

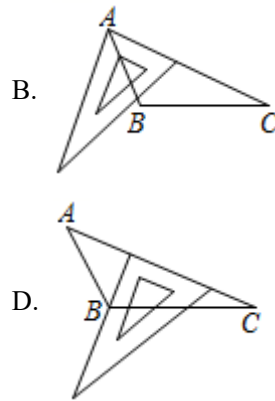
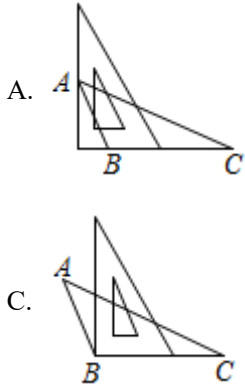


2022 北京二十中初二 10 月月考

数 学

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分；在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题意）

1. 用三角板作 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，下列三角板的摆放位置正确的是（ ）



2. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍. 这个多边形的边数为（ ）

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

3. 下列条件，可以确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（ ）

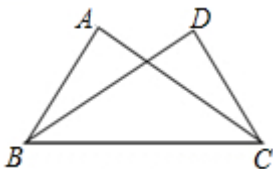
- A. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ B. $\angle A + \angle B = \angle C$
 C. $\angle A = \angle B = \angle C$ D. $\angle A = \angle B = 2\angle C$

4. 小明不慎将一块三角形的玻璃碎成如图所示的四块（图中所标 1、2、3、4），你认为将其中的哪一块带去，就能配一块与原来大小一样的三角形玻璃？应该带第_____块去，这利用了三角形全等中的_____原理（ ）



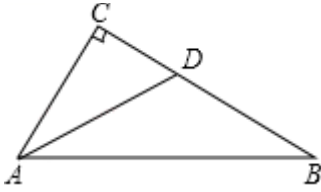
- A. 1; SAS B. 2; AAS C. 3; SSS D. 4; ASA

5. 如图，已知 $\angle ABC = \angle DCB$ ，下列所给条件不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是（ ）



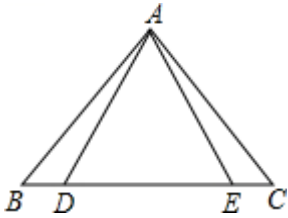
- A. $\angle A = \angle D$ B. $AB = DC$ C. $\angle ACB = \angle DBC$ D. $AC = BD$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，若 $CD = 2$ ， $AB = 8$ ，则 $\triangle ABD$ 的面积是（ ）



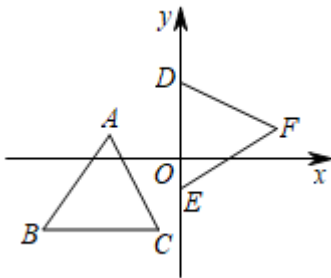
- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

7. 如图， $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ， $AB=AC$ ， $BE=CD$ ， $\angle B=50^\circ$ ， $\angle AEC=120^\circ$ ，则 $\angle DAC$ 的度数等于（ ）



- A. 120° B. 70° C. 60° D. 50°

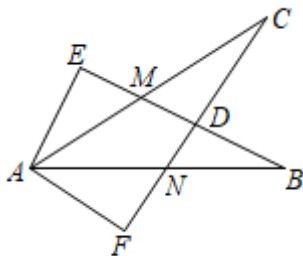
8. 如图，坐标平面上， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中 A、B、C 的对应顶点分别为 D、E、F，且 $AB=BC=5$ 。若 A 点的坐标为 $(-3, 1)$ ，B、C 两点的纵坐标都是 -3 ，D、E 两点在 y 轴上，则点 F 到 y 轴的距离为（ ）



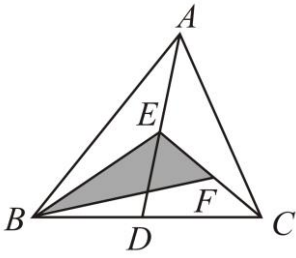
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

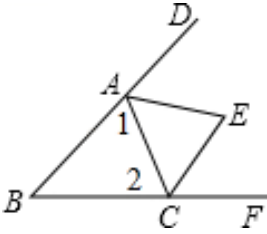
9. 正五边形每个内角的度数是_____.
10. 一个等腰三角形的两边长分别为 3，6，则它的周长为_____.
11. 如图， $\angle E=\angle F$ ， $AE=AF$ ，要使 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，还需添加一个条件是_____（填上你认为适当的一个条件即可）.



