



初三第二学期 4 月份自主学习检测试题

数学

(清华附中初 17 级)

2020.4

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

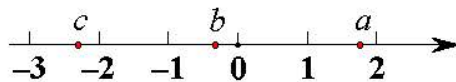
1. 下列常用手机 APP 的图标中, 是中心对称图形的是 ()



2. 面对新冠肺炎疫情对经济运行的冲击, 中国人民银行营业管理部 (中国人民银行总行在京派驻机构) 与相关部门多方动员, 合力推动辖内 9 家全国性银行北京分行和 3 家地方法人银行为疫情防控重点企业提供优惠利率贷款, 有力有序推动企业复工复产。截至 2020 年 4 月 2 日, 已发放优惠利率贷款 573 笔, 金额 280 亿元。将 280 亿元用科学技术法表示应为 ()

- A. 28 × 10^9 元 B. 2.8 × 10^9 元 C. 2.8 × 10^10 元 D. 2.8 × 10^11 元

3. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ()



- A. |c| > 3 B. b - c > 0 C. ab > 0 D. a + c > 0

4. 若一个正多边形的外角为 72°, 则这个正多边形的内角和为 ()

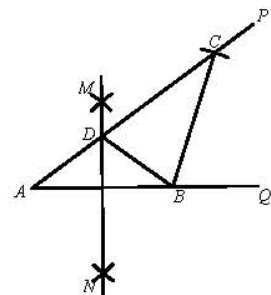
- A. 360° B. 540° C. 720° D. 900°

5. 如果 a^2 - a - 6 = 0, 那么代数式 (a-1)/a^2 ÷ ((a^2+1)/(2a) - 1) 的值为 ()

- A. 1/3 B. 3 C. -1/3 D. -3

6. 已知 ∠PAQ = 36°, 点 B 为射线 AQ 上一固定点, 按以下步骤作图:

- ① 分别以 A, B 为圆心, 大于 1/2 AB 的长为半径画弧, 相交于两点 M, N;
② 作直线 MN 交射线 AP 于点 D, 连接 BD;
③ 以 B 为圆心, BA 长为半径画弧, 交射线 AP 于点 C.

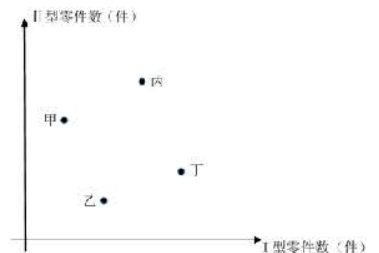


根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是 ()

- A. ∠CDB = 72 B. △ADB ~ △ABC
C. CD : AD = 2 : 1 D. ∠ABC = 3∠ACB

7. 甲、乙、丙、丁四名工人一天中生产零件的情况如图所示, 每个点的横、纵坐标分别表示该工人一天中生产 I 型、II 型零件数, 则四名工人中日生产零件总数最大的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁



8. 为了传承中华文化, 激发学生的爱国情怀, 提高学生的文学素养, 某学校初二(8)班举办了“乐知杯古诗词”大赛. 现有小璟、小桦、小花三位同学进入了最后冠军的角逐. 决赛共分为六轮, 规定: **每轮分别决出第 1, 2, 3 名(不并列), 对应名次的得分都分别为 $a, b, c(a > b > c$ 且 a, b, c 均为正整数); 选手最后得分为各轮得分之和, 得分最高者为冠军.** 下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况, 根据题中所给信息, 下列说法正确的是 ()

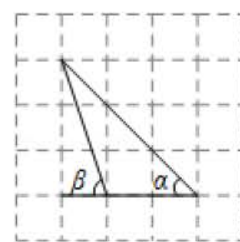
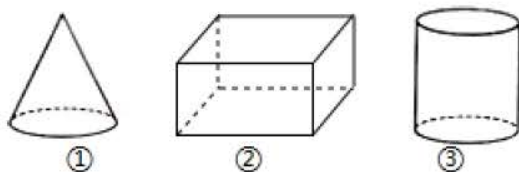
	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小璟	a			a			26
小桦		a			b	c	11
小花		b		b			11

- A. 小璟可能有一轮比赛获得第二名 B. 小桦有三轮比赛获得第三名
C. 小花可能有一轮比赛获得第一名 D. 每轮比赛第一名得分 a 为 5

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 使 $\frac{\sqrt{3-x}}{x}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

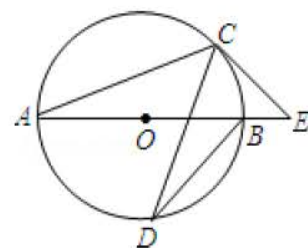
10. 在如图所示的几何体中, 其三视图中有长方形的是_____ (填序号).



