

学操控机器人以每秒 1 个单位长度的速度在图 1 中给出的线段路径上运行，柱柱同学将机器人运行时间设为 t 秒，机器人到点 A 距离设为 y，得到函数图象如图 2. 通过观察函数图象，可以得到下列推断：

①该正六边形的边长为 1；　②当 $t=3$ 时，机器人一定位于点 Q；

③机器人一定经过点 D；　④机器人一定经过点 E；

其中正确的有（　　）.

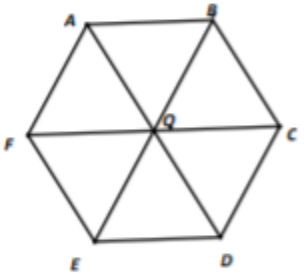


图 1

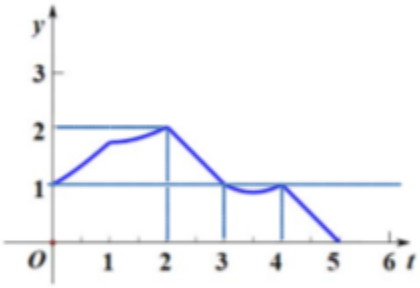


图 2

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27， 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$4\sin 45^\circ-\sqrt{8}+(\frac{1}{2})^{-2}+|3-\pi|$

18. 解分式方程：$\frac{3}{x^2-9}-\frac{2}{x-3}=\frac{1}{x+3}$.

19. 阅读下面材料：

在数学课上，老师提出如下问题：

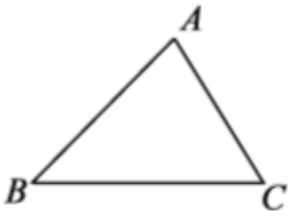
如图，已知△ABC，AB<BC，用尺规作图的方法在 BC 上取一点 P，使得 PA+PC=BC.

作法：

（1）作线段 AB 的垂直平分线 l.

（2）直线 l 交 BC 于点 P.

则点 P 就是所求的点.



证明：连接 PA

∵直线 L 垂直平分线段 AB

∴PA=PB　_____(填写正确的依据)

∵BC=PB+PC

∴PA+PC=BC.

解决下列问题：

（1） 利用尺规作图确定 P 点的位置

（2） 补全证明过程中的依据

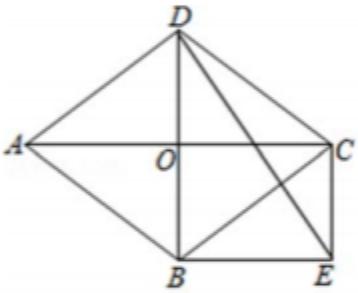
（3） 如果题干无 AB<BC 条件，在线段 BC 上点 P 不一定存在，在请画图说明.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2-4x+3=0$.

（1）当 $k=1$ 时，求此方程的根；

（2）若此方程有两个实数根，求 k 的取值范围.

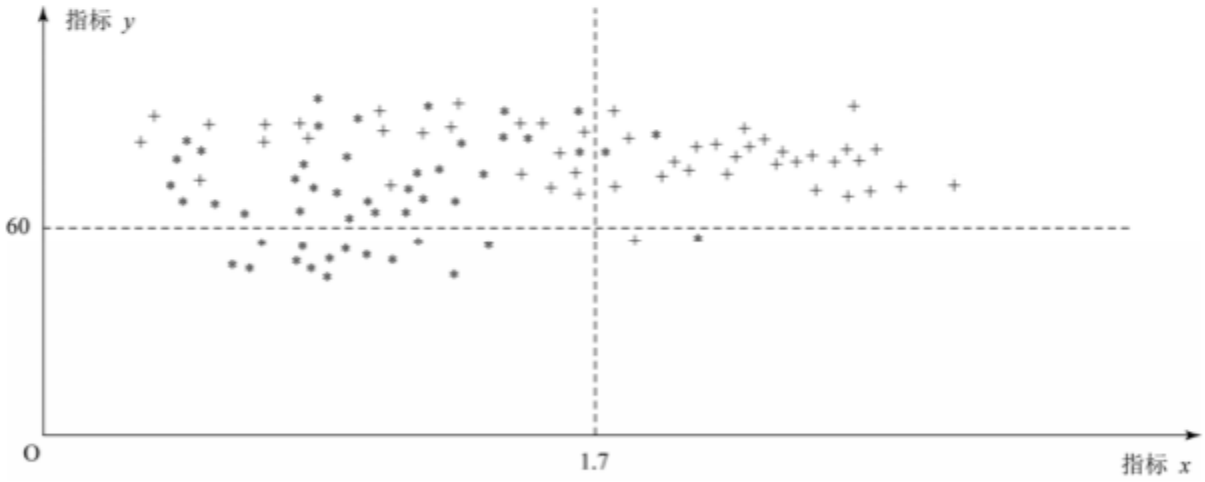
21．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 和 BD 交于点 O，分别过点 B、C 作 $BE\parallel AC$，$CE\parallel BD$，BE 与 CE 交于点 E.



