



# 2021 北京燕山初二（上）期末

## 数 学

2021 年 1 月

考  
生  
须  
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，25 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

### 一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

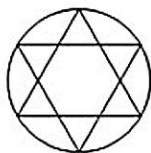
1. 下面图形中，是轴对称图形的是



A.



B.



C.



D.

2. 芝麻被称为“八谷之冠”，是世界上最古老的油料作物之一。一粒芝麻的质量约为  $0.000\ 002\ 01$  kg，将 100 粒芝麻的质量用科学记数法表示约为

- A.  $20.1 \times 10^{-3}$  kg    B.  $2.01 \times 10^{-4}$  kg    C.  $0.201 \times 10^{-5}$  kg    D.  $2.01 \times 10^{-6}$  kg

3. 下列运算正确的是

- A.  $x^5 \div x^3 = x^2$     B.  $(y^5)^2 = y^7$     C.  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$     D.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{5}$

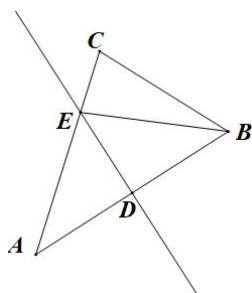
4. 正十边形的外角和为

- A.  $180^\circ$     B.  $360^\circ$     C.  $720^\circ$     D.  $1440^\circ$

5. 下列式子为最简二次根式的是

- A.  $\sqrt{(a+b)^2}$     B.  $\sqrt{12a}$     C.  $\sqrt{2}$     D.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

6. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 40^\circ$ ， $AB$  的垂直平分线分别交  $AB$ ， $AC$  于点  $D$ ， $E$ ，连接  $BE$ ，则  $\angle BEC$  的大小为



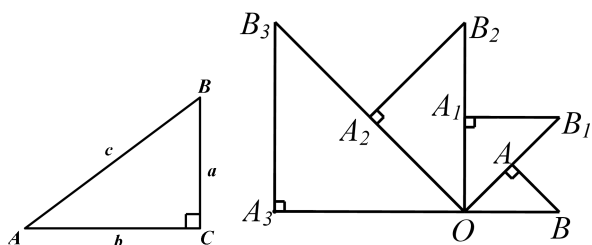
- A.  $40^\circ$     B.  $50^\circ$     C.  $80^\circ$     D.  $100^\circ$

7. 下列因式分解正确的是

- A.  $n^2 - 5n + 6 = n(n - 5) + 6$     B.  $4x^2 + 1 = (2x + 1)^2$   
 C.  $y^2 + 4y - 4 = (y + 2)^2$     D.  $4t^2 - 1 = (2t - 1)(2t + 1)$

8. 如图甲，直角三角形  $\triangle ABC$  的三边  $a, b, c$ ，满足  $a^2 + b^2 = c^2$  的关系. 利用这个关系，探究下面的问题：如图乙， $\triangle OAB$  是腰长为 1 的等腰直角三角形， $\angle OAB = 90^\circ$ ，延长  $OA$  至  $B_1$ ，使  $AB_1 = OA$ ，以  $OB_1$  为底，在  $\triangle OAB$  外侧作等腰直角三角形  $OA_1B_1$ ，再延长  $OA_1$  至  $B_2$ ，使  $A_1B_2 = OA_1$ ，以  $OB_2$  为底，在  $\triangle OA_1B_1$  外侧作等腰直角三角形  $OA_2B_2$ ，……，按此规律作等腰直角三角形  $OA_nB_n$  ( $n \geq 1, n$  为正整数)，则  $A_2B_2$  的长及  $\triangle OA_{2021}B_{2021}$  的面积分别是

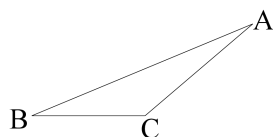
- A.  $2, 2^{2020}$     B.  $4, 2^{2021}$     C.  $2\sqrt{2}, 2^{2020}$     D.  $2, 2^{2019}$



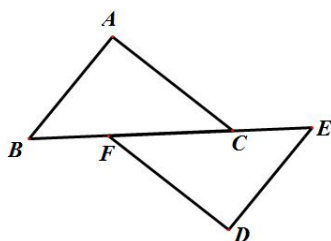
二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 若分式  $\frac{a+1}{a}$  的值等于 0，则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