11. 如图所示的网格是正方形网格, 则 $\tan\alpha$ _____ $\tan\beta$. (填“>”, “=”或“<”)

12. 用一组整数 a, b, c 的值说明命题“若 $a > b > c$, 则 $a + b > c$ ”是错误的, 这组值可以是 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.

13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上的点, $\angle CDB = 20^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E , 则 $\angle E =$ _____.



14. 一中和二中举行数学知识竞赛, 参赛学生的竞赛得分统计结果如表:

学校	参赛人数	平均数	中位数	方差
一中	45	83	86	82
二中	45	83	84	135

某同学分析上表后得到如下结论:

- ①一中和二中学生的平均成绩相同;
②一中优秀的人数多于二中优秀的人数 (竞赛得分 ≥ 85 分为优秀);

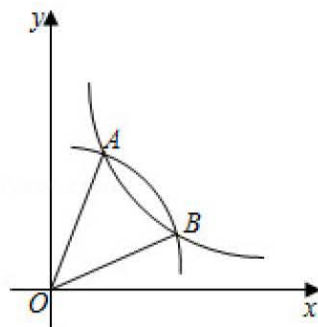


③二中成绩比一中成绩稳定.

上述结论中正确的是_____。(填写所有正确结论的序号)

15. 如图, 以点 O 为圆心, 半径为 2 的圆与 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 A, B , 若

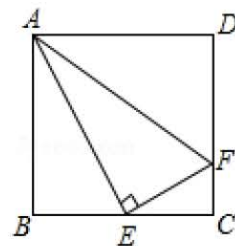
$\angle AOB = 30^\circ$, 则 k 的值为_____.



16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, F 是 CD 上一点, $AE \perp EF$. 有下列结论:

- ① $\angle BAE = 30^\circ$; ② 射线 FE 是 $\angle AFC$ 的角平分线;
- ③ $AE^2 = AD \cdot AF$; ④ $AF = AB + CF$.

其中正确结论为是_____. (填写所有正确结论的序号)



三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $(4 - \pi)^0 - |-\sqrt{3}| - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + 3 \tan 30^\circ$

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4(x-1) \leq x+2 \\ \frac{x-2}{3} < x \end{cases}$$
, 并求非负整数解.

19. 下面是娜娜设计的“作一个角等于已知角”的尺规作图过程.

已知: $RT\triangle ABC$,

求作: AB 上作点 D , 使 $\angle BCD = \angle A$.

作法: 如图, 以 AC 为直径作圆, 交 AB 于 D , 所以点 D 就是所求作的点;

根据娜娜设计的作图过程, 完成下面的证明.

证明: $\because AC$ 是直径

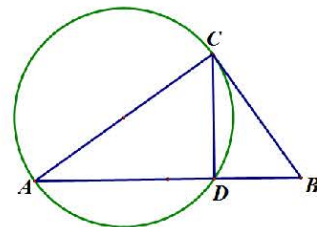
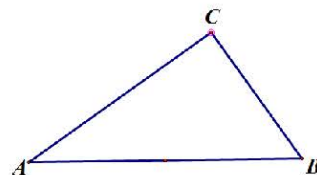
$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ (_____)(填推理的依据)

即 $\angle ACD + \angle A = 90^\circ$

$\because \angle ACB = 90^\circ$

即 $\angle ACD + \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$

$\therefore \angle BCD = \angle A$ (_____)(填推理的依据).

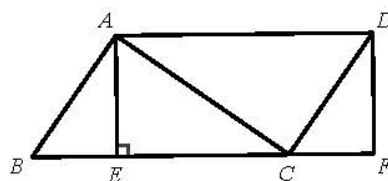


20. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根,

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 若方程有一个根为 0, 求此时 m 的值.