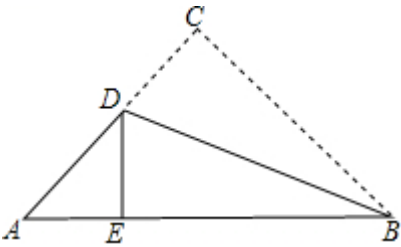
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 D、E 分别为边 BC、AD 的中点，且 $S_{\triangle ABC}=12 \text{ cm}^2$ ，则 $S_{\text{阴影}}$ 等于_____.



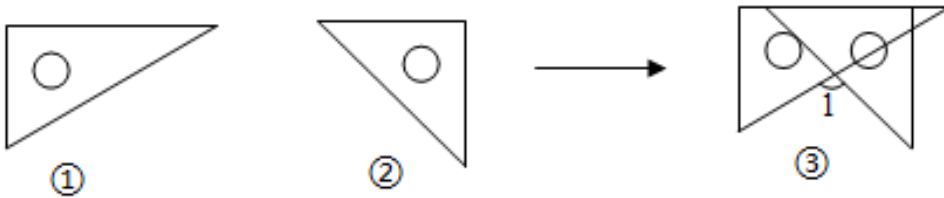
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=40^\circ$ ，三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ，则 $\angle AEC=$ _____.



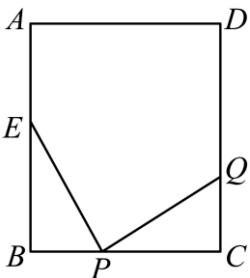
14. 如图的三角形纸片中， $AB=8$ ， $BC=6$ ， $AC=5$ ，沿过点 B 的直线折叠这个三角形，使得点 C 落在 AB 边上的点 E 处，折痕为 BD ，则 $\triangle AED$ 的周长=_____.



15. 如图，将一副直角三角尺按图③放置，使三角尺①的长直角边与三角尺②的某直角边在同一条直线上，则图③中的 $\angle 1=$ _____°.



16. 如图，已知长方形 $ABCD$ 的边长 $AB=20\text{cm}$ ， $BC=16\text{cm}$ ，点 E 在边 AB 上， $AE=6\text{cm}$ ，如果点 P 从点 B 出发在线段 BC 上以 2cm/s 的速度向点 C 向运动，同时，点 Q 在线段 CD 上从点 C 到点 D 运动，则当点 Q 的运动速度为_____时，能够使 $\triangle BPE$ 与 $\triangle CQP$ 全等.



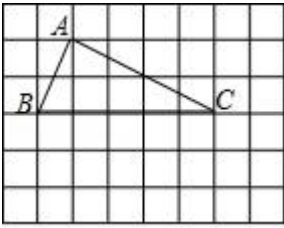
三、解答题（17题-20题，每题8分，21题-22题，每题10分，共52分）

17. 如图，在边长为1个单位长度的小正方形组成的网格中，按要求作图.

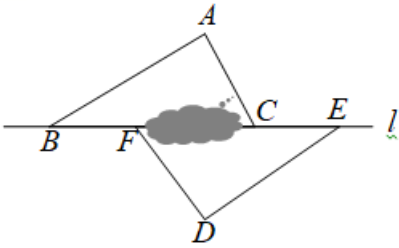
(1) 利用尺规作图在 AC 边上找一点 D ，使点 D 到 AB 、 BC 的距离相等。（不写作法，保留作图痕迹）



(2) 在网格中， $\triangle ABC$ 的下方，直接画出 $\triangle EBC$ ，使 $\triangle EBC$ 与 $\triangle ABC$ 全等。



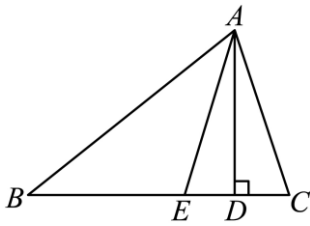
18. 如图，点 B, F, C, E 在直线 l 上 (F, C 之间不能直接测量)，点 A, D 在 l 异侧，测得 $AB=DE, AB \parallel DE, \angle A=\angle D$ 。



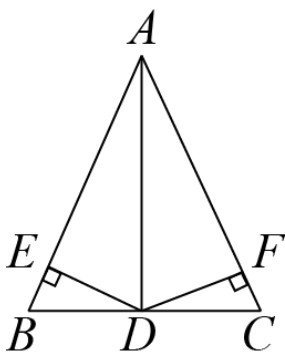
(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

