北京市朝阳区 2016—2017 学年度第一学期期末检测

九年级数学试卷　2017.1

一、选择题（本题共 30分，每小题 3分）

第 1—10题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．二次函数 $y=(x-1)^2-3$的最小值是

A．2　　B．1　　C．-2　　D．-3

2．下列事件中，是必然事件的是

A．明天太阳从东方升起

B．射击运动员射击一次，命中靶心

C．随意翻到一本书的某页，这页的页码是奇数

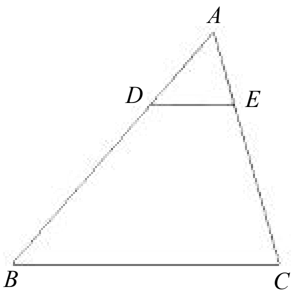
D．经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

3．一个不透明的盒子中装有 6个大小相同的乒乓球，其中 4个是黄球，2个是白球，从该盒子中任意摸出一个球，摸到黄球的概率是

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{1}{3}$

4．如图，在△ABC中，$DE \parallel BC$，DE分别交 AB，AC于点 D，E，若 $AD:DB=1:2$，则△ADE与△ABC的面积之比是

A．$1:3$　　B．$1:4$　　C．$1:9$　　D．$1:16$



5．已知点 $A(1，a)$与点 $B(3，b)$都在反比例函数 $y=-12x$的图象上，则 a与 b之间的关系是

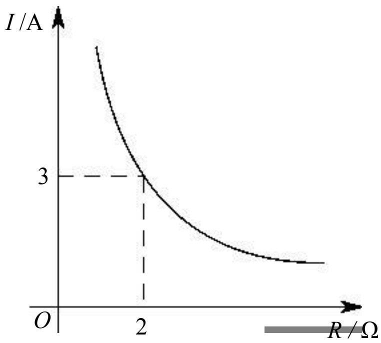
A．$a>b$　　B．$a<b$　　C．$a\geqslant b$　　D．$a=b$

6．已知圆锥的底面半径为 2cm，母线长为3cm，则它的侧面展开图的面积为

A．$18\pi cm^2$　　B．$12\pi cm^2$　　C．$6\pi cm^2$　　D．$3\pi cm$

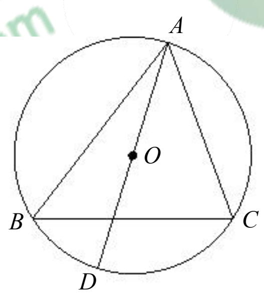
7．已知蓄电池的电压为定值，使用蓄电池时，电流 I（单位：A）与电阻 R（单位：Ω）是反比例函数关系，它的图象如图所示，则用电阻 R表示电流 I的函数表达式为

A．$I=\frac{3}{R}$　　B．$I=-\frac{6}{R}$　　C．$I=-\frac{3}{R}$　　D．$I=\frac{6}{R}$



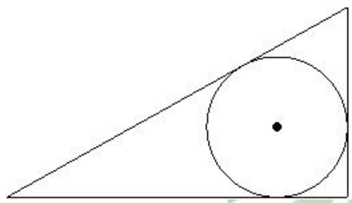
8．如图，⊙O是△ABC的外接圆，AD是⊙O的直径．若⊙O的半径为 5，$AC=8$，则 $\cos B$的值是

A．$\frac{4}{3}$　　　　B．$\frac{3}{5}$　　　　C．$\frac{3}{4}$　　　　D．$\frac{4}{5}$



9．《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有这样一个问题：“今有勾八步，股十五步，问勾中容圆，径几何？”其意思是：“如图，今有直角三角形，勾（短直角边）长为 8步，股（长直角边）长为 15步，问该直角三角形能容纳的圆形（内切圆）直径是多少？”此问题中，该内切圆的直径是

