

高一第一学期期末参考样题

数学

2022.01

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

考
生
须
知

1. 本参考样题共 8 页，共 2 部分，19 道题+1 道选做题，满分 100 分。考试时间 90 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{x | -3 < x < 2\}$ ，则 $A \cap B =$

- (A) $\{0, 1\}$ (B) $(0, 1)$ (C) $(0, 2)$ (D) $\{0, 1, 2\}$

(2) 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $x^2 - x + 3 > 0$ ”的否定为

- (A) $\exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 - x + 3 \leq 0$
(B) $\exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 - x + 3 > 0$
(C) $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $x^2 - x + 3 \leq 0$
(D) $\exists x \notin \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 - x + 3 \leq 0$

(3) 已知 $a < b < 0$ ，则

- (A) $a^2 < b^2$ (B) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
(C) $2^a > 2^b$ (D) $\ln(1-a) > \ln(1-b)$

(4) 已知函数 $f(x) = \frac{3}{x} - \log_2 x$ 。在下列区间中，包含 $f(x)$ 零点的区间是

- (A) $(0, 1)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(2, 3)$ (D) $(3, 4)$

(5) 4×100 米接力赛是田径运动中的集体项目. 一根小小的木棒, 要四个人共同打造一个信念, 一起拼搏, 每次交接都是信任的传递. 甲、乙、丙、丁四位同学将代表高一年级参加校运会 4×100 米接力赛, 教练组根据训练情况, 安排了四人的交接棒组合. 已知该组合三次交接棒失误的概率分别是 p_1, p_2, p_3 , 假设三次交接棒相互独立, 则此次比赛中该组合交接棒没有失误的概率是

(A) $p_1 p_2 p_3$

(B) $1 - p_1 p_2 p_3$

(C) $(1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3)$

(D) $1 - (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3)$

(6) 下列函数中, 在 \mathbf{R} 上为增函数的是

(A) $y = 2^{-x}$

(B) $y = x^2$

(C) $y = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0, \\ x, & x < 0 \end{cases}$

(D) $y = \lg x$

(7) 已知某产品的总成本 C (单位: 元) 与年产量 Q (单位: 件) 之间的关系为 $C = \frac{3}{10}Q^2 + 3000$.

设该产品年产量为 Q 时的平均成本为 $f(Q)$ (单位: 元/件), 则 $f(Q)$ 的最小值是

(A) 30

(B) 60

(C) 900

(D) 1800

(8) 逻辑斯蒂函数 $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ 二分类的特性在机器学习系统, 可获得一个线性分类器, 实现对数据的分类. 下列关于函数 $f(x)$ 的说法错误的是

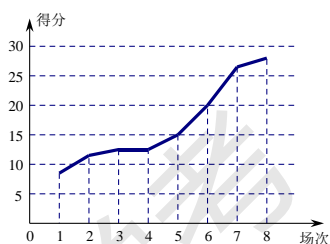
(A) 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0, f(0))$ 对称

(B) 函数 $f(x)$ 的值域为 $(0, 1)$

(C) 不等式 $f(x) > \frac{1}{2}$ 的解集是 $(0, +\infty)$

(D) 存在实数 a , 使得关于 x 的方程 $f(x) - a = 0$ 有两个不相等的实数根

(9) 甲、乙二人参加某体育项目训练，近期的八次测试得分情况如图，则下列结论正确的是



甲

得分	频数
5	1
4	2
7	2
6	2
9	1

乙

- (A) 甲得分的极差大于乙得分的极差
- (B) 甲得分的 75% 分位数大于乙得分的 75% 分位数
- (C) 甲得分的平均数小于乙得分的平均数
- (D) 甲得分的标准差小于乙得分的标准差

(10) 已知函数 $f(x) = 2x^2 + bx + c$ (b, c 为实数), $f(-10) = f(12)$. 若方程 $f(x) = 0$ 有两个正

实数根 x_1, x_2 , 则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的最小值是

- (A) 4
- (B) 2
- (C) 1
- (D) $\frac{1}{2}$

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

(11) 函数 $f(x) = \log_{0.5}(x-1)$ 的定义域是_____.

(12) 已知 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \ln x$, 则 $f(-\frac{1}{e})$ 的值是_____.

(13) 定义域为 \mathbf{R} , 值域为 $(-\infty, 1)$ 的一个减函数是_____.

(14) 已知函数 $f(x) = |\log_5 x|$. 若 $f(x) < f(2-x)$, 则 x 的取值范围是_____.

(15) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (2-a)x, & x \leq 1, \\ a^{x-1}, & x > 1 \end{cases}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$). 给出下列四个结论:

① 存在实数 a , 使得 $f(x)$ 有最小值;

② 对任意实数 a ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), $f(x)$ 都不是 \mathbf{R} 上的减函数;

③ 存在实数 a , 使得 $f(x)$ 的值域为 \mathbf{R} ;

④ 若 $a > 3$, 则存在 $x_0 \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x_0) = f(-x_0)$.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题共 4 小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 9 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | x - 4a \leq 0\}$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 求 $A \cap B$;

(II) 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

(17) (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = a^x + b \cdot a^{-x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

(I) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，说明理由；

(II) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性，并用单调性定义证明；

(III) 若 $f(|m|-3)$ 不大于 $b \cdot f(2)$ ，直接写出实数 m 的取值范围.