(2) 若 $BE=10\text{m}$ ， $BF=3\text{m}$ ，则 FC 的长度为 m。

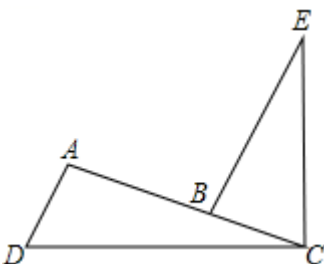
19. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高， AE 平分 $\angle BAC$ 。若 $\angle B=42^\circ$ ， $\angle C=70^\circ$ ，求 $\angle DAE$ 和 $\angle AEC$ 的度数。



20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别是 E, F ， $BE=CF$ 。求证： AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线。



21. 如图，已知 $\angle DCE=90^\circ$ ， $\angle DAC=90^\circ$ ， $BE \perp AC$ 于 B ，且 $DC=EC$ 。

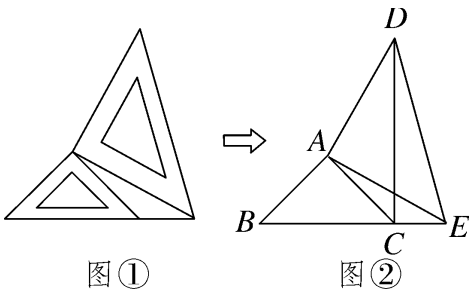




(1) 请写出与 $AB+AD$ 相等的线段: _____;

(2) 证明你的结论.

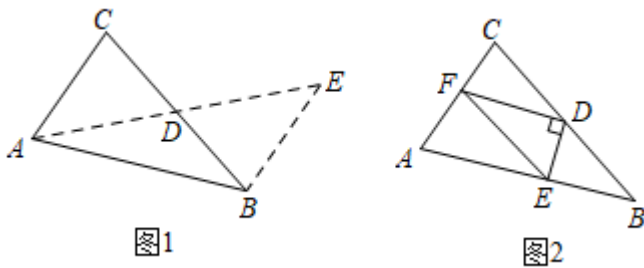
22. 某校八年级数学兴趣小组的同学在研究三角形时, 把两个大小不同的等腰直角三角板按如图①所示放置, 图②是由它抽象出的几何图形, B, C, E 在同一条直线上, 连接 DC .



(1) 请找出图②中的全等三角形, 并给予说明 (说明: 结论中不得含有未标识的字母);

(2) 试说明: DC 与 BE 的位置关系.

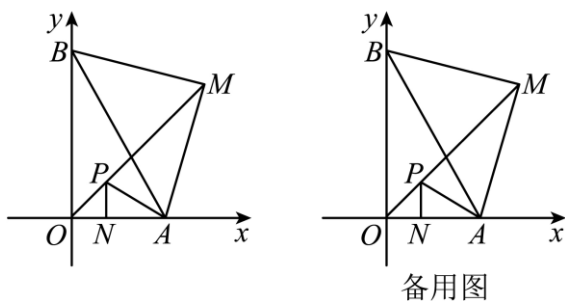
23. 阅读理解和解决问题



(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=10, AC=6$. 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围. 解决此问题可以用如下方法: 延长 AD 到点 E , 使得 $AD=DE$, 再连接 BE . 此时构造出一对全等的三角形为: _____ \cong _____, 全等的依据为 _____, 于是可推得 $AD=$ _____, $AC=$ _____, 这样就把 $AB, AC, 2AD$ 集中在 $\triangle ABE$ 中, 利用三角形三边关系即可判断中线 AD 的取值范围是 _____;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的中点, $DE \perp DF$, DE 交 AB 于点 E , DF 交 AC 于点 F , 连接 EF , 请你参考问题 (1) 的解答思路求证: $BE+CF > EF$.

24. 如图, 将一个含 45° 角的三角尺的直角顶点放在点 $M(8, 8)$ 处, 三角尺的两边分别交 x 轴、 y 轴的正半轴于 A, B 两点.



(1) 求 $OA+OB$ 的值;

(2) 把三角尺绕点 M 旋转, 在旋转的过程中保持 AP 平分 $\angle OAB$, AP 交 OM 于 P , $PN \perp x$ 轴于 N . 下列两个结论:



① $PN + \frac{1}{2}AB$ 的值不变;

② $PN + AB$ 的值不变,

其中只有一个正确, 请选择正确的结论, 直接写出其值.



参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分；在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题意）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据高线的定义即可得出结论.

【详解】解：B, C, D 都不是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，

A 选项是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，

故选：A.

【点睛】本题考查的是三角形的高，熟知三角形高线的定义是解答此题的关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】多边形的外角和是 360° ，则内角和是 $2 \times 360 = 720^\circ$. 设这个多边形是 n 边形，内角和是 $(n - 2) \times 180^\circ$ ，这样就得到一个关于 n 的方程组，从而求出边数 n 的值.