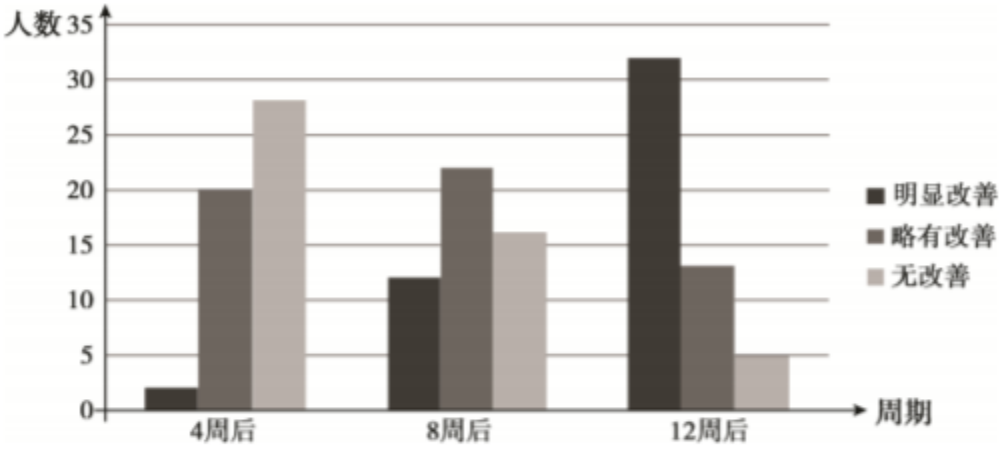
（1）求证：四边形 $OBEC$ 是矩形；

（2）当 $\angle ABD=60°$，$AD=2\sqrt{3}$ 时，求 $\angle EDB$ 的正切值.

22．为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，12 周后，记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据，并制成下图，其中“*”表示服药者，“+”表示未服药者；



同时记录了服药患者在 4 周、8 周、12 周后的指标 z 的改善情况，并绘制成条形统计图.



根据以上信息，回答下列问题：

（1）从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 x 的值大于 1.7 的概率；

（2）设这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差为 S_1^2，未服药者指标 y 数据的方差为 S_2^2，则 S_1^2 _____ S_2^2；（填“>”、“=”或“<”）

（3）对于指标 z 的改善情况，下列推断合理的是____.

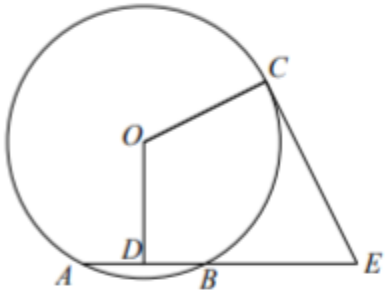
①服药 4 周后，超过一半的患者指标 z 没有改善，说明此药对指标 z 没有太大作用；

②在服药的 12 周内，随着服药时间的增长，对指标 z 的改善效果越来越明显.

23. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，D 是弦 AB 的中点，点 E 在 AB 的延长线上，连接 OC，OD，CE，$\angle CED+\angle COD=180°$.