A．5步　　　　B．6步　　　　C．8步　　　　D．10步



10．已知二次函数 $y_1=ax^2+bx+c(a\neq 0)$和一次函数 $y_2=kx+n(k\neq 0)$的图象如图所示，下面有四个推断：

①二次函数 y_1有最大值

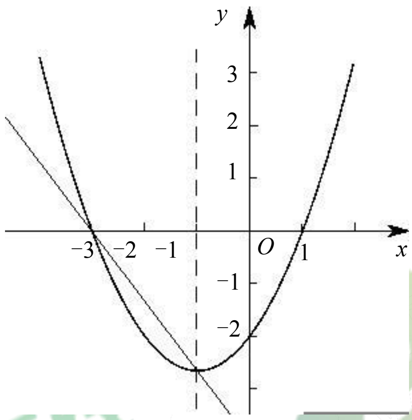
②二次函数 y_1的图象关于直线 $x=-1$对称

③当 $x=2$时，二次函数 y_1的值大于 0

④过动点 $P(m，0)$且垂直于 x轴的直线与函数 y_1，y_2的图象的交点分别为 C，D，当点C位于点

D，当点 C 位于点 D 上方时，m 的取值范围是 $m<-3$ 或 $m>-1$．其中正确的是

A．①③　　　　B．①④　　　　C．②③　　　　D．②④

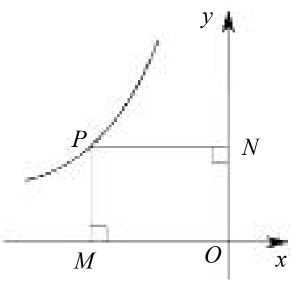


二、填空题（本题共 18分，每小题 3分）

11．将二次函数 $y=x^2-2x-5$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为 $y=$________.

12．抛物线 $y=x^2-2x+m$ 与 x 轴有两个公共点，请写出一个符合条件的表达式为________.

13．如图，若点 P 在反比例函数 $y=-\frac{3}{x}\ (x<0)$ 的图象上，过点 P 作 $PM\perp x$ 轴于点 M，$PN\perp y$ 轴于点 N，则矩形 $PMON$ 的面积为________.

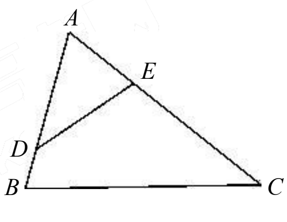


14．某农科所在相同条件下做某种作物种子发芽率的试验，结果如下表所示：

种子个数 n	1000	1500	2500	4000	8000	15000	20000	30000
发芽种子个数 m	899	1365	2245	3644	7272	13680	18160	27300
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.899	0.910	0.898	0.911	0.909	0.912	0.908	0.910

则该作物种子发芽的概率约为________.

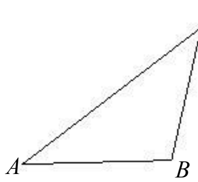
15．如图，△ABC 中，D，E 分别是 AB，AC 边上一点，连接 DE，请你添加一个条件，使△ADE∽△ACB，则你添加的这一个条件可以是________（写出一个即可）．



16．阅读下面材料：

在数学课上，老师提出利用尺规作图完成下面问题：

已知：$\angle ACB$是$\triangle ABC$的一个内角，



求作：$\angle APB=\angle ACB$.

小明的作法如下：

如图：

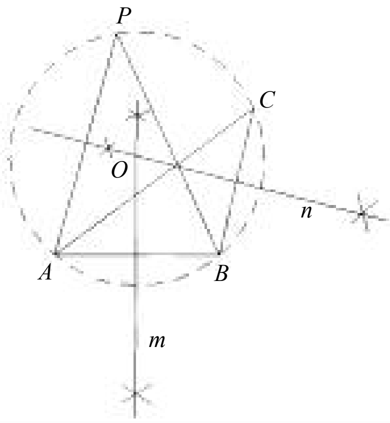
①作线段 AB的垂直平分线 m；

②作线段 BC的垂直平分线 n，与直线 m交于点O；

③以点 O为圆心，OA为半径作$\triangle ABC$的外接圆；

④在 ACB上取一点 P，连接 AP，BP；

所以$\angle APB=\angle ACB$.



老师说："小明的作法正确".