【详解】解：设这个多边形是 n 边形，根据题意，得

$$(n - 2) \times 180^\circ = 2 \times 360,$$

解得： $n = 6$.

即这个多边形为六边形.

故选 B.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据直角三角形的定义“有一个角为 90° 的三角形，叫做直角三角形”逐项分析即可.

【详解】A. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，三个角的度数不确定，此项不符合题意

B. $\angle A + \angle B = \angle C$ ，根据三角形内角和定理可得 $\angle C = 90^\circ$ ，此项符合题意

C. $\angle A = \angle B = \angle C$ ，则 $\triangle ABC$ 是等边三角形，此项不符合题意

D. $\angle A = \angle B = 2\angle C$ ，根据三角形内角和定理可得 $\angle A = \angle B = 72^\circ, \angle C = 36^\circ$ 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，此项不符合题意

故选：B.

【点睛】本题考查了直角三角形的定义，熟记定义是解题关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的判断方法解答.

【详解】解：由图可知，带第 4 块去，符合“角边角”，可以配一块与原来大小一样的三角形玻璃.

故答案为：4；ASA.



【点睛】本题考查了全等三角形的应用，是基础题，熟记三角形全等的判定方法是解题的关键.

5. 【答案】D

【解析】

【详解】A. 添加 $\angle A = \angle D$ 可利用 *AAS* 判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故此选项不合题意；

B. 添加 $AB = DC$ 可利用 *SAS* 定理判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故此选项不合题意；

C. 添加 $\angle ACB = \angle DBC$ 可利用 *ASA* 定理判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故此选项不合题意；

D. 添加 $AC = BD$ 不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故此选项符合题意.

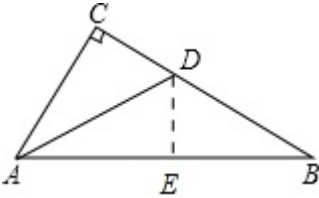
故选 D.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，先求出 CD 的长，再根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 $DE = CD = 2$ ，然后根据三角形的面积公式列式计算即可得解.

【详解】解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，



$$\because AB = 8, CD = 2,$$

$$\because AD \text{ 是 } \angle BAC \text{ 的角平分线, } \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore DE = CD = 2,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8.$$

故选 B.

【点睛】考查角平分线的性质，熟记角平分线上的点到角两边的距离相等是解题关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据邻补角互补可得 $\angle AEB = 60^\circ$ ，再根据全等三角形的性质可得 $\angle ADC = \angle AEB = 60^\circ$ ， $\angle C = \angle B = 50^\circ$ ，再利用三角形内角和定理可得答案.

$$\text{【详解】} \because \angle AEC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle AEB = 60^\circ, \angle C = \angle B = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ,$$

故选 B.

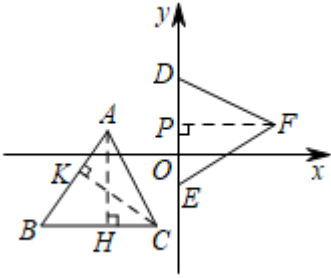
【点睛】本题主要考查全等三角形的性质定理以及三角形内角和定理，掌握全等三角形对应角相等，是解题的关键.



8. 【答案】C

【解析】

【详解】解：如图，作 AH、CK、FP 分别垂直 BC、AB、DE 于 H、K、P，



$$\therefore \angle DPF = \angle AKC = \angle CHA = 90^\circ,$$

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA,$$

在 $\triangle AKC$ 和 $\triangle CHA$ 中，

$$\begin{cases} \angle AKC = \angle CHA \\ AC = CA \\ \angle BAC = \angle BCA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AKC \cong \triangle CHA \text{ (AAS)},$$

$$\therefore KC = HA,$$

\because B、C 两点在方程式 $y = -3$ 的图形上，且 A 点的坐标为 $(-3, 1)$ ，

$$\therefore AH = 4,$$

$$\therefore KC = 4,$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle EDF, AC = DF,$$

在 $\triangle AKC$ 和 $\triangle DPF$ 中，

$$\begin{cases} \angle AKC = \angle DPF \\ \angle BAC = \angle EDF \\ AC = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AKC \cong \triangle DPF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore KC = PF = 4.$$

故选 C.

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. 【答案】 108°

【解析】

【分析】先求出正 n 边形的内角和，再根据正五边形的每个内角都相等，进而求出其中一个内角的度数.