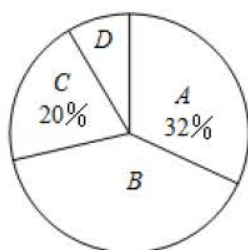


- 21.如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于 E ，点 F 在 BC 延长线上，且 $CF=BE$ ，连接 AC ， DF
- (1) 求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；
- (2) 若 $\angle ACD=90^\circ$ ， $CF=3$ ， $DF=4$ ，求 AD 的长度.

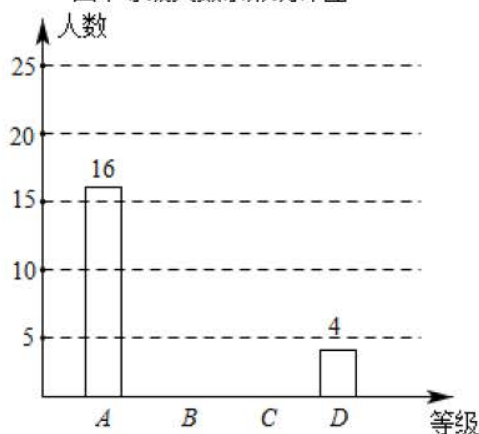


22. 央视举办的《主持人大赛》受到广泛的关注. 某中学学生会就对《主持人大赛》节目的喜爱程度，在校内对部分学生进行了问卷调查，并对问卷调查的结果分为“非常喜欢”、“比较喜欢”、“感觉一般”、“不太喜欢”四个等级，分别记作 A 、 B 、 C 、 D . 根据调查结果绘制出如图所示的扇形统计图和条形统计图，请结合图中所给信息解答下列问题：

四个等级人数扇形统计图



四个等级人数条形统计图

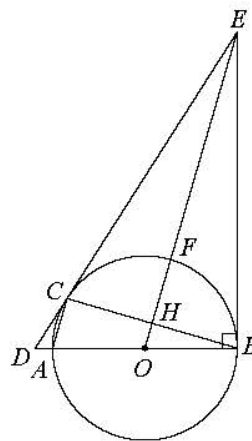


- (1) 本次被调查对象共有_____人；扇形统计图中被调查者“比较喜欢”等级所对应圆心角的度数为_____；
- (2) 将条形统计图补充完整，并标明数据；
- (3) 若选“不太喜欢”的人中有两个女生和两个男生，从选“不太喜欢”的人中挑选两个学生了解不太喜欢的原因，请用列举法（画树状图或列表）求所选取的这两名学生恰好是一男一女的概率.

- 23.如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点，过点 C 作 $\odot O$ 的切线，交 BA 的延长线交于点 D ，过点 B 作 $BE \perp BA$ ，交 DC 延长线于点 E ，连接 OE ，交 $\odot O$ 于点 F ，交 BC 于点 H ，连接 AC .

- (1) 求证： $\angle ECB = \angle EBC$ ；

- (2) 连接 BF ， CF ，若 $BF=5$ ， $\sin \angle FBC = \frac{3}{5}$ ，求 AC 的长.



24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象与直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 交于点 $A(2, m)$.

(1) 求 k, m 的值;

(2) 已知点 $P(n, 0)$, 过点 P 作平行于 y 轴的直线, 交直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 于点 B , 交函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$)

的图象于点 C . 若 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象在点 A, C 之间的部分与线段 AB, BC 所围成的区域内 (不包括

边界), 记作图形 G . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点.

① 当 $n = 4$ 时, 直接写出图形 G 的整点坐标;

② 若图形 G 恰有 2 个整点, 直接写出 n 的取值范围.

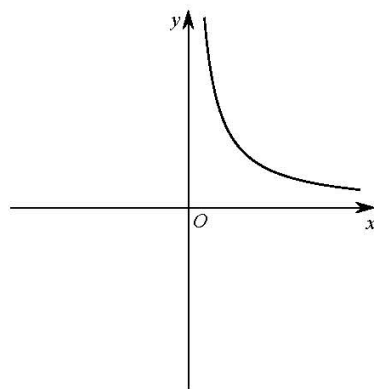
25. 在研究反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象与性质时, 我们对函数解析式进行了深入分析.