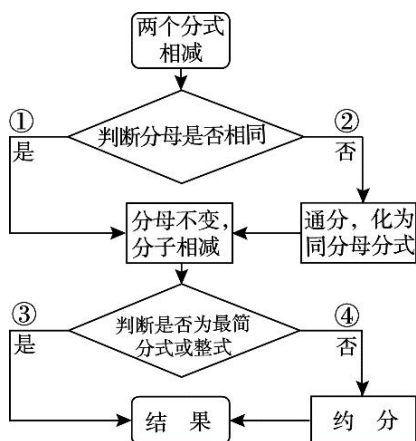
10. 如图，已知  $\triangle ABC$ ，通过测量、计算得  $\triangle ABC$  的面积约为\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ . (结果保留一位小数)



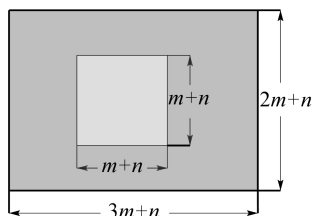
11. 如图，点  $B, F, C, E$  在一条直线上，已知  $AB=DE, AB \parallel DE$ ，请你添加一个适当的条件\_\_\_\_\_使得  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



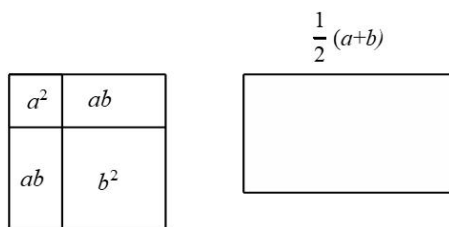
12. 依据如图流程图计算  $\frac{b}{b^2 - a^2} - \frac{1}{b + a}$ ，需要经历的路径是\_\_\_\_\_（只填写序号），输出的运算结果是\_\_\_\_\_。



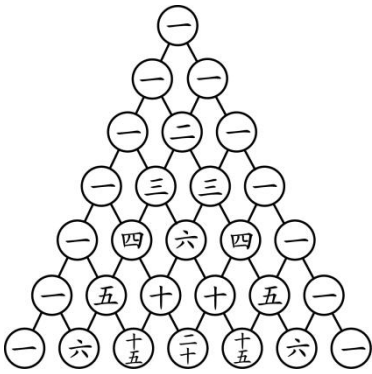
13. 装裱在我国具有悠久的历史 and 鲜明的民族特色，是我国特有的一种保护和美化书画以及碑帖的技术.如图，整个画框的长  $(3m + n)$  分米，宽为  $(2m + n)$  分米，中间部分是长方形的画心，长和宽均是  $(m + n)$  分米，则画心外阴影部分面积是\_\_\_\_\_平方米，并求当  $m = 2, n = 1$  时的阴影部分面积是\_\_\_\_\_平方米.



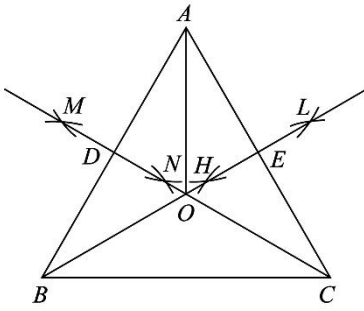
14. 有两块总面积相等的场地，左边场地为正方形，由四部分构成，各部分的面积数据如图所示. 右边场地为长方形，长为  $\frac{1}{2}(a + b)$ ，则宽为



15. 我国古代数学中的“杨辉三角”是重要的成就，它的发现比欧洲早五百年左右，(如图)，这个三角形给出了  $(a + b)^n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) 的展开式 (按  $a$  的次数由大到小顺序排列) 的系数规律.例如，第三行的三个数 1, 2, 1，恰好对应  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  展开式中各项的系数；第五行的五个数 1, 4, 6, 4, 1，恰好对应着  $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$  展开式中各项的系数.则  $(a + b)^5$  展开式中各项系数的和为\_\_\_\_\_；



16. 已知等边三角形  $ABC$ . 如图,



- (1) 分别以点  $A, B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧, 两弧相交于  $M, N$  两点;
- (2) 作直线  $MN$  交  $AB$  于点  $D$ ;
- (3) 分别以点  $A, C$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AC$  的长为半径作弧, 两弧相交于  $H, L$  两点;
- (4) 作直线  $HL$  交  $AC$  于点  $E$ ;
- (5) 直线  $MN$  与直线  $HL$  相交于点  $O$ ;
- (6) 连接  $OA, OB, OC$ .