【详解】解： \because 正多边形的内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$ ，



\therefore 正五边形的内角和是 $(5-2)\times 180^\circ = 540^\circ$,

则每个内角的度数是 $540^\circ \div 5 = 108^\circ$.

故答案为: 108°

【点睛】此题主要考查了多边形内角和, 解题的关键是熟练掌握基本知识.

10. **【答案】** 15

【解析】

【分析】先根据题目给出等腰三角形有两条边长为 3 和 6, 分类确定等腰三角形的腰与底的长求周长, 并应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】解: 若 3 为腰长, 6 为底边长,

由于 $3+3=6$, 则三角形不存在;

若 6 为腰长, 则符合三角形的两边之和大于第三边.

所以这个三角形的周长为 $6+6+3=15$.

故答案为: 15.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系. 求三角形的周长, 不能盲目地将三边长相加起来, 而应养成检验三边长能否组成三角形的好习惯, 把不符合题意的舍去.

11. **【答案】** $\angle B = \angle C$ 或 $BE = CF$ 或 $\angle BAE = \angle CAF$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定定理, 即可解答.

【详解】解: \because 在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACF$ 中, $\angle E = \angle F$, $AE = AF$,

\therefore 要使 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$, 还需添加一个条件是 $\angle B = \angle C$ (AAS) 或 $BE = CF$ (SAS) 或 $\angle BAE = \angle CAF$ (ASA),

故答案为: $\angle B = \angle C$ 或 $BE = CF$ 或 $\angle BAE = \angle CAF$ (答案不唯一).

【点睛】本题考查了全等三角形的判定定理, 熟练掌握和运用全等三角形的判定定理是解决本题的关键.

12. **【答案】** 3 cm^2

【解析】

【分析】根据三角形的中线把三角形分成两个面积相等的三角形解答.

【详解】解: \because 点 E 是 AD 的中点,

$$\therefore S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD}, \quad S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC},$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 (\text{cm}^2),$$

\because 点 F 是 CE 的中点,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 (\text{cm}^2).$$

故答案为: 3 cm^2 .

【点睛】本题考查了三角形的面积, 主要利用了三角形的中线把三角形分成两个面积相等的三角形, 原理



为等底同高的三角形的面积相等.

13. 【答案】 70°

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理、角平分线的定义以及三角形外角定理求得 $\frac{1}{2} \angle DAC + \frac{1}{2} \angle ACF = \frac{1}{2} (\angle B + \angle B + \angle 1 + \angle 2)$; 最后在 $\triangle AEC$ 中利用三角形内角和定理可以求得 $\angle AEC$ 的度数.

【详解】解: \because 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ,

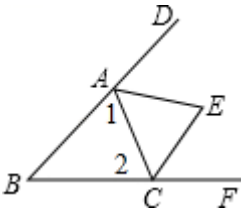
$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle DAC, \quad \angle ECA = \frac{1}{2} \angle ACF;$$

又 $\because \angle B = 40^\circ$ (已知), $\angle B + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (三角形内角和定理),

$$\therefore \frac{1}{2} \angle DAC + \frac{1}{2} \angle ACF = \frac{1}{2} (\angle B + \angle 2) + \frac{1}{2} (\angle B + \angle 1) = \frac{1}{2} (\angle B + \angle B + \angle 1 + \angle 2) = 110^\circ \text{ (外角定理),}$$

$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - (\frac{1}{2} \angle DAC + \frac{1}{2} \angle ACF) = 70^\circ.$$

故答案为: 70° .



【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理以及角平分线的性质, 熟练应用角平分线的性质是解题关键.

14. 【答案】7

【解析】

【分析】根据折叠的性质, 可得 $BE = BC = 6$, $CD = DE$, 从而 $AE = AB - BE = 2$, 再由 $\triangle AED$ 的周长 = $AD + DE + AE$, 即可求解.

【详解】解: \because 沿过点 B 的直线折叠这个三角形, 使得点 C 落在 AB 边上的点 E 处,

$$\therefore BE = BC = 6, \quad CD = DE,$$

$$\because AB = 8,$$

$$\therefore AE = AB - BE = 2,$$

$$\therefore \triangle AED \text{ 的周长} = AD + DE + AE = AD + CD + AE = AC + DE = 5 + 2 = 7.$$

故答案为: 7

【点睛】本题主要考查了折叠的性质, 熟练掌握折叠前后对应线段相等, 对应角相等是解题的关键.