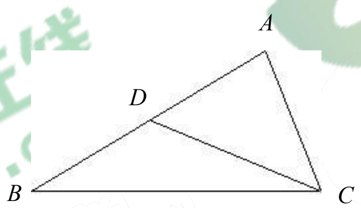
请回答：（1）点O为$\triangle ABC$外接圆圆心（即 $OA=OB=OC$）的依据是________；

（2）$\angle APB=\angle ACB$的依据是________

三、解答题（本题共 72分，第 17—26题每小题 5分，第 27题 7分，第 28题 7分，第 29题 8分）

17．计算： $2\sin 45°+\tan 60°+2\cos 30°-\sqrt{12}$.

18．如图，$\triangle ABC$中，点 D在边 AB上，满足$\angle ACD=\angle ABC$，若 $AC=\sqrt{3}$，$AD=1$，求 DB的长.



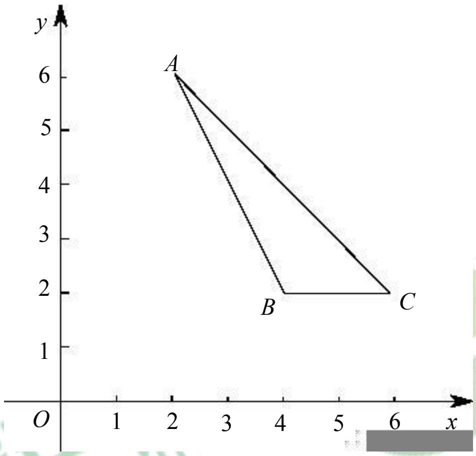
19．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$中，函数 y与自变量 x的部分对应值如下表：

x	…	–2	–1	0	2	…
y	…	–3	–4	–3	5	…

（1）求二次函数的表达式，并写出这个二次函数图象的顶点坐标；

（2）求出该函数图象与 x 轴的交点坐标．

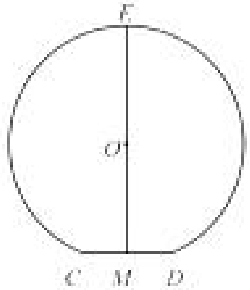
20．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，△ABC 的三个顶点分别为 $A(2,6)$，$B(4,2)$，$C(6,2)$．



（1）以原点 O 为位似中心，将△ABC 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$，得到△DEF，请在第一象限内画出△DEF；

（2）在（1）的条件下，点 A 的对应点 D 的坐标为________，点 B 的对应点 E 的坐标为________．

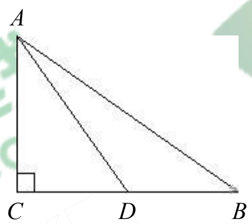
21．如图是一个隧道的横截面，它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分．如果 M 是⊙O 中弦 CD 的中点，EM 经过圆心 O 交⊙O 于点 E，$CD=10$，$EM=25$．求⊙O 的半径．



22．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，点 D 是 BC 边的中点，$CD=2$，$\tan B=\frac{3}{4}$．

（1）求 AD 和 AB 的长；

（2）求 $\sin\angle BAD$ 的值．



23．已知一次函数 $y=-2x+1$ 的图象与 y 轴交于点 A，点 $B(-1,n)$ 是该函数图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 图象在第二象限内的交点．

（1）求点 B 的坐标及 k 的值；

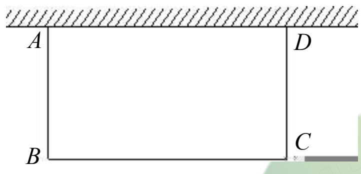
（2）试在 x 轴上确定点 C，使 $AC = AB$，直接写出点 C 的坐标．

24．如图，用一段长为 40m 的篱笆围成一个一边靠墙的矩形花圃 $ABCD$，墙长 28m．设 AB 长为 xm，矩形的面积为 $y\text{m}^2$．

（1）写出 y 与 x 函数关系式；

（2）当 AB 长为多少米时，所围成的花圃面积最大？最大值是多少？

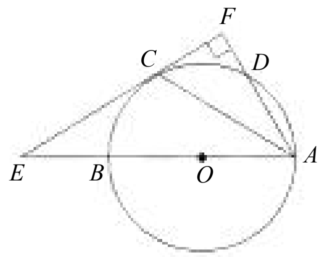
（3）当花圃的面积为 150m^2 时，AB 长为多少米？



25．如图，AB 是⊙O 的直径，C，D 是⊙O 上两点，且 $BC = CD$，过点 C 的直线 $CF \perp AD$ 于点 F，交 AB 的延长线于点 E，连接 AC．

