



# 平谷区 2023—2024 学年度第一学期教学质量监控试卷

## 初三数学

2024. 1

注意事项

1. 本试卷共 8 页,包括三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将试卷和答题卡一并交回。

### 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

下面各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的。

1. 已知  $2x = 3y$  ( $y \neq 0$ ), 下列比例式成立的是

A.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$

B.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$

C.  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

D.  $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$

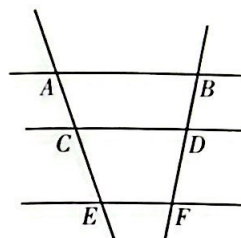
2. 如图,  $AB \parallel CD \parallel EF$ , 若  $\frac{AC}{CE} = \frac{2}{3}$ , 则  $\frac{BD}{BF}$  等于

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{3}{2}$

C.  $\frac{2}{5}$

D.  $\frac{3}{5}$



3. 将抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2$  向下平移 1 个单位长度, 得到的抛物线解析式是

A.  $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

B.  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

C.  $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2$

D.  $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2$

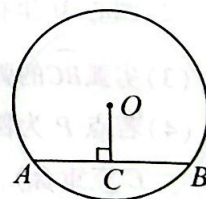
4. 如图, 在  $\odot O$  中, 弦  $AB = 8$ ,  $OC \perp AB$  于点  $C$ ,  $OC = 3$ ,  $\odot O$  的半径是

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6



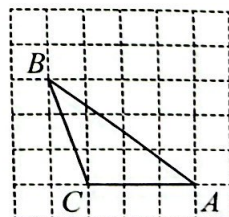
5. 如图, 在  $6 \times 6$  的正方形网格中,  $\triangle ABC$  的顶点都在小正方形的顶点上, 则  $\sin \angle BAC$  的值是

A. 1

B.  $\frac{3}{4}$

C.  $\frac{4}{3}$

D.  $\frac{3}{5}$



姓名

班级

学校



6. 关于反比例函数  $y = -\frac{3}{x}$ , 下列说法正确的是

- A. 图象分布在第一、三象限  
 B. 在各自的象限内,  $y$  随  $x$  的增大而增大  
 C. 函数图象关于  $y$  轴对称  
 D. 图象经过  $(-1, -3)$

7. 已知: 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象上部分对应点坐标如下表,  $m$  的值为

$x$	...	-1	-0.5	2.5	3	5	...
$y$	...	0	-3.5	-3.5	$m$	24	...

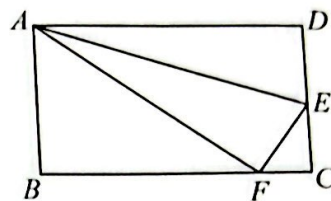
- A. 1  
 B. 2  
 C. -5  
 D. 0

8. 如图, 矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  是  $DC$  边上一点, 点  $D$  关于直线  $AE$  的对称点  $F$  恰好落在  $BC$  边上, 给出如下三个结论:

- ①  $\angle AFE = 90^\circ$ ;  
 ②  $\triangle EFC \sim \triangle AEF$ ;  
 ③ 若  $AB = 9, DE = 5$ , 则  $AD = 15$ .

上述结论一定正确的是

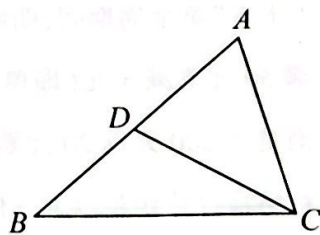
- A. ①②  
 B. ①③  
 C. ②③  
 D. ①②③



二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

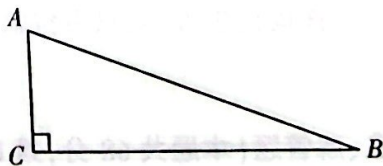
9. 函数  $y = \frac{3}{x-1}$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $AB$  上一点, 添加一个条件: \_\_\_\_\_, 使得  $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ .



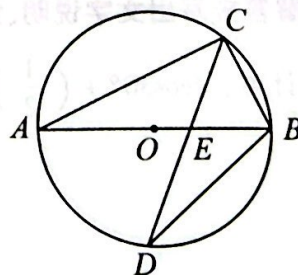
11. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 如果  $\cos A = \frac{1}{3}$ ,

$AC = 2$ , 那么  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.



12. 如图, 在  $\odot O$  中,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $C, D$  是  $\odot O$  上的点.