15. 【答案】105

【解析】

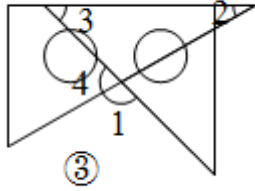
【分析】利用三角形外角性质求解.

【详解】如图, $\because \angle 2 = 30^\circ$, $\angle 3 = 45^\circ$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 4 = 105^\circ,$$

故答案为: 105.



【点睛】此题考查三角板的角度计算，三角形外角的性质，观察图形掌握各角度之间的位置关系是解题的关键。

16. 【答案】2 或 3.5cm/s

【解析】

【分析】分两种情况：①当 $EB=PC$ 时， $\triangle BPE \cong \triangle CQP$ ，②当 $BP=CP$ 时， $\triangle BEP \cong \triangle CQP$ ，进而求出即可。

【详解】解：设运动的为 ts ，分两种情况：

①当 $EB=PC$ ， $BP=QC$ 时， $\triangle BPE \cong \triangle CQP$ ，

$\because AB=20\text{cm}$ ， $AE=6\text{cm}$ ，

$\therefore EB=14\text{cm}$ ，

$\therefore PC=14\text{cm}$ ，

$\because BC=16\text{cm}$ ，

$\therefore BP=2\text{cm}$ ，

$\therefore QC=2\text{cm}$ ，

\because 点 P 从点 B 出发在线段 BC 上以 2cm/s 的速度向点 C 运动，

$\therefore t=2 \div 2=1$ (s)，

\therefore 点 Q 的运动速度为 $2 \div 1=2(\text{cm/s})$ ；

②当 $BP=CP$ ， $BE=QC=14\text{cm}$ 时， $\triangle BEP \cong \triangle CQP$ ，

由题意得： $2t=16-2t$ ，

解得： $t=4$ (s)，

\therefore 点 Q 的运动速度为 $14 \div 4=3.5(\text{cm/s})$ ；

综上，点 Q 的运动速度为 2 或 3.5cm/s；

故答案为：2 或 3.5 cm/s.

【点睛】此题主要考查了全等三角形的判定和性质等知识，关键是掌握两个三角形全等的判定和性质。

三、解答题（17 题-20 题，每题 8 分，21 题-22 题，每题 10 分，共 52 分）

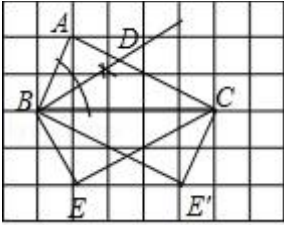
17. 【答案】(1) 答案见解析；(2) 答案见解析.

【解析】

【分析】(1) 作 $\angle ABC$ 的平分线即可；

(2) 利用翻折变换，或构造平行四边形可得结论.

【详解】解：(1) 如图点 D 即为所求；



(2) $\triangle EBC$ 或 $\triangle E'BC$ 即为所求;

【点睛】 本题考查作图 - 应用与设计, 全等三角形的判定, 角平分线的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

18. **【答案】** (1) 见解析 (2) 4

【解析】

【分析】 (1) 先证明 $\angle ABC = \angle DEF$, 再根据 ASA 即可证明.

(2) 根据全等三角形的性质即可解答.

【小问 1 详解】

证明: $\because AB \parallel DE$

$$\therefore \angle ABC = \angle DEF$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle DEF \\ AB = DE \\ \angle A = \angle D \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA)$$

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

$$\therefore BC = EF,$$

$$\therefore BF + FC = EC + FC,$$

$$\therefore BF = EC,$$

$$\because BE = 10\text{m}, BF = 3\text{m},$$

$$\therefore FC = 10 - 3 - 3 = 4\text{m}.$$

故答案为: 4.

【点睛】 本题考查全等三角形的判定和性质、平行线的判定等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形的条件, 记住平行线的判定方法, 属于基础题, 中考常考题型.

19. **【答案】** $\angle AEC = 76^\circ$, $\angle DAE = 14^\circ$.

【解析】

【分析】 根据三角形内角和定理求出 $\angle BAC$, 根据角平分线的定义得到 $\angle BAE = \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 34^\circ$, 根

据三角形的外角性质求出 $\angle AEC$, 根据直角三角形的性质求出 $\angle DAE$.

【详解】 解: $\because \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle B = 42^\circ$, $\angle C = 70^\circ$,



$$\therefore \angle BAC = 68^\circ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAE = \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 34^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle B + \angle BAE = 76^\circ,$$

$\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 90^\circ - \angle AEC = 14^\circ.$$

【点睛】 本题考查的是三角形内角和定理、三角形的高和角平分线，掌握三角形内角和等于 180° 是解题的关键.