（1）求证：CE 是⊙O 切线；

（2）连接 OB，若 $OB \parallel CE$，$\tan\angle CEB=2$，$OD=4$，求 CE 的长.



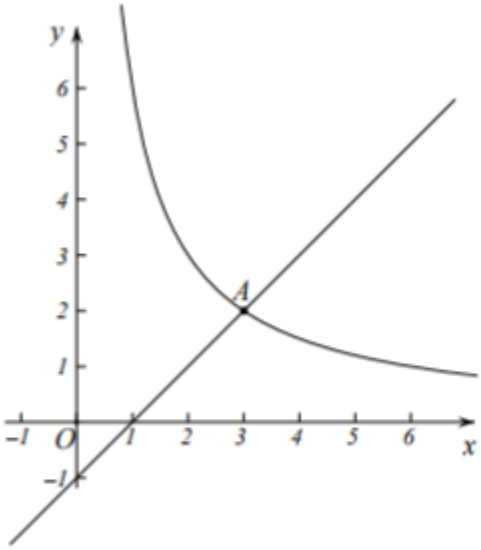
24. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象与直线 $y=x-1$ 交于点 A（3，m）

（1）求 k 的值

（2）已知点 P（n，0）（$n>0$），过点 P 作垂直于 x 轴的直线，交直线 $y=x-1$ 于点 B，交函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 图象于点 C.

①当 $n=4$ 时，判断线段 PC 与 BC 的数量关系，并说明理由；

②若 $PC\leqslant BC$，结合图象，直接写出 n 的取值范围.



25. 如图 1，四边形 $ABCD$ 为矩形，曲线 L 经过点 D. 点 Q 是四边形 $ABCD$ 内一定点，点 P 是线段 AB 上一动点，作 $PM\perp AB$ 交曲线 L 于点 M，连接 QM.

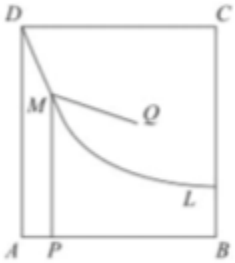


图 1

小东同学发现：在点 P 由 A 运动到 B 的过程中，对于 $x_1=AP$ 的每一个确定的值，$\theta=\angle QMP$ 都有唯一确定的值与其对应，x_1 与 θ 的对应关系如下表所示：

$x_1=AP$	0	1	2	3	4	5
$\theta=\angle QMP$	a	85°	130°	180°	145°	130°

小芸同学在读书时，发现了另外一个函数：对于自变量 x_2 在 $-2\leqslant x_2\leqslant 2$ 范围内的每一个值，都有唯一确定的角度 θ 与之对应，x_2 与 θ 的对应关系如图 2 所示：

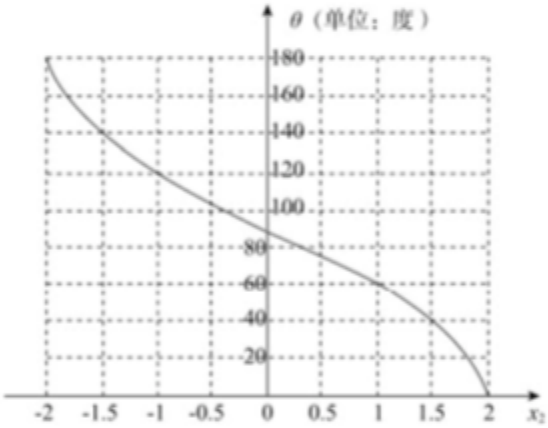


图 2

根据以上材料，回答问题：

(1)表格中 a 的值为_____.

(2)如果令表格中 x_1 所对应的 θ 的值与图 2 中 x_2 所对应的 θ 的值相等，可以在两个变量 x_1 与 x_2 之间建立函数关系.

①在这个函数关系中，自变量是_____，因变量是_____；(分别填入 x_1 和 x_2)

②请在网格中建立平面直角坐标系，并画出这个函数的图象；

③根据画出的函数图象，当 $AP=3.5$ 时，x_2 的值约为_____.