根据以上作图过程及所作图形, 下列结论: ①  $OC=2OD$ ; ②  $AB=2OA$ ; ③  $OA=OB=OC$ ; ④  $\angle DOE=120^\circ$ , 正确的是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本题共 52 分, 第 17 题 6 分, 第 18-22 题, 每小题 5 分, 第 23-25 题, 每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: (1)  $(2a)^2 \cdot b^4 \div 12a^3b^2$       (2)  $2\sqrt{3} - (\sqrt{27} - \frac{1}{\sqrt{3}})$

18. 分解因式: (1)  $x^2 - 9$       (2)  $2x^2y - 4xy + 2y$

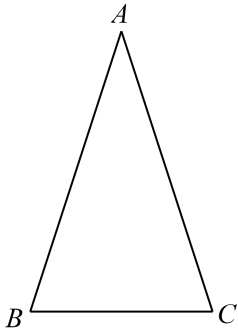


19. 解方程:  $2 - \frac{2y}{y+1} = \frac{3}{y-1}$

20. 已知:  $2m^2 = m + 5$ , 求代数式  $\left(\frac{4m}{m-3} - \frac{m}{m+3}\right) \cdot \frac{m^2-9}{m^3}$  的值

21. 已知: 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 点  $M$  是  $\triangle ABC$  内一点, 且  $MB=MC$ , 连接  $AM$  并延长, 交  $BC$  于点  $N$ .

- (1) 依题意补全图;
- (2) 求证:  $AM \perp BC$ .



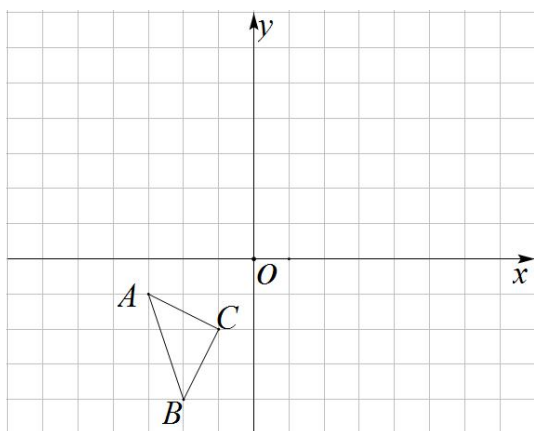
22. 列方程或方程组解应用题:

正确健步走有益身体健康, 可帮助人体增强心肺功能, 有效控制体重等, 手机数据发现聪聪步行 12 000 步与明明步行 9 000 步消耗的能量相同. 若每消耗 1 千卡能量聪聪行走的步数比明明多 10 步, 求聪聪每消耗 1 千卡能量需要行走多少步?

23. 在如图所示的直角坐标系中，每个小方格都是边长为 1 的正方形， $\triangle ABC$  的顶点均在格点上，点  $C$  的坐标是  $(-1, -2)$ 。

(1) 将  $\triangle ABC$  沿  $x$  轴正方向平移 3 个单位得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点  $B_1$  的坐标；

(2) 画出  $\triangle A_1B_1C_1$  关于  $x$  轴对称的  $\triangle A_2B_2C_2$ ，并求出  $\triangle A_2B_2C_2$  的面积。



24. 阅读下面的材料：

常用的分解因式的方法有提取公因式法、公式法等，但有的多项式只用上述方法无法分解。如  $x^2 - 4y^2 - 2x + 4y$ ，细心观察这个式子，会发现前两项符合平方差公式，后两项可提取公因式，前、后两部分分别因式分解后又出现新的公因式，提取公因式就可以完成整个式子的分解因式。具体过程如下：

$$\begin{aligned} & x^2 - 4y^2 - 2x + 4y \\ &= (x^2 - 4y^2) - (2x - 4y) \\ &= (x+2y)(x-2y) - 2(x-2y) \\ &= (x-2y)(x+2y-2) \end{aligned}$$

像这种将一个多项式适当分组后，进行分解因式的方法叫做分组分解法。

利用分组分解法解决下面的问题：

(1) 分解因式： $a^2 - b^2 + 4a - 4b$ ；

(2) 已知等腰三角形的三边  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均为整数，且  $a + bc + b + ca = 12$ ，则满足该条件的等腰三角形共有 \_\_\_\_\_ 个。

请说明理由。



25. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ , 在 $\triangle ABC$ 的外部作等边三角形 $\triangle ACD$ ,  $E$ 为 $AC$ 的中点, 连接 $DE$ 并延长交 $BC$ 于点 $F$ , 连接 $BD$ .

(1) 如图1, 若 $\angle BAC=100^\circ$ , 求 $\angle ABD$ 和 $\angle BDF$ 的度数;

(2) 如图2,  $\angle ACB$ 的平分线交 $AB$ 于点 $M$ , 交 $EF$ 于点 $N$ , 连接 $BN$ .