20. **【答案】** 见解析

【解析】

【分析】 首先可证明 $\text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle DCF$ (HL) 再根据三角形角平分线的判定求得 AD 是角平分线即可.

【详解】 证明: $\because DE \perp AB, DF \perp AC$,

$\therefore \text{Rt}\triangle BDE$ 和 $\text{Rt}\triangle CDF$ 是直角三角形.

$$\begin{cases} BD=DC \\ BE=CF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF$ (HL),

$\therefore DE=DF$,

$\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

【点睛】 此题主要考查了角平分线的判定，综合运用了直角三角形全等的判定. 由三角形全等得到 $DE=DF$ 是正确解答本题的关键.

21. **【答案】** (1) AC 或 BE

(2) 见解析

【解析】

【分析】 (1) $AB+AD=AC$.

(2) 利用等角的余角相等，证明 $\angle DCA = \angle E$ ，根据 AAS 证明 $\triangle ADC \cong \triangle BCE$ 即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: $AB+AD=AC=BE$.

故答案为: AC 或 BE .

【小问 2 详解】

证明: $\because \angle DCE=90^\circ, BE \perp AC$ 于 B ,

$$\therefore \angle DCA + \angle ECB = 90^\circ, \angle E + \angle ECB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle E,$$



$$\text{在 } \triangle ADC \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle DAC = \angle CBE = 90^\circ \\ \angle DCA = \angle E \\ DC = CE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BCE$ (AAS),

$\therefore AD = BC, AC = BE,$

$\therefore AB + AD = AB + BC = AC.$

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质，利用等角的余角相等得到 $\angle DCA = \angle E$ 是解题的关键。

22. **【答案】** (1) $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ ，证明见解答过程；

(2) $DC \perp BE$ ，证明见解答过程。

【解析】

【分析】 (1) 利用 SAS 定理证明 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ ；

(2) 根据全等三角形的性质得到 $\angle B = \angle ACB = 45^\circ$ ，根据垂直的定义证明结论。

【小问 1 详解】

解： $\triangle BAE \cong \triangle CAD$.

理由如下：

$\because \angle BAC = \angle EAD = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAC + \angle CAE = \angle EAD + \angle CAE,$

即 $\angle BAE = \angle CAD$.

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAD$ 中

$$\begin{cases} BA = BC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAD$ (SAS)；

【小问 2 详解】

解： $DC \perp BE$.

理由如下：

$\because \triangle BAC$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \angle B = \angle ACB = 45^\circ$.

$\because \triangle BAE \cong \triangle CAD,$

$\therefore \angle ACD = \angle B = 45^\circ,$

$\therefore \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = \angle ACB + \angle B = 90^\circ,$

$\therefore DC \perp BE$.

【点睛】 本题考查的是全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质，掌握三角形全等的判定定理和性质定理是解题的关键。



23. 【答案】(1) $\triangle ADC$; $\triangle EDB$; SAS; $\frac{1}{2}AE$; $AC=6$; $2 < AD < 8$

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 先证明 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$, 从而可得到 $AC=BE$, 然后在 $\triangle ABE$ 中, 依据三角形的三边关系进行证明即可;

(2) 延长 FD 到 G 使 $DF=DG$, 连接 BG 、 EF 、 EG . 先证明 $\triangle CDF \cong \triangle BDG$, 从而可得到 $CF=BG$, 则 $CF+BE=BG+BE$, 依据垂直平分线的性质证明 $EF=EG$, 最后, 再利用三角形的三边关系进行证明即可.

【小问 1 详解】

解: 在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

$$\begin{cases} AD=ED \\ \angle ADC=\angle EDB, \\ DC=BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB$ (SAS).

$\therefore AC=BE=6$.

在 $\triangle ABE$ 中, $AD=\frac{1}{2}AE$, 即 $AE=2AD$,

依据三角形的三边关系可知: $AB-BE < AE < AB+BE$,

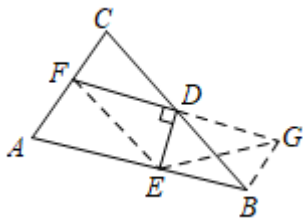
$\therefore 4 < 2AD < 16$,

$\therefore 2 < AD < 8$.

故答案为: $\triangle ADC$; $\triangle EDB$; SAS; $\frac{1}{2}AE$; $AC=6$; $2 < AD < 8$;

【小问 2 详解】

如下图所示: 延长 FD 到 G 使 $DF=DG$, 连接 BG 、 EF 、 EG .