（1）求证：EF 是⊙O 的切线；

（2）连接 FO，若 $\sin E = \frac{1}{2}$，⊙O 的半径为 r，请写出求线段 FO 长的思路．



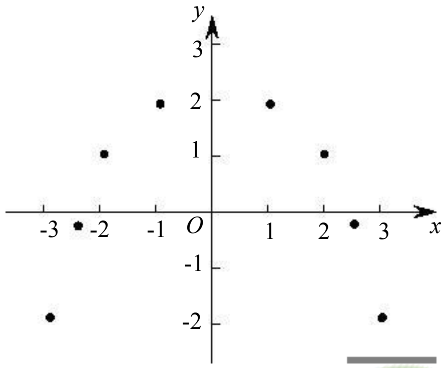
26．某“数学兴趣小组”根据学习函数的经验，对函数 $y = -x^2 + 2|x| + 1$ 的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整：

（1）自变量 x 的取值范围是全体实数，x 与 y 的几组对应数值如下表：

x	…	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	…	-2	$-\frac{1}{4}$	m	2	1	2	1	$-\frac{1}{4}$	-2	…

其中 $m =$ ＿＿＿＿＿＿；

（2）如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；



（3）根据函数图象，写出：

①该函数的一条性质________；

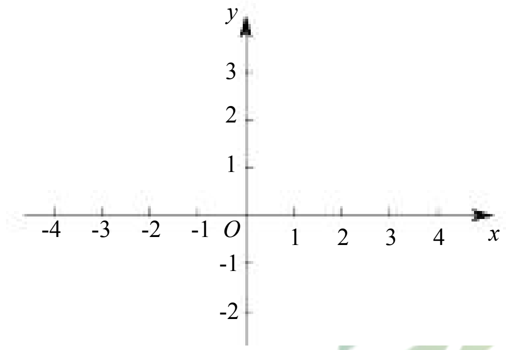
②直线 $y=kx+b$ 经过点 $(-1,2)$，若关于 x 的方程 $-x^2+2|x|+1=kx+b$ 有 4 个互不相等的实数根，则 b 的取值范围是________.

27．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-\frac{1}{4}x+n$ 经过点 $A(-4,2)$，分别与 x，y 轴交于点 B，C，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-n$ 的顶点为 D.

（1）求点 B，C 的坐标；

（2）①直接写出抛物线顶点 D 的坐标（用含 m 的式子表示）；

②若抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-n$ 与线段 BC 有公共点，求 m 的取值范围.



28．在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，O 为 AB 边上的一点，且 $\tan B=\frac{1}{2}$，点 D 为 AC 边上的动点（不与点 A，C 重合），将线段 OD 绕点 O 顺时针旋转 $90°$，交 BC 于点 E.

（1）如图 1，若 O 为 AB 边中点，D 为 AC 边中点，则 $\frac{OE}{OD}$ 的值为________；

（2）若 O 为 AB 边中点，D 不是 AC 边的中点，

①请根据题意将图 2 补全；

②小军通过观察、实验，提出猜想：点 D 在 AC 边上运动的过程中，（1）中 $\frac{OE}{OD}$ 的值不变.

小军把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成了求 $\frac{OE}{OD}$ 的值的几种想法：

想法 1：过点O作 $OF\perp AB$交 BC于点 F，要求 $\frac{OE}{OD}$的值，需证明$\triangle OEF\backsim\triangle ODA$．

想法 2：分别取 AC，BC的中点 H，G，连接 OH，OG，要求 $\frac{OE}{OD}$的值，需证明 $\triangle OGE\backsim\triangle OHD$．