26. 在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=ax^2-4ax+3a$与y轴交于点A.

（1）求点A的坐标（用含a的式子表示）；

（2）求抛物线与x轴的交点坐标；

（3）已知点$P(a,\ 0)$，$Q(0,\ a-2)$，如果抛物线与线段PQ恰有一个公共点，结合函数图象，求a的取值范围.

27. 已知$\angle AOB=40°$，M为射线OB上一定点，$OM=1$，P为射线OA上一动点（不与点O重合），$OP<1$，连接PM，以点P为中心，将线段PM顺时针旋转$40°$，得到线段PN，连接MN.

（1）依题意补全图1；

（2）求证：$\angle APN=\angle OMP$；

（3）H为射线OA上一点，连接NH. 写出一个OH的值，使得对于任意的点P总有$\angle OHN$为定值，并求出此定值.

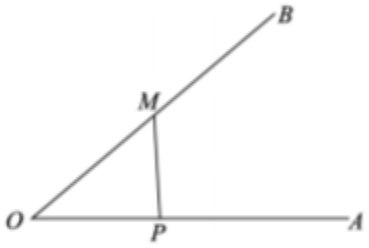
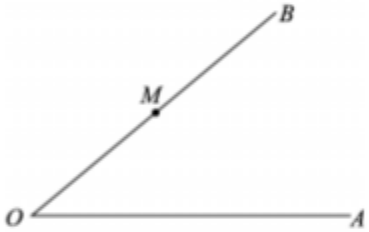


图1



备用图

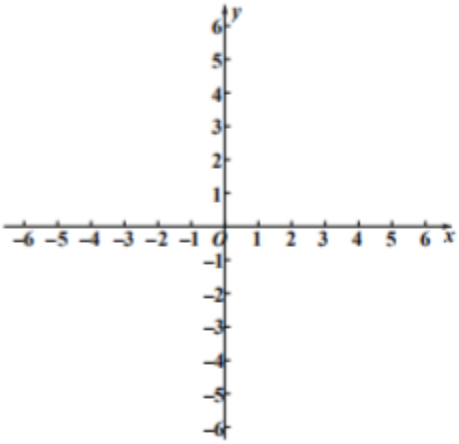
28. 已知：点P为图形M上任意一点，点Q为图形N上任意一点，若点P与点Q之间的距离PQ始终满足PQ>0，则称图形M与图形N相离.

（1）已知点A（1，2）、B（0，-5）、C（2，-1）、D（3，4）.

①与直线y=3x-5相离的点是_____；

②若直线y=3x+b与△ABC相离，求b的取值范围；

（2）设直线$y=\sqrt{3}x+3$、直线$y=-\sqrt{3}x+3$及直线y=-2围成的图形为W，⊙T的半径为1，圆心T的坐标为（t，0），直接写出⊙T与图形W相离的t的取值范围.



北京市育英中学初三数学模拟试题答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	D	C	D	D	D

二、填空题

9. $x\geqslant 1$　**10.** $n(m+2)(m-2)$　**11.** 8　**12.** $2x$　**13.** $\frac{30}{x}=\frac{45}{x+6}$

14. =　**15.** $y=x+2$，$\sqrt{2}$　**16.** ①②③

17. 计算：$4\sin 45°-\sqrt{8}+(\frac{1}{2})^{-1}+|3-\pi|$

解：原式$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+4+\pi-3$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4+\pi-3$

$=\pi+1$.

18. 解：$3-2(x+3)=x-3$.

$3-2x-6=x-3$.

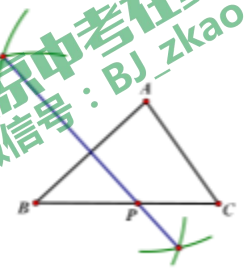
$-3x=0$.

$x=0$.

经检验，$x=0$ 是原方程的解.

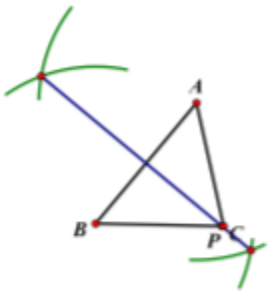
∴原方程的解是 $x=0$.