在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BDG$ 中,

$$\begin{cases} CD=DB \\ \angle CDF=\angle BDG, \\ DF=DG \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BDG$.



$$\therefore CF=BG.$$

$$\therefore CF+BE=BG+BE.$$

$$\because ED \perp DF, DF=DG,$$

$\therefore ED$ 为 DG 的垂直平分线,

$$\therefore EF=EG.$$

$$\because BE+BG > GE,$$

$$\therefore BE+BG > EF,$$

$$\therefore BE+FC > EF.$$

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的性质和判定、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质、三角形的三边关系, 掌握本题的辅助线的作法是解题的关键.

24. **【答案】** (1) $OA+OB=16$;

(2) $PN + \frac{1}{2}AB$ 的值不会发生变化, 值为 8.

【解析】

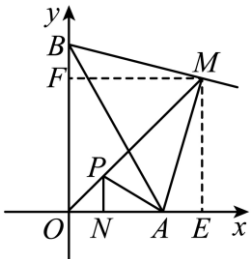
【分析】 (1) 作 $ME \perp x$ 轴于 E , $MF \perp y$ 轴于 F , 根据 M 的坐标得出 $ME=MF=OE=OF=8$, 再证明 $\triangle AME \cong \triangle BMF$, 推出 $AE=BF$, 求出 $OA+OB=OF+OE$, 即可得出答案;

(2) 过 P 作 $PQ \perp ME$ 于 Q , 延长 PQ 到 R , 使 $QR=PQ$, 连接 MR , 求出 $AB=PR$, 求出 $PN + \frac{1}{2}AB = OE$,

即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 作 $ME \perp x$ 轴于 E , $MF \perp y$ 轴于 F ,



$$\because M(8, 8),$$

$$\therefore ME=MF=OE=OF=8,$$

$$\because \angle AMF + \angle AME = \angle AMF + \angle BMF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AME = \angle BMF,$$

$$\text{在 } \triangle AME \text{ 和 } \triangle BMF \text{ 中, } \begin{cases} \angle MEA = \angle MFB \\ ME = MF \\ \angle EMA = \angle BMF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AME \cong \triangle BMF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE=BF,$$

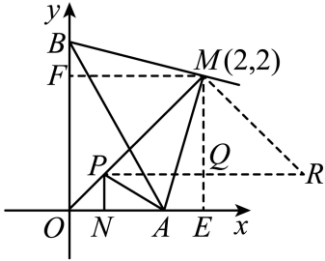


$$\therefore OA+OB=OA+OF+BF=OA+OF+AE=OE+OF=16;$$

【小问 2 详解】

解： $PN + \frac{1}{2} AB$ 的值不会发生变化，

理由如下：过 P 作 $PQ \perp ME$ 于 Q ，延长 PQ 到 R ，使 $QR=PQ$ ，连接 MR ，



$$\because \triangle AEM \cong \triangle BFM,$$

$$\therefore MB=MA,$$

$$\because \angle AMB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBA=\angle MAB=45^\circ,$$

$$\therefore M(8, 8),$$

$$\therefore ME=MF=OE=OF=8,$$

$\therefore \triangle OEM$ 和 $\triangle OFM$ 都是等腰直角三角形，

$$\therefore \angle MOA=\angle MOB=45^\circ,$$

$$\therefore ON=PN,$$

$$\because AP \text{ 平分 } \angle BAO, \angle BOA=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP=\angle PAO,$$

$$\therefore \angle MOA+\angle PAO=\angle MAB+\angle BAP,$$

即 $\angle MAP=\angle MPA$ ，

$$\therefore MP=MA,$$

$$\because \angle MOE=45^\circ, ME=OE=8,$$

$$\therefore \angle OME=45^\circ,$$

$$\because PR \perp ME, PQ=QR,$$

$$\therefore MP=MR,$$

$$\therefore MB=MP=MA=MR,$$

$$\therefore \angle RMQ=\angle PMQ=45^\circ,$$

$$\therefore \angle PMR=90^\circ=\angle BMA,$$

$$\text{在 } \triangle BMA \text{ 和 } \triangle PMR \text{ 中, } \begin{cases} MB=MP \\ \angle BMA=\angle PMR, \\ MA=MR \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BMA \cong \triangle PMR \text{ (SAS)},$$



$$\therefore AB=PR,$$

$$\therefore PN+\frac{1}{2}AB=ON+\frac{1}{2}AB=ON+\frac{1}{2}PR=ON+PQ=OE=8,$$

即 $PN+\frac{1}{2}AB$ 的值不会发生变化.

【点睛】 本题是三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质，添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键.