想法 3：连接OC，DE，要求 $\frac{OE}{OD}$的值，需证明，C，D，O，E四点共圆．

……

请你参考上面的想法，帮助小军写出求 $\frac{OE}{OD}$的值的过程（一种方法即可）；

（3）若 $\frac{BO}{BA}=\frac{1}{n}$（$n\geqslant 2$且 n为正整数），则 $\frac{OE}{OD}$的值为________（用含 n的式子表示）．

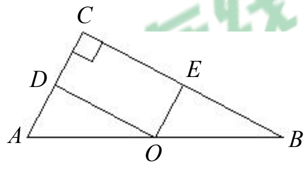


图1

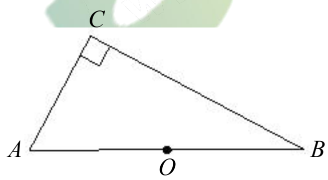
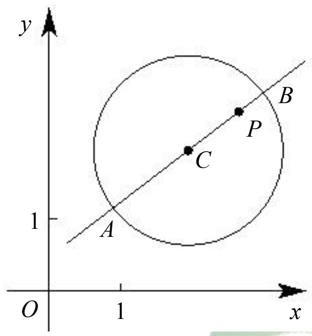


图2

29．在平面直角坐标系 xOy中，$\odot C$的半径为 $r(r>1)$，P是圆内与圆心 C不重合的点，$\odot C$的“完美点”的定义如下：若直线 CP与$\odot C$交于点 A，B，满足$|PA-PB|=2$，则称点 P为$\odot C$的“完美点”，下图为$\odot C$及其“完美点”P的示意图．

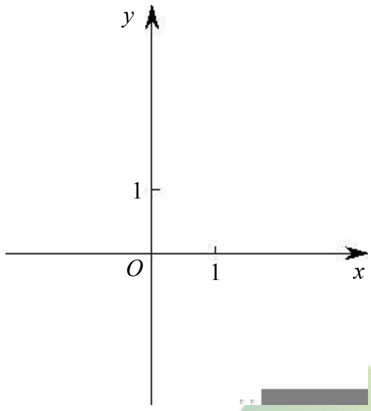


（1）当$\odot O$的半径为 2时，

①在点 $M\left(\frac{3}{2}，0\right)$，$N(0，1)$，$T\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}，-\frac{1}{2}\right)$中，$\odot O$的“完美点”是________；

②若$\odot O$的“完美点”P在直线 $y=\sqrt{3}x$上，求 PO的长及点 P的坐标；

（2）$\odot C$的圆心在直线 $y=\sqrt{3}x+1$上，半径为 2，若 y轴上存在$\odot C$的“完美点”，求圆心C的纵坐标 t的取值范围．



备用图

北京市朝阳区 2016—2017 学年度第一学期期末试卷

九年级数学参考答案　　2017.1

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	A	C	B	C	D	B	B	D

二、填空题（本题共18分，每小题3分）

11．$(x-1)^2-6$

12．$y=x^2-2x$（答案不唯一）

13．3

14．0.907

15．$\angle AED=\angle ABC$或$\angle ADE=\angle ACB$

16．（1）线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等

（2）同弧或等弧所对的圆周角相等

三、解答题（本题共72分，第17－26题，每小题5分，第 27题7分，第28题7分，第29题8分）

17．$2\sin 45°+\tan 60°+2\cos 30°-\sqrt{12}$

$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}$

18．解：∵$\angle ACD=\angle ABC$，$\angle A=\angle A$

∴$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$，即$\frac{\sqrt{3}}{AB}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴$AB=3$

∴$BD=AB-AD=3-1=2$

答：DB的长为2.

19．解：（1）由已知条件，可得

$$\begin{cases}-3=a\cdot(-2)^2+b\cdot(-2)+c\\-3=c\\5=a\cdot 2^2+b\cdot 2+c\end{cases}\quad 解得\begin{cases}a=1\\b=2\\c=-3\end{cases}$$