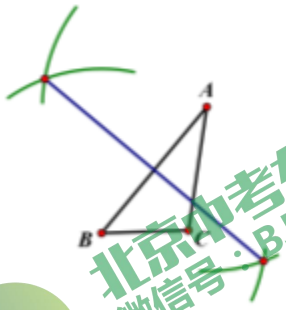
19.（1）如图



（2）线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等

（3）





20.（1） 当 $k=1$ 时，此方程为 $x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$

$x_1=1$ ，$x_2=3$

（2） 由题意得 $k\neq 0$，

$\Delta=16-12k\geq 0$

$\therefore k\leq\frac{4}{3}$

$\therefore k\leq\frac{4}{3}$ 且 $k\neq 0$

21.解：（1）∵BE∥AC，CE∥BD，

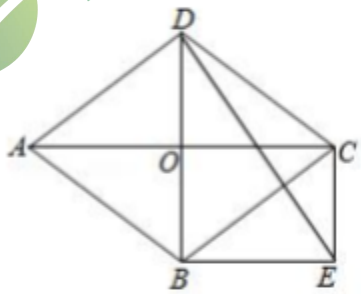
∴四边形 OBEC 为平行四边形.

∵ABCD 为菱形，

∴AC⊥BD.

∴∠BOC=90°.

∴四边形 OBEC 是矩形.



（2）∵AD=AB，∠DAB=60°，

∴△ABD 为等边三角形.

∴BD=AD=AB=$2\sqrt{3}$.

∵ABCD 为菱形，∠DAB=60°，

∴∠BAO=30°.

$\therefore OC=OA=3$.

$\therefore BE=3$

$\therefore \tan\angle EDB=\frac{BE}{BD}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

22．解：(1) 指标 x 的值大于 1.7 的概率$=3\div 50=\frac{3}{50}$ 或 6%.

(2) S_1^2 __>__ S_2^2；（填“>”、“=”或“<”）

(3) 推断合理的是__②__.

23．（1）证明：如图 1，

$\because D$ 是弦 AB 的中点，OD 过圆心，

$\therefore OD\perp AB$

即 $\angle ODB=90°$

$\because$ 在四边形 $ODEC$ 中，

$\angle CED+\angle COD=180°$，

$\therefore \angle OCE=90°$.

又$\because OC$ 是⊙O 的半径，

$\therefore CE$ 是⊙O 切线.

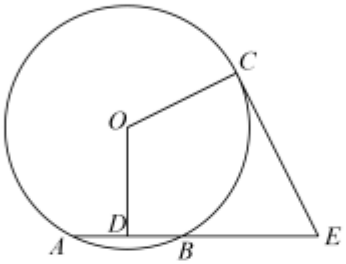


图 1

（2）解：　延长 CO，EA 交于点 F，如图 2.

$\because OB\parallel CE$，

$\therefore \angle BOF=\angle ECO=90°$，$\angle 1=\angle E$.

在 Rt△ODB 中，$\tan\angle 1=\frac{OD}{BD}=2$，$OD=4$，

$\therefore BD=2$，$OB=2\sqrt{5}$.

在 Rt△BOF 中，$\tan\angle 1=\frac{OF}{OB}=2$，

$\therefore OF=2OB=4\sqrt{5}$.

$\because OB\parallel CE$，

$\therefore \triangle BOF\backsim\triangle ECF$

$\therefore \frac{OB}{CE}=\frac{OF}{CF}$

即 $\frac{2\sqrt{5}}{CE}=\frac{4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}+2\sqrt{5}}$

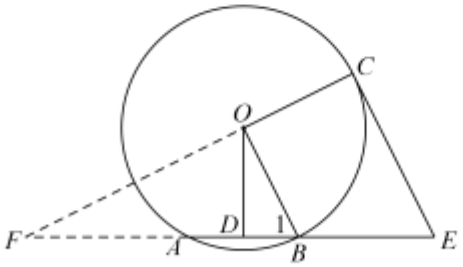


图 2

$\therefore CE=3\sqrt{5}$.