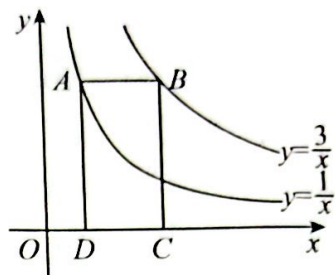
如果  $\angle CDB = 27^\circ$ , 那么  $\angle CBA$  的度数为\_\_\_\_\_.



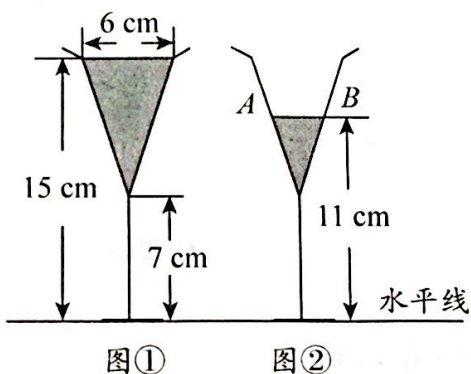


13. 若抛物线  $y = x^2 - 2x + k - 1$  与  $x$  轴有两个交点, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 如图, 点  $A$  在双曲线  $y = \frac{1}{x}$  上, 点  $B$  在双曲线  $y = \frac{3}{x}$  上, 且  $AB \parallel x$  轴,  $C, D$  在  $x$  轴上. 若四边形  $ABCD$  为矩形, 则它的面积为\_\_\_\_\_.



15. 如图①是装了液体的高脚杯的截面图, 用去一部分液体后如图②所示, 则此时液面宽  $AB =$  \_\_\_\_\_ cm.



16. “十一”黄金周期间, 明明和妈妈到某商场购物, 得知该商场节日促销活动, 单笔消费每满 50 元立减 5 元(即单笔消费有几个 50 元, 就减几个 5 元, 不足 50 元部分不减), 累计消费满 200 元返 20 元购物券, 购物券当天可用, 用券和减免部分不在累计范围内. 明明和妈妈打算购买以下三件商品: 商品 A: 80 元, 商品 B: 95 元, 商品 C: 160 元, 如果你是聪明的明明, 帮妈妈参谋一下三件商品妈妈分\_\_\_\_\_次结账, 可以享受最多优惠; 按此优惠方案, 只需付款\_\_\_\_\_元, 即可购买以上三件商品.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17 - 22 题, 每小题 5 分; 第 23 - 26 题, 每小题 6 分; 第 27、28 题, 每小题 7 分)

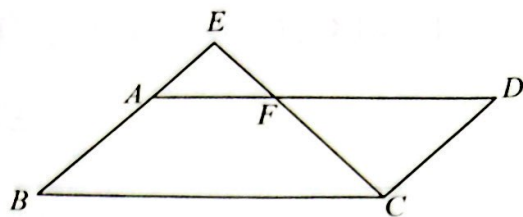
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |-3| - \sqrt{12}$ .



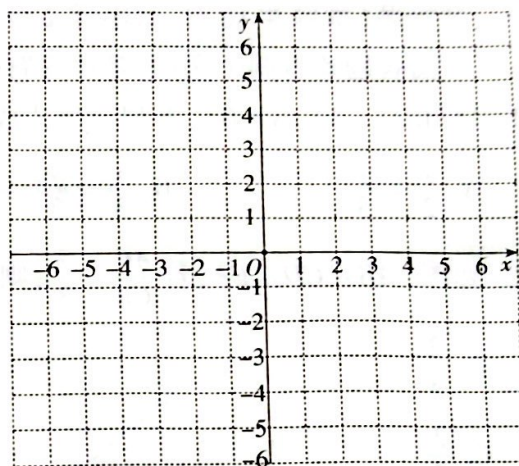


18. 如图,在 $\square ABCD$ 中,延长 $BA$ 到 $E$ ,使 $AE = \frac{1}{2}AB$ ,  
连接 $EC$ 交 $AD$ 于点 $F$ , $BC = 4$ ,  $AB = 2$ ,  
求 $AF$ 的长.