∴函数表达式为$y=x^2+2x-3$

对称轴为$x=-\frac{2}{2\times1}=-1$

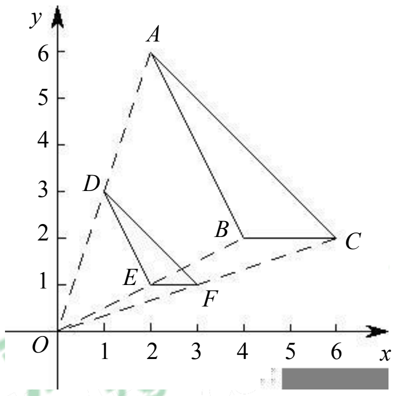
∴顶点坐标为$(-1，-4)$

（2）令 $y=0$，得 $x^2+2x-3=0$

解一元二次方程得 $x_1=1$，$x_2=-3$

∴函数图像与 x轴的交点坐标为 $(1，0)$，$(-3，0)$.

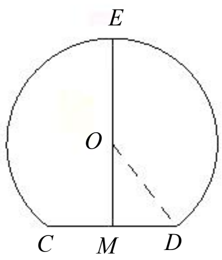
20．（1）



如图，即为所作△DEF

（2）$D(1，3)$，$E(2，1)$

21．解：如图，连接OD



∵ M是⊙O中弦CD的中点

∴有 $EM\perp CD$，且 $MD=\frac{1}{2}CD=5$

设半径为 R，则在 Rt△OMD中有

$(25-R)^2+5^2=R^2$

解之得 $R=13$

即⊙O的半径为 13.

22．解析（1）∵D是 BC的中点，且 $CD=2$，

∴$CB=2CD=4$.

∵$\tan B=\frac{CA}{CB}=\frac{3}{4}$，

∴$AC=\frac{3}{4}CB=3$.

∵在 Rt△ACD中，$AC=3$，$CD=2$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

（2）如图，作 $DE\perp AB$ 交 AB 于点 E.

$\because$ 在 Rt△BDE 中，$\tan B=\dfrac{3}{4}$，$BD=2$，

$\therefore$ 设 $DE=3a$，$BE=4a$，

由勾股定理可得，$(3a)^2+(4a)^2=2^2$

解得 $a=\dfrac{2}{5}$，$\therefore DE=\dfrac{6}{5}$.

在 Rt△ADE 中，$\because DE=\dfrac{6}{5}$，$AD=\sqrt{13}$，

$\therefore \sin\angle DAE=\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.

即 $\sin\angle BAD=\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.

在 Rt△ABC 中，$BC=4$，$AC=3$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

23．解析：（1）对于一次函数 $y=-2x+1$，令 $x=0$，得 $y=1$.

故点 $A(0,1)$.

将 $x=-1$ 代入一次函数，得 $y=3$，故 $B(-1,3)$.

$\because B$ 是一次函数与反比例函数图像的交点，

$\therefore 3=\dfrac{k}{-1}$，得 $k=-3$.

(2) $A(0,1)$，$B(-1,3)$，$\because C$ 在 x 轴上，$\therefore$ 设 $C(a,0)$.

$AC=\sqrt{a^2+1}$，$AB=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.

$\because AC=AB$，$\therefore a^2=4$，$\therefore a=\pm2$.

$\therefore C(-2,0)$ 或 $C(2,0)$.

24．解析：(1) $y=x(40-2x)=-2x^2+40x\ (6<x<20)$.

(2) $y=-2x^2+40x=-2(x-10)^2+200\ (6<x<20)$.

$\therefore$ 当 $x=10$ 时，$y_{max}=200$.

即当 AB 长 10米时，所围花圃面积最大，最大值为 $200m^2$.

(3)令 $y=150$，得 $-2x^2+40x=150$，

解得 $x_1=5$，$x_2=15$.

∵ x取值范围为 $6<x<20$，

∴$x_1=5$不符合题意，故 $x=15$.

即花圃面积为150m^2，AB长为15米.

25．解析：（1）连接OC，

∵$CF\perp AD$，∴$\angle FAC+\angle ACF=90^\circ$.

∵$BC=CD$，∴$\angle OAC=\angle FAC$.

∵$OA=OC$，∴$\angle OCA=\angle OAC$.

∴$\angle OCA+\angle ACF=90^\circ$.

即$\angle OCF=90^\circ$，$OC\perp EF$

∴EF是⊙O的切线.