①补全图2;

②若 $BN=DN$ , 求证:  $MB=MN$ .

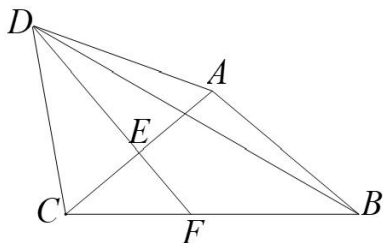


图1

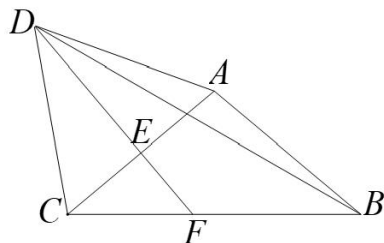


图2





参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	C	B	A	B	C	C	D	A

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9.  $a=-1$  10. 略 (0.8—1.1) 答案不唯一 11.  $BF=CE$  答案不唯一 12. ②③ (2分)  $\frac{a}{b^2-a^2}$  (1分)  
 13.  $5m^2+3mn$  (2分), 0.26 (1分) 14.  $2a+2b$  15. 32 16. ①③④

三、解答题(本题共 52 分，第 17 题 6 分，第 18-22 题，每小题 5 分，第 23-25 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解: (1)原式 =  $(2a)^2 \cdot b^4 \div 12a^3b^2 = 4a^2 \cdot b^4 \div 12a^3b^2 = \frac{b^2}{3a}$  .....3 分

(2)  $2\sqrt{3} - (\sqrt{27} - \frac{1}{\sqrt{3}}) = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$  .....6 分

18. 解: (1)  $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$  .....2 分

(2)  $2x^2y - 4xy + 2y = 2y(x^2 - 2x + 1) = 2y(x-1)^2$  .....5 分

19. 解:  $2 - \frac{2y}{y+1} = \frac{3}{y-1}$

去分母得,  $2(y+1)(y-1) - 2y(y-1) = 3(y+1)$  , .....1 分

去括号  $2y^2 - 2 - 2y^2 + 2y = 3y + 3 - 2y + 2$  , .....2 分

移项合并同类项得,  $y = -5$ , .....4 分

检验:  $y = -5$ , 是原方程的解. ....5 分

$(\frac{4m(m+3) - m(m-3)}{(m-3)(m+3)} \cdot \frac{m^2-9}{m^3})$  .....1分

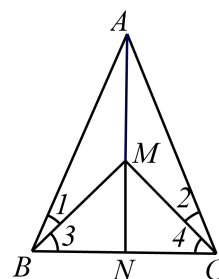
20.  $(\frac{4m}{m-3} - \frac{m}{m+3}) \cdot \frac{m^2-9}{m^3} = \frac{3m^2+15m}{(m^2-9)} \cdot \frac{m^2-9}{m^3}$  .....3分

$= \frac{3(m+5)}{m^2}$  .....4分

$2m^2 = m + 5$  时, 原式 = 6 .....5 分

21. (1) 依题意补全图; (画图, 并且标注) .....2 分

(2) 证明: 如图,  $AB=AC$ ,  $MB=MC$







$\begin{cases} AB = AC \\ MB = MC \\ AM = AM \end{cases}$   
 $\therefore$  在  $\triangle ABM$  和  $\triangle ACM$  中,

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACM$  .....3分

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle 3 = \angle 4$  ,  $\angle BMN = \angle CMN$

在  $\triangle BMN$  和  $\triangle CMN$  中,  $\begin{cases} \angle 3 = \angle 4 \\ \angle BMN = \angle CMN \\ NM = NM \end{cases}$

$\therefore \triangle BMN \cong \triangle CMN$ , .....4分

$\angle BMN = \angle CMN = 90^\circ$

$\therefore AM \perp BC$ . .....5分

22. 设聪聪每消耗 1 千卡能量需要行走  $x$  步, 则明明每消耗 1 千卡能量需要行走  $(x-10)$  步,

依题意, 得  $\frac{12000}{x} = \frac{9000}{x-10}$  .....3分

解分式方程得,  $x=40, 40-10=30$  .....4分

检验:  $x=40$  是方程的根

答: 聪聪每消耗 1 千卡能量需要行走 40 步 .....5分

23. (1) 图略, .....2分

$B_1(1, -4)$  .....3分

(2) 图略, .....5分

求面积过程略

$\triangle A_2B_2C_2$  的面积是  $\frac{5}{2}$  .....7分

24. (1) 分解因式:  $a^2 - b^2 + 4a - 4b = (a+b)(a-b) + 4(a-b) = (a-b)(a+b+4)$ ; .....3分