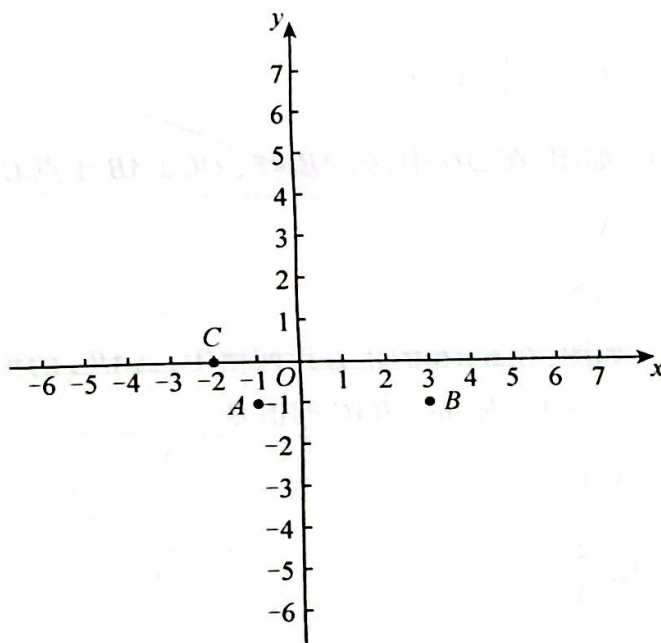
19. 已知二次函数  $y = x^2 + 2x - 3$ .

- (1) 求该抛物线的顶点坐标;
- (2) 求该二次函数图象与  $x$  轴、 $y$  轴的交点坐标;
- (3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中,画出二次函数  $y = x^2 + 2x - 3$  的图象.



20. 如图,平面直角坐标系  $xOy$  中,点  $A(-1, -1)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(-2, 0)$  作过点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的圆.

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 圆心  $M$  坐标为\_\_\_\_\_;
- (3) 劣弧 $\widehat{BC}$ 的弧长为\_\_\_\_\_;
- (4) 若点  $P$  为圆上任意一点(不与  $B$ 、 $C$  点重合), 则  $\angle BPC$  的度数为\_\_\_\_\_.





21. 某班同学们来到操场,想利用所学知识测量旗杆的高度.方法如下:

方法一:如图1,他们测得同一时刻长度为2米的竹竿 $DE$ 的影长 $EF$ 为1.2米,线段 $AB$ 表示旗杆,旗杆的影长 $BC$ 为8.28米;

方法二:如图2,用1.5米高的测角仪在距离旗杆8米的点 $C$ 处测得旗杆顶端 $A$ 的仰角为 $57^\circ$ . ( $\sin 57^\circ \approx 0.84$ ,  $\cos 57^\circ \approx 0.54$ ,  $\tan 57^\circ \approx 1.54$ )

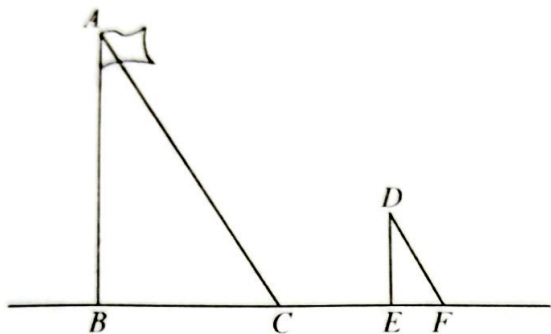


图1

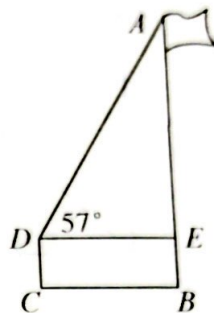


图2

请选取一种方法,根据已知数据,计算旗杆 $AB$ 的长约为多少米.(结果精确到0.1)

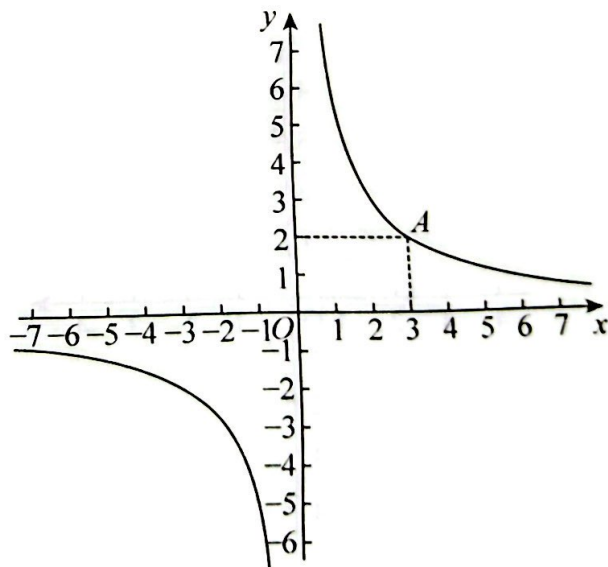
22. 如图,在平面直角坐标系 $xOy$ 中,反比例函数 $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ )的图象经过点 $A$ .

