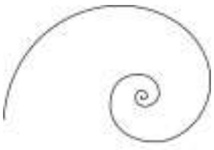
2023北京通州潞河中学初二12月月考

数　　学

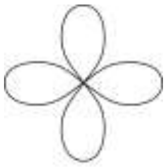
20231207

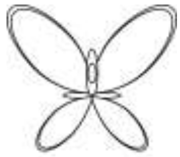
一、选择题（每题2分，共16分）

1. 在数学活动课中，同学们利用几何画板绘制出了下列曲线，其中不是轴对称图形的是（　　）

A. 
等角螺旋线

B. 
心形线

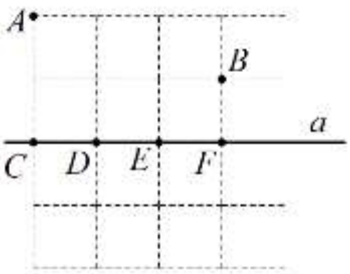
C. 
四叶玫瑰线

D. 
蝴蝶曲线

2. 下列根式是最简二次根式的是（　）

A. $\sqrt{4}$　　B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{8}$

3. 如图，正方形网格中，A，B 两点均在直线 a 上方，要在直线 a 上求一点 P，使 $PA+PB$ 的值最小，则点 P 应选在（　　）

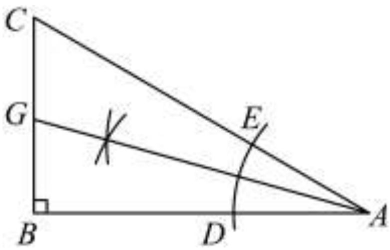


A. C 点　　B. D 点　　C. E 点　　D. F 点

4. 下列运算结果正确的是（　）

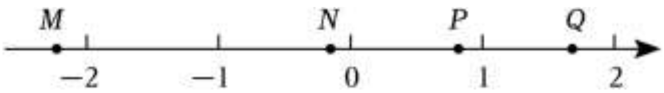
A. $\sqrt{9}=\pm3$　　B. $\left(-\sqrt{3}\right)^{2}=3$　　C. $\sqrt{9}\div\sqrt{3}=3$　　D. $\sqrt{-9}=-3$

5. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AB、AC 于点 D，E，再分别以点 D、E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 为半径画弧，两弧交于点 F，作射线 AF 交边 BC 于点 G，若 $BG=1$，$AC=4$，则 $\triangle ACG$ 的面积是（　　）



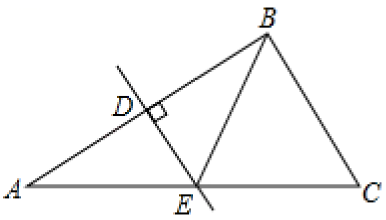
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 如图，数轴上M，N，P，Q四点中，与$2-\sqrt{5}$对应的点距离最近的是（　）



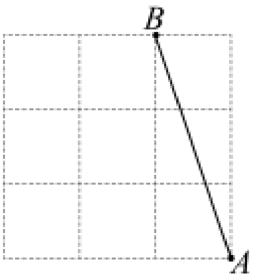
A. 点M　　B. 点N　　C. 点P　　D. 点Q

7. 如图，DE是ΔABC的边AB的垂直平分线，D为垂足，DE交AC于点E，且$AC=8, BC=5$，则ΔBEC的周长是（　　）



A. 12　　B. 13　　C. 14　　D. 15

8. 如图，每个小方格的边长为1，A，B两点都在小方格的顶点上，点C也是图中小方格的顶点，并且$\triangle ABC$是等腰三角形，那么点C的个数为（　）.

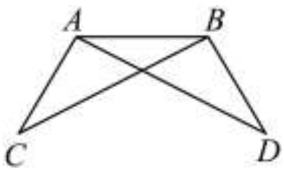


A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题（每题2分，共16分）

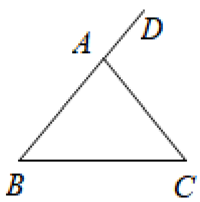
9. 若二次根式$\sqrt{x-3}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是__________.

10. 如图，$\angle ABC=\angle BAD$，请你添加一个条件：________，使$\triangle ABC\cong\triangle BAD$（只添一个即可）.

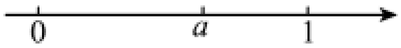


11. 写一个满足大于$\sqrt{7}$且小于$\sqrt{17}$的有理数是____________.

12. 如图，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D是BA延长线上一点，且$\angle DAC=100°$，则$\angle C=$_________.



13. 已知实数a在数轴上的位置如图所示，则化简$|a-1|+\sqrt{a^2}$的结果是________.



14. 若$|x-5|+\sqrt{y+3}=0$，则$x+y=$___.

