



2021 北京高中合格考数学

(第二次)

2021.7

第一部分 (选择题 共 60 分)

一、选择题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

(1) 已知集合 $A = \{1, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- (A) $\{1, 2, 3\}$
- (B) $\{1, 2, 3, 4\}$
- (C) $\{2, 3, 4, 5\}$
- (D) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(2) 已知向量 $\vec{a} = (1, -1)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, 那么 $2\vec{a} + \vec{b} =$ ()

- (A) $(0, -1)$
- (B) $(-1, 0)$
- (C) $(-2, -2)$
- (D) $(-4, -4)$

(3) 《北京 2022 年冬奥会——冰上运动》纪念邮票一套共有 5 枚，邮票图案名称分别为：短道速滑、花样滑冰、速度滑冰、冰壶、冰球.小冬买了一套该种纪念邮票，准备随机送给小冰等 5 位同学，每人 1 枚，则小冰收到邮票的图案名称是短道速滑的概率为

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{2}{3}$
- (C) $\frac{1}{5}$
- (D) $\frac{2}{5}$

(4) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，若 $f(1) = 1$, 则 $f(-1) =$ ()

- (A) -1
- (B) 0
- (C) 1
- (D) 2

(5) 某田径队有运动员 100 人，其中男运动员 60 人，女运动员 40 人.为了解田径队运动员的睡眠情况，采用分层抽样的方法获得一个容量为 20 的样本，那么应抽取男运动员的人数为 ()

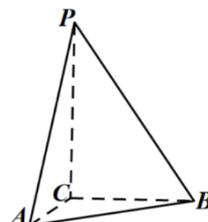
- (A) 10
- (B) 12
- (C) 14
- (D) 16

(6) 若复数 $z = 3 + 4i$, 则 $|z| =$ ()

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 7

(7) 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PC \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$, $AC = BC = 2$, $PC = 3$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 ()

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 6
- (D) 12





(8) 不等式 $(x+1)(x-3) < 0$ 的解集是

- (A) $\{x | -1 < x < 3\}$ (B) $\{x | -3 < x < 1\}$ (C) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$ (D) $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

(9) 在复平面内, 复数 $z = -1 + i$ 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(10) $9^{\frac{1}{2}} - \log_3 9 =$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

(11) 函数 $y = e^x$ 与 $y = e^{-x}$ 的图像

- (A) 关于 x 轴对称 (B) 关于 y 轴对称
(C) 关于原点对称 (D) 关于直线 $y = x$ 对称

(12) 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

- (A) $y = \frac{3}{x}$ (B) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ (C) $y = -x + 1$ (D) $y = x^3$

(13) 已知 $x \in \mathbb{R}$ 且 $x > 0$, 则 $4x + \frac{1}{x}$ 的最小值是

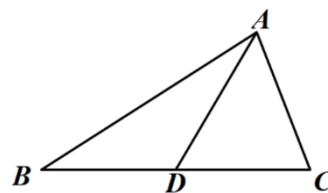
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(14) 掷一枚均匀的骰子, 观察朝上的面的点数. 记事件 $A = \text{“点数为奇数”}$, 事件 $B = \text{“点数大于 4”}$, 则事件 $A \cap B =$

- (A) “点数为 3” (B) “点数为 4” (C) “点数为 5” (D) “点数为 6”

(15) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 的中点, 下列结论中正确的是

- (A) $\vec{AB} = \vec{AC}$ (B) $\vec{BD} = \vec{CD}$
(C) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ (D) $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$



(16) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x+2, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(2) =$

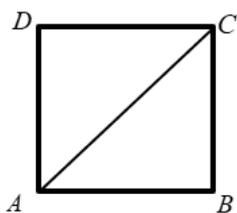
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(17) 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 60^\circ$, $b = 5$, $c = 8$, 那么 $a =$

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10



(18) 如图，四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形，那么 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} =$



- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2

(19) 已知 $a \in \mathbb{R}$ ，则“ $a = 1$ ”是“ $a^2 = 1$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(20) 某停车场的停车收费标准如下表所示：

停车收费标准		小型车	大型车
白天 (7:00-19:00)	首小时内	2.5 元/15 分钟	5 元/15 分钟
	首小时后	3.75 元/15 分钟	7.5 元/15 分钟
夜间 (19:00 (不含) -次日 7:00)		1 元/2 小时	2 元/2 小时
注：白天停车收费以 15 分钟为 1 个计时单位，夜间停车收费以 2 小时为 1 个计时单位，满 1 个计时单位后方可收取停车费，不足 1 个计时单位的不收取费用。			

李明驾驶家用小轿车于 17:30 进入该停车场，并于当天 21:10 驶出该停车场，则李明应缴纳的停车费为

- (A) 13.5 元 (B) 18.5 元 (C) 20 元 (D) 27.5 元

第二部分（非选择题 共 40 分）

二、填空题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分.