(2) 已知等腰三角形的三边  $a, b, c$  均为整数, 且  $a+bc+b+ca=12$ , 则满足该条件的

等腰三角形共有 2 个, .....4分

$\therefore a+bc+b+ca=12$

$\therefore \begin{cases} (a+b)+(bc+ca)=12 \\ (a+b)(1+c)=12 \end{cases}$  .....5分

$\therefore$  三边  $a, b, c$  均为整数

$\therefore a+b=1 \quad 1+c=12; \quad a+b=2 \quad 1+c=6; \quad a+b=3 \quad 1+c=4; \quad a+b=4 \quad 1+c=3;$



$a+b=6$   $1+c=2$ ;  $a+b=12$   $1+c=1$  共六种情况,

根据三边关系, 只有  $a+b=4$   $1+c=3$ ;  $a+b=6$   $1+c=2$  成立,

即  $a=b=c=2$ ,  $a=b=3, c=1$  两个等腰三角形 .....7分

25. (1) 解: 在等边三角形 $\triangle ACD$ 中,

$$\angle CAD = \angle ADC = \angle ACD = 60^\circ, AD = AC = CD.$$

$\because E$  为  $AC$  的中点,

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADC = 30^\circ. \dots\dots\dots$$

1分

$\because AB = AC,$

$\therefore AD = AB.$

$\because \angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 160^\circ.$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 10^\circ.$

$\therefore \angle BDF = \angle ADF - \angle ADB = 20^\circ \dots\dots\dots$  3分

(2) ①补全图形, 如图所示. ....4分

②证明: 连接  $AN$ .  $\because CM$  平分  $\angle ACB,$

$\therefore$  设  $\angle ACM = \angle BCM = \alpha.$

$\because AB = AC,$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 2\alpha.$

在等边三角形 $\triangle ACD$ 中,

$\because E$  为  $AC$  的中点,  $\therefore DN \perp AC. \therefore NA = NC.$

$\therefore \angle NAC = \angle NCA = \alpha. \therefore \angle DAN = 60^\circ + \alpha.$

在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle ADN$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD, \\ BN = DN, \\ AN = AN, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABN \cong \triangle ADN. \dots\dots\dots$  5分

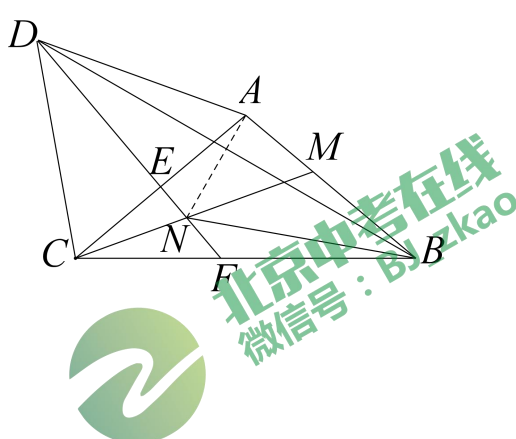
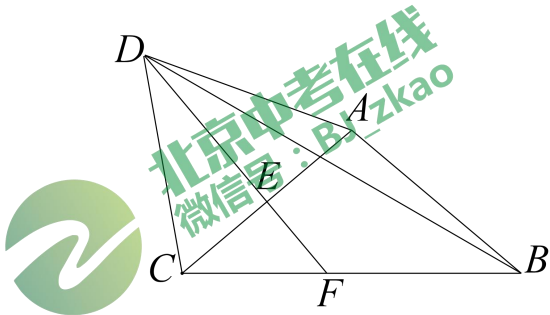
$\therefore \angle ABN = \angle ADN = 30^\circ, \angle BAN = \angle DAN = 60^\circ + \alpha. \therefore \angle BAC = 60^\circ + 2\alpha.$

在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ,$

$\therefore 60^\circ + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ. \therefore \alpha = 20^\circ.$

$\therefore \angle NBC = \angle ABC - \angle ABN = 10^\circ.$

$\therefore \angle MNB = \angle NBC + \angle NCB = 30^\circ.$



$\therefore \angle MNB = \angle MBN.$

$\therefore MB = MN.$  ..... 7分

说明：各解答题的其他正确解法请参照以上标准按分步给分的原则酌情评分。