条件①: $a > 1, b = 1$;

条件②: $0 < a < 1, b = -1$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

(18) (本小题 10 分)

某工厂有甲、乙两条相互独立的产品生产线，单位时间内甲、乙两条生产线的产量之比为 4:1. 现采用分层抽样的方法从甲、乙两条生产线得到一个容量为 100 的样本，其部分统计数据如下表所示 (单位: 件).

	一等品	二等品
甲生产线	76	b
乙生产线	a	2

(I) 写出 a, b 的值;

(II) 从上述样本的所有二等品中任取 2 件，求至少有 1 件为甲生产线产品的概率;

(III) 以抽样结果的频率估计概率，现分别从甲、乙两条产品生产线随机抽取 10 件产品，记 P_1 表示从甲生产线随机抽取的 10 件产品中恰好有 5 件一等品的概率， P_2 表示从乙生产线随机抽取的 10 件产品中恰好有 5 件一等品的概率，试比较 P_1 和 P_2 的大小. (只需写出结论)

(19) (本小题 11 分)

已知定义域为 D 的函数 $f(x)$ ，若存在实数 a ，使得 $\forall x_1 \in D$ ，都存在 $x_2 \in D$ 满足 $\frac{x_1 + f(x_2)}{2} = a$ ，则称函数 $f(x)$ 具有性质 $P(a)$ 。

(I) 判断下列函数是否具有性质 $P(0)$ ，说明理由：

① $f(x) = 2^x$ ；

② $f(x) = \log_2 x$ ， $x \in (0, 1)$ 。

(II) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，且具有性质 $P(1)$ ，则“ $f(x)$ 存在零点”是“ $2 \in D$ ”的 _____ 条件，说明理由；(横线上填“充分而不必要”、“必要而不充分”、“充分必要”、“既不充分也不必要”)

(III) 若存在唯一的实数 a ，使得函数 $f(x) = tx^2 + x + 4$ ， $x \in [0, 2]$ 具有性质 $P(a)$ ，求实数 t 的值。

选做题：（本题满分 5 分。所得分数可计入总分，但整份试卷得分不超过 100 分）

2015 年 10 月 5 日，我国女药学家屠呦呦获得 2015 年诺贝尔医学奖。屠呦呦和她的团队研制的抗疟药青蒿素，是科学技术领域的重大突破，开创了疟疾治疗新方法，挽救了全球特别是发展中国家数百万人的生命，对促进人类健康、减少病痛发挥了难以估量的作用。

当年青蒿素研制的过程中，有一个小插曲：虽然青蒿素化学成分本身是有效的，但是由于实验初期制成的青蒿素药片在胃液中的溶解速度过慢，导致药片没有被人体完全吸收，血液中青蒿素的浓度（以下简称为“血药浓度”）的峰值（最大值）太低，导致药物无效。后来经过改进药片制备工艺，使得青蒿素药片的溶解速度加快，血药浓度能够达到要求，青蒿素才得以发挥作用。已知青蒿素药片在体内发挥作用的过程可分为两个阶段，第一个阶段为药片溶解和进入血液，即药品进入人体后会逐渐溶解，然后进入血液使得血药浓度上升到一个峰值；第二个阶段为吸收和代谢，即进入血液的药物被人体逐渐吸收从而发挥作用或者排出体外，这使得血药浓度从峰值不断下降，最后下降到一个不会影响人体机能的非负浓度值。人体内的血药浓度是一个连续变化的过程，不会发生骤变。现用 t 表示时间（单位：h），在 $t=0$ 时人体服用青蒿素药片；用 C 表示青蒿素的血药浓度（单位： $\mu\text{g/ml}$ ）。根据青蒿素在人体发挥作用的过程可知， C 是 t 的函数。已知青蒿素一般会在 1.5 小时达到需要血药浓度的峰值。请根据以上描述完成下列问题：

（I）下列几个函数中，能够描述青蒿素血药浓度变化过程的函数的序号是_____；

$$\begin{aligned} \textcircled{1} C(t) &= \begin{cases} 0.2t, & 0 \leq t < 1.5, \\ 0.75 - 0.3t, & t \geq 1.5. \end{cases} & \textcircled{2} C(t) &= \begin{cases} -\frac{1}{5}t^2 + \frac{2}{5}t, & 0 \leq t < 1.5, \\ \frac{9}{40} - \frac{1}{20}t, & 1.5 \leq t < 4.5, \\ 0, & t \geq 4.5. \end{cases} \\ \textcircled{3} C(t) &= \begin{cases} 0.3e^t - 0.3, & 0 \leq t < 1.5, \\ \frac{0.3\ln(2.5)}{t}, & t \geq 1.5. \end{cases} & \textcircled{4} C(t) &= \begin{cases} 0.2\ln(t+1), & 0 \leq t < 1.5, \\ \frac{0.3\ln(2.5)}{t}, & t \geq 1.5. \end{cases} \end{aligned}$$

(II) 对于青蒿素药片而言, 若血药浓度的峰值大于等于 $0.1\mu\text{g/ml}$, 则称青蒿素药片是合格的. 基于 (I) 中你选择的函数 (若选择多个, 则任选其中一个), 可判断此青蒿素药片_____; (填“合格”、“不合格”)

(III) 记血药浓度的峰值为 C_{\max} , 当 $C \geq \frac{1}{2}C_{\max}$ 时, 我们称青蒿素在血液中的浓度达到“有效浓度”, 基于 (I) 中你选择的函数 (若选择多个, 则任选其中一个), 计算青蒿素在血液中的浓度达到“有效浓度”的持续时间是_____.

关注公众号“帝都学考”，获取最有价值的试题资料



扫一扫 欢迎关注

帝都学考公众号