(1)求 $k$ 的值;

(2)若直线 $y = 2x + b$ 图象经过点 $A$ ,求 $b$ 的值;

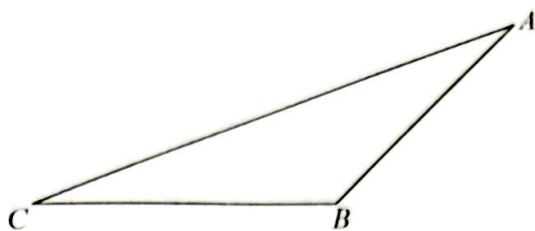
(3)当 $x > 3$ 时,都有一次函数 $y = 2x + b$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ )的值,直接

写出 $b$ 的取值范围.





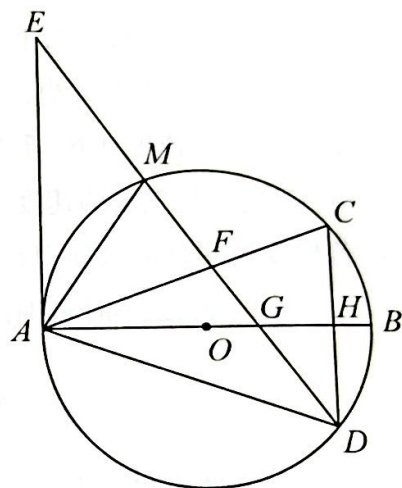
23. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 135^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $\sin \angle C = \frac{2}{5}$ ,求  $BC$  的长.



24. 如图,  $AB$  为 $\odot O$ 的直径,弦  $CD \perp AB$  于  $H$ ,连接  $AC$ 、 $AD$ , 过点  $A$  作 $\odot O$ 的切线与 $\angle ADC$ 的平分线相交于点  $E$ ,  $DE$  交  $AC$  于点  $F$ , 交  $AB$  于点  $G$ , 交 $\odot O$ 于点  $M$ , 连接  $AM$ .

(1) 求证:  $AC = AD$ ;

(2) 若  $\tan \angle AMD = 2\sqrt{2}$ ,  $CD = 4$ , 求  $AF$  长.



25. 电动汽车的续航里程也可以称作续航能力,是指电动汽车的动力蓄电池在充满电的状态下可连续行驶的总里程,它是电动汽车重要的经济性指标. 高速路况状态下,电动车的续航里程除了会受到环境温度的影响,还和汽车的行驶速度有关. 某科研团队为了分析续航里程与速度的关系,进行了如下的探究:

下面是他们的探究过程,请补充完整:

(1) 他们调取了某款电动汽车在某个特定温度下的续航里程与速度的有关数据:

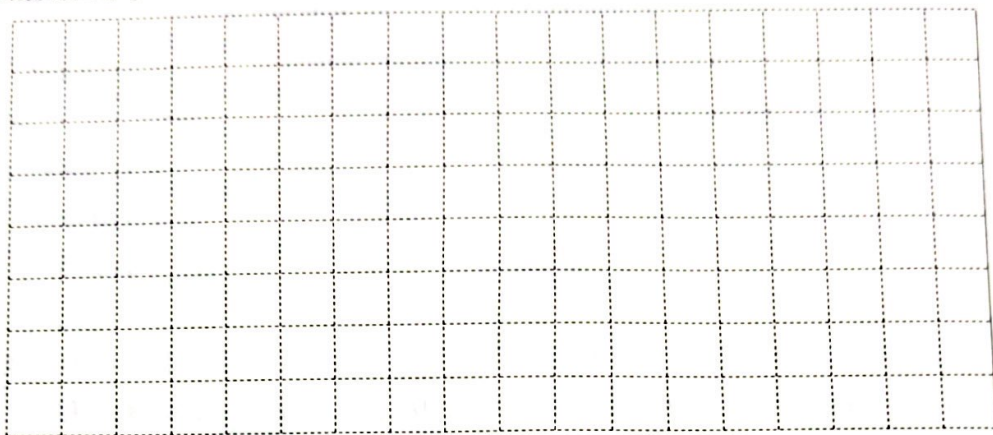
速度(千米/小时)	10	20	30	40	60	80	100	120	140	160
续航里程(千米)	100	340	460	530	580	560	500	430	380	310

则设\_\_\_\_\_为  $y$ , \_\_\_\_\_为  $x$ ,  $y$  是  $x$  的函数;





(2) 建立平面直角坐标系, 在给出的格点图中描出表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;