首先, 确定自变量 x 的取值范围是全体非零实数, 因此函数图象会被 y 轴分成两部分; 其次, 分析解析式, 得到 y 随 x 的变化趋势: 当 $x > 0$

时, 随着 x 值的增大, $\frac{1}{x}$ 的值减小, 且逐渐接近于零, 随着 x 值的减小,

$\frac{1}{x}$ 的值会越来越大, 由此, 可以大致画出 $y = \frac{1}{x}$ 在 $x > 0$ 时的部分图象,

如图 1 所示:

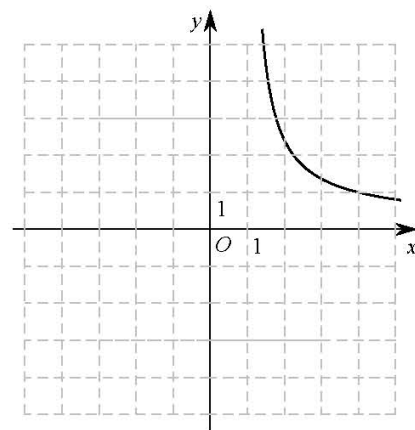


利用同样的方法, 我们可以研究函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ 的图象与性质. 通过分析解析式画出部分函数图象如图 2 所示.

(1) 请沿此思路在图 2 中完善函数图象的草图并标出此函数图象上横坐标为 0 的点 A ; (画出网格区域内的部分即可)

(2) 观察图象, 写出该函数的一条性质: _____;

(3) 若关于 x 的方程 $\frac{1}{\sqrt{x}-1} = a(x-1)$ 有两个不相等的实数根, 结合图象, 直接写出实数 a 的取值范围: _____.



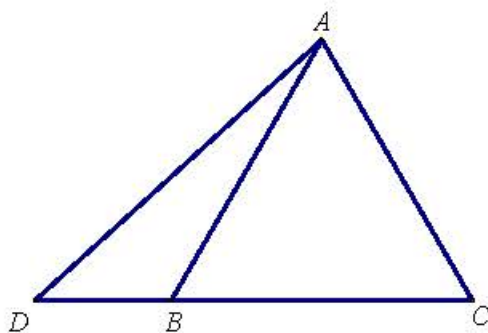
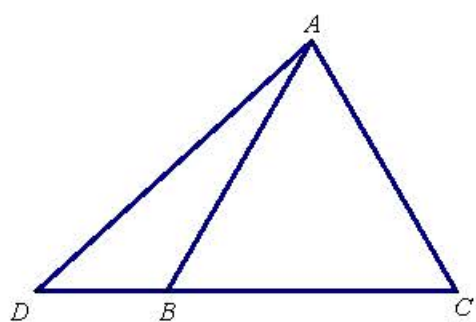
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x$ ($a \neq 0$) 的对称轴与 x 轴交于点 P .

(1) 求点 P 的坐标 (用含 a 的代数式表示);

(2) 记函数 $y = -x + 2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 的图象为图形 M , 若抛物线与图形 M 恰有一个公共点, 结合函数的图象, 求 a 的取值范围.



27. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 CB 延长线上一动点($BD < BC$), 连接 AD , 点 B 关于直线 AD 的对称点为 E , 过 D 作 $DF \parallel AB$ 交 CE 于点 F .
- (1) 依题意补全图形;
 - (2) 求证: $AD = CF$;
 - (3) 当 $\angle DCE = 15^\circ$ 时, 直接写出线段 AD, EF, BC 之间的数量关系.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和 $\odot C$, 给出如下的定义: 若 $\odot C$ 上存在两个点 A, B , 使得 $\angle APB = 60^\circ$, 则称 P 为 $\odot C$ 的可见点.

(1) 当 $\odot O$ 的半径为1时,

①在点 $D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 、 $E(1,1)$ 、 $F(3,0)$ 中, $\odot O$ 的可见点是_____.

②过点 $M(4,0)$ 作直线 $l: y = kx + b$, 若直线 l 上存在 $\odot O$ 的可见点, 求 b 的取值范围;

(2) 若 $T(t,0)$, $\odot T$ 的半径为1, 直线 $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{2}t$ 上存在 $\odot T$ 的可见点且所有可见点构成的线段长度为 n , 若 $0 < n \leq 2\sqrt{3}$, 直接写出 t 的取值范围.