24.（1）把 $x=3$ 代入 $y=x-1$ 得 $y=2$ $\therefore A$（3,2）

又 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 图象过点 A（3,2）

解得 $k=6$

（2）① $PC=BC$

当 $n=4$ 时， B（4,3） C（4,$\dfrac{3}{2}$）

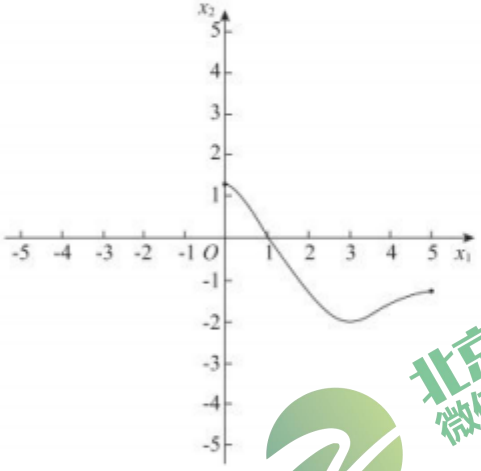
$PC=\dfrac{3}{2}$，$BC=\dfrac{3}{2}$

② $0<n\leq 1$ 或 $n\geq 4$

25. 解：(1)50 …… （2 分）

(2)①x_1，x_2 …… （4 分）

②



…… （5 分）

③－1.87 …… （6 分）

26. 解. （1）令 $x=0$，则 $y=3a$，

∴点 A 的坐标为（0，3a）.

（2）令 $y=0$，则 $ax^2-4ax+3a=0$.

∵$a\neq 0$， ∴解得 $x_1=1, x_2=3$.

∴抛物线与 x 轴的交点坐标分别为（1，0），（3，0）.

（3）①当 $a<0$ 时，

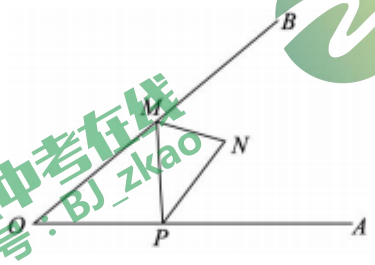
可知 $3a \geq a-2$.　　解得 $a \geq -1$.

∴ a 的取值范围是 $-1 \leq a < 0$.

② 当 $a>0$ 时，由①知 $a \geq -1$ 时，点 Q 始终在点 A 的下方，所以抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点时，只要 $1 \leq a < 3$ 即可.

综上所述，a 的取值范围是 $-1 \leq a < 0$ 或 $1 \leq a < 3$.

27．解：（1）补全图形，如图所示.



（2）证明：根据题意可知，∠MPN=∠AOB =40°，

∵∠MPA =∠AOB +∠OMP=∠MPN +∠APN,

∴∠APN=∠OMP.

（3）解：　OH 的值为 1.

在射线 PA 上取一点 G，使得 PG=OM，连接 GN.

根据题意可知，MP=NP.

∴△OMP≌△GPN.

∴OP=GN，∠AOB=∠NGP=40°.

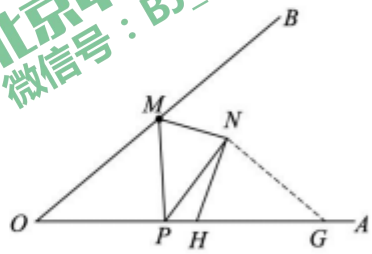
∴PG=OH.

∴OP=HG.

∴NG=HG.

∴∠NHG=70°.

∴∠OHN=110°.



28．解：（1）①与直线 $y=3x-5$ 相离的点是 A、C；

②当直线 $y=3x+b$ 过点 A（1，2）时，

$3+b=2$.

∴$b=-1$.

当直线 $y=3x+b$ 过点 C（2，−1）时，

$6+b=-1$.

$\therefore b=-7$.

$\therefore b$ 的取值范围是 $b>-1$ 或 $b<-7$.

（2）t 的取值范围是：$t<-\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 或 $t>\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{3}<t<\frac{\sqrt{3}}{3}$.