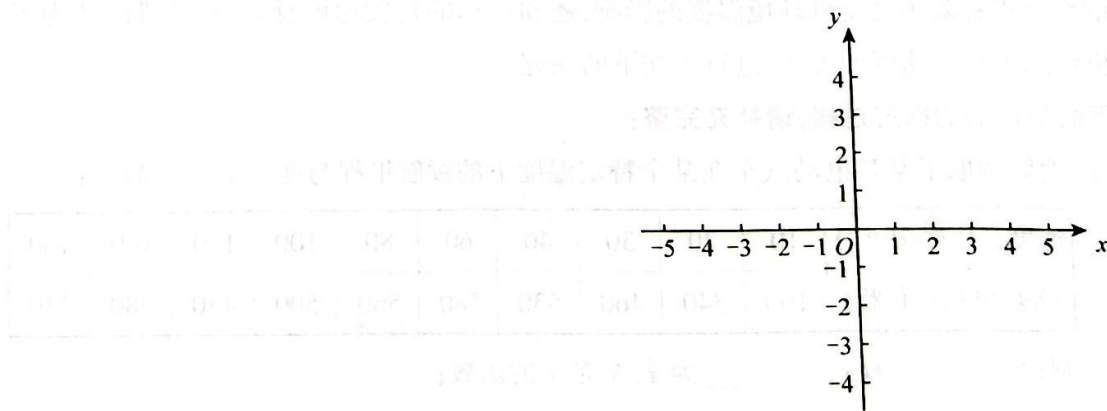


(3) 结合画出的函数图象, 下列说法正确的有\_\_\_\_\_:

- ①  $y$  随  $x$  的增大而减小;
  - ② 当汽车的速度在 60 千米/小时左右时, 汽车的续航里程最大;
  - ③ 实验表明, 汽车的速度过快或过慢时, 汽车的续航里程都会变小.
- (4) 若想要该车辆的续航里程保持在 500 千米以上, 该车的车速大约控制在\_\_\_\_\_至\_\_\_\_\_千米/小时范围内.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 二次函数  $y = x^2 - 2mx$  的图象上两个点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 点  $A, B$  之间的部分(包含点  $A$ 、点  $B$ ) 记作图象  $G$ , 图象  $G$  上  $y$  的最大值与最小值的差记作  $y_G$ .

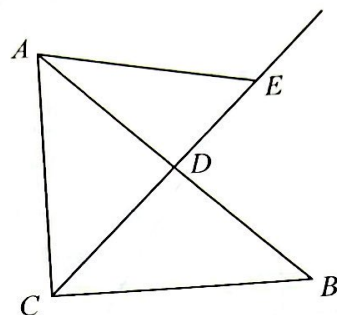
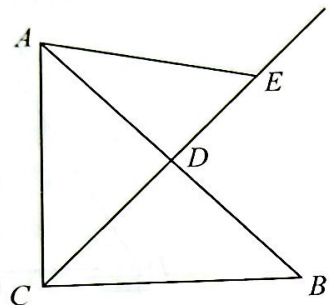
- (1) 求这个二次函数的对称轴(用含  $m$  的代数式表示);
- (2) 当  $m = 1, x_1 = 0, x_2 = 3$  时, 求  $y_G$  的值;
- (3) 当  $x_1 = 2m - 1, x_2 = 2m + 1$  时, 恒有  $y_G > y_1 - y_2$ , 求  $m$  的取值范围.





27. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AB$  边中点,  $E$  为  $\triangle ABC$  外部射线  $CD$  上一点, 连接  $AE$ , 过  $C$  作  $CF \perp AE$  于  $F$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 找出图中与  $\angle EAD$  相等的角, 并证明;
- (3) 连接  $DF$ , 猜想  $\angle CFD$  的度数, 并证明.



备用图

28. 如图, 平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A$ 、点  $B$ , 连接  $AB$ , 若点  $P$  为平面上一点, 且  $\triangle ABP$  为等边三角形, 则称点  $P$  为线段  $AB$  的“关联点”.

- (1) 已知点  $A(1, 0)$  和点  $B(0, \sqrt{3})$ , 点  $P$  为线段  $AB$  的“关联点”, 直接写出点  $P$  的坐标 \_\_\_\_\_;
- (2) 若  $A(2, 2\sqrt{3})$ ,  $Q(4, 0)$ , 点  $B$  是线段  $OQ$  上一点, 点  $P$  为线段  $AB$  的“关联点”, 当点  $P$  在  $AB$  右侧时, 判断  $PQ$  与  $OA$  的位置关系, 并证明;
- (3)  $\odot O$  半径为 2, 点  $A$  是  $\odot O$  上一点, 点  $B(5, 0)$ , 若点  $P$  为线段  $AB$  的“关联点”, 直接写出  $OP$  长度的最大值和最小值.