（2）①在 Rt△EOC中，由$\sin E=\frac{1}{2}$，⊙O半径为 r，可得 $OE=2r$， $EC=\sqrt{3}r$.

②由(1) $OC\perp EF$，又 $CF\perp AD$，可证△EOC∽△EAF，可得 $AF=\frac{3}{2}r$，

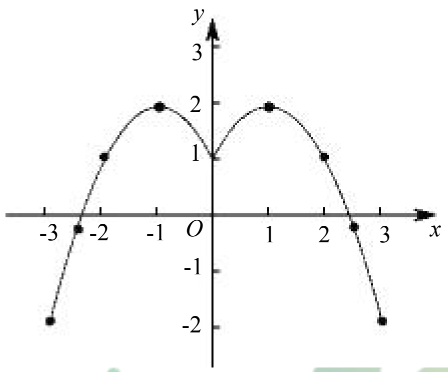
$EF=\frac{3\sqrt{3}}{2}r$.

③由 $EF=\frac{3\sqrt{3}}{2}r$， $EC=\sqrt{3}r$，可得$CF=\frac{\sqrt{3}}{2}r$，在 Rt△COF中使用勾股定理可

求 FO的长为$\frac{\sqrt{7}}{2}r$.

26．（1）1

（2）



（3）①函数图像关于 y轴对称；与 x轴有两个交点（答案不唯一）

②$1<b<2$

27．解析：（1）∵$y=-\frac{1}{4}x+n$过$A(-4，2)$

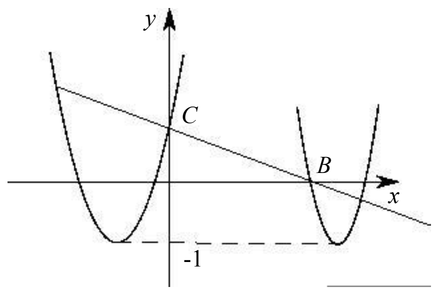
∴ $2=-\frac{1}{4}\times(-4)+n$

$n=1$

∴ $C(0，1)$ $B(4，0)$

（2）① $D(m，-1)$

②



当抛物线过 C，且对称轴 $x=m<0$时，

$m^2-1=1$

$m=\pm\sqrt{2}$

∴ $m=-\sqrt{2}$

当抛物线过 B，且对称轴 $x=m>4$时，

$16-8m+m^2-1=0$

$m^2-8m+15=0$ $m_1=3$，$m_2=5$

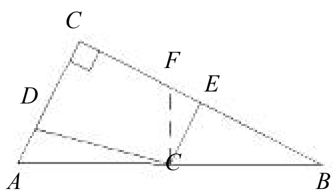
∴ $m=5$

综上所述

∴ $-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant 5$

28．(1) $\frac{1}{2}$

(2)①如图



②猜想：$\frac{OE}{OD}$的值不变．

参考想法 1．$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$

∵ $OF\perp AB$

∴$\angle AOD+\angle DOF=90^\circ$

又∵OD绕点 O顺时针旋转 90°

∴$\angle DOE=\angle DOF+\angle EOF=90^\circ$

∴$\angle AOD=\angle EOF$

∵$\angle CDO+\angle CEO=180^\circ$

$\angle CDO+\angle ADO=180^\circ$

∴$\angle CEO=\angle ADO$

∴$\triangle ADO\backsim\triangle FEO$

∴ $\frac{OE}{OD}=\frac{OF}{OA}$

∵ O为 AB中点，$\tan B=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{OF}{OA}=\frac{OF}{OB}=\tan B=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$

⑶由⑵可知，$\triangle ADO\backsim\triangle FEO$

$\frac{OE}{ID}=\frac{OF}{OA}=\frac{OF}{(n-1)OB}=\frac{1}{n-1}\tan B=\frac{1}{2(n-1)}$

29．⑴① N T

② $Po=1$ $\quad P_1\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\quad P_2\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

⑵若 y轴上存在 QC的“完美点”

刚 $-1\leqslant Qc\leqslant 1$

$\therefore 1-\sqrt{3}\leqslant t\leqslant\sqrt{3}+1$