(21) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$ ，则 $f(x)$ 的定义域是_____.

(22) 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$ ， $\vec{b} = (2, m)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则实数 $m =$ _____； $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

(23) 计算 $\sin 13^\circ \cos 32^\circ + \cos 13^\circ \sin 32^\circ =$ _____.



(24) 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是 BC_1 的中点.

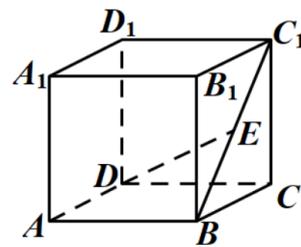
给出下列三个结论:

① $BC_1 \parallel$ 平面 ADD_1A_1 ;

② $BC_1 \perp DE$;

③ 线段 BC_1 的长度大于线段 DE 的长度.

其中所有正确结论的序号是_____.



三、解答题共 4 小题, 共 28 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(25) (本小题 7 分)

已知函数 $f(x) = \sin 2x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值及相应 x 的值.



(26) (本小题 7 分)

阅读下面题目及其解答过程.

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - bx + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .

(I) 求实数 b 的取值范围;

(II) 用含有 b 的代数式表示 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

解: (I) 因为关于 x 的一元二次方程 $x^2 - bx + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根,

所以 $\Delta = \underline{\text{①}} > 0$.

解得 $\underline{\text{②}}$.

所以 b 的取值范围是 $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$.

(II) 不妨设 $x_1 < x_2$, 则 $x_1 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 16}}{2}$, $x_2 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 16}}{2}$,

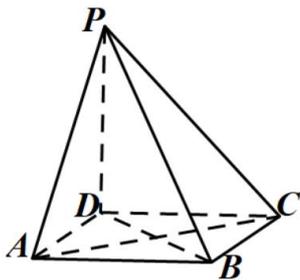
所以 $x_1 + x_2 = \underline{\text{③}}$, $x_1 x_2 = \underline{\text{④}}$.

所以 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \underline{\text{⑤}}$.

(27) (本小题 7 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$.

(I) 求证: $BC \parallel$ 平面 PAD ;

(II) 求证: $AC \perp$ 平面 PBD .





(28) (本小题 7 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ 与 $g(x) = ax - 1$.

(I) 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的零点, 求 a 的值;

(II) 若 $f(x) + g(x) \geq 0$ 对 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的最小值.



参考答案

一、选择题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	C	B	C	B	A	B	C
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	D	D	C	D	D	A	B	A	B

二、填空题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分.

(21) $[0, +\infty)$. (22) 2; 4. (23) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (24) ①②③.

三、答题共 4 小题，共 28 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

(25) $T = \pi$ $1; \frac{\pi}{4}$

(26)

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - bx + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .

(I) 求实数 b 的取值范围;

(II) 用含有 b 的代数式表示 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

解: (I) 因为关于 x 的一元二次方程 $x^2 - bx + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根,

所以 $\Delta =$ B > 0 .

解得 B.

所以 b 的取值范围是 $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$.

(II) 不妨设 $x_1 < x_2$, 则 $x_1 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 16}}{2}$, $x_2 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 16}}{2}$,

所以 $x_1 + x_2 =$ A, $x_1 x_2 =$ A.

所以 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} =$ B.

以上题目的解答过程中，设置了五个空格，如下的表格中为每个空格给出了两个选项，其中只有一个正确，请选出你认为正确的选项，并填写在答题卡的指定位置（只需填写“A”或“B”）.



空格序号	选项	
①	(A) $b^2 - 4$	(B) $b^2 - 16$
②	(A) $b > 2$ 或 $b < -2$	(B) $b > 4$ 或 $b < -4$
③	(A) b	(B) $-b$
④	(A) 4	(B) -4
⑤	(A) $-\frac{b}{4}$	(B) $\frac{b}{4}$

(27) 略

(28) 简析: (I) 令 $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} = 0$, 即 $x^3 + 1 = 0$, 所以 $f(-1) = 0$, 故 $g(-1) = -a - 1 = 0$, 解得 $a = -1$;

(II) 由题 $f(1) + g(1) = 1 + 1 + a - 1 \geq 0$, 解得 $a \geq -1$.

当 $a = -1$ 时, 经检验符合题意, 可确定 a 的最小值为 -1 .