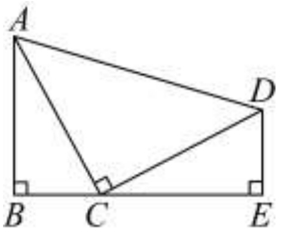
15. 给出表格：

a	0.0001	0.01	1	100	10000
$\sqrt{a}$	0.01	0.1	1	10	100

利用表格中的规律计算：已知$\sqrt{15}=k,\sqrt{0.15}=a,\sqrt{1500}=b$，则$a+b=$____.（用含$k$的代数式表示）

16. 如图，$\triangle ABC$和$\triangle CED$为直角三角形，$\angle B=\angle E=90^\circ$，$AC=CD$且$AC\perp CD$，则下列说法正确的是________.

①．$\triangle ABC\cong\triangle CED$　②．$AD=AB+DE$　③．$\angle BAC+\angle CDE=90^\circ$



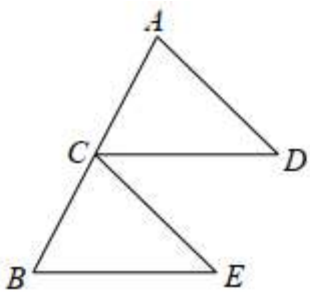
三、解答题（17-23 每题 5 分，24-26 每题 6 分，27 题 7 分，28 题 8 分）

17. 计算：$\sqrt{25}-\sqrt[3]{27}+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{7}-2)^0$.

18. 计算：$\sqrt{8}+\sqrt{3}\times\sqrt{6}+4\sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{10}\div\sqrt{5}$.

19. 解方程：$\frac{x}{x-3}+\frac{6}{x+3}=1$

20. 如图，C是AB的中点，$CD\parallel BE$，$CD=BE$，连接AD，CE．求证：$AD=CE$.



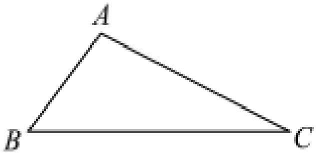
21. 先化简，再求值：$\left(1+\frac{1}{a}\right)\div\frac{a^2-1}{4a}-\frac{1}{a-1}$，其中$a=\sqrt{3}+1$.

22. 在学习三角形的过程中，小明遇到这样一个问题：如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=2\angle C$，把$\triangle ABC$分成两个等腰三角形，并说明理由．聪明的小明经过思考后很快就有了思路：作线段AC的垂直平分线，利用线段垂直平分线的性质，得到两条相等线段，从而构造出等腰三角形，使问题得到了解决.

请根据小明的思路完成下面的作图并填空：

解：用直尺和圆规作AC的垂直平分线，分别交AC，BC于点D，E，连接AE.（不写作法，不下结

论，只保留作图痕迹）

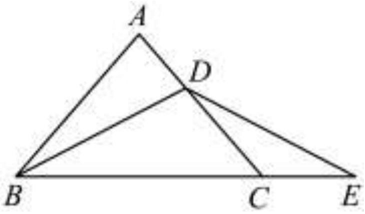


$\because DE$ 垂直平分线段 AC，$\therefore EA=$ ① ．即 $\triangle EAC$ 是等腰三角形，$\therefore \angle EAC=\angle C$．

$\because \angle AEB=\angle EAC+\angle C$，$\therefore$ ② $=2\angle C$．$\because \angle B=2\angle C$，$\therefore \angle B=\angle AEB$，

$\therefore AB=$ ③ ．即 $\triangle ABE$ 是等腰三角形．故 $\triangle EAC$ 和 $\triangle ABE$ 是等腰三角形．

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=80^\circ$，D 是 AC 上一点，E 是 BC 延长线上一点，连接 BD，DE，若 $\angle ABD=20^\circ$，$BD=DE$，求 $\angle CDE$ 的度数．



24. 分式方程应用题：近日，北京教育考试院发布了《北京市义务教育体育与健康考核评价现场考试项目评分准（试行）》，2024 年中考中对于体育现场考试项目中的男生 1000 米和女生 800 米的考核标准调整为“达到良好即满分”，即达到 3 分 55 秒即可得到满分．在一次计时跑步中，某班一名女生和一名男生的平均速度相同，且这名女生跑完 800 米所用时间比这名男生跑完 1000 米所用时间少 56 秒，按照中考考核标准来看，这名女生能否能拿到满分？

25. 阅读材料：

小明在学习了二次根式后，发现一些含有根号的式子可以写成另一个式子的平方，如

$3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$．这样就可以将 $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 进行化简，

即：$\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}=1+\sqrt{2}$．

善于思考的小明进行了以下探索：

对于 $a+2\sqrt{b}$，若能找到两个数 m 和 n，使 $m^2+n^2=a$ 且 $mn=\sqrt{b}$，则 $a+2\sqrt{b}$ 可

变为 m^2+n^2+2mn，即变成 $(m+n)^2$，从而使得 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}=\sqrt{(m+n)^2}=m+n$．

（其中 a，b，m，n 均为正整数）

例如：$\because 4+2\sqrt{3}=1+3+2\sqrt{3}=(\sqrt{1})^2+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}=(1+\sqrt{3})^2$，

$\therefore \sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}=1+\sqrt{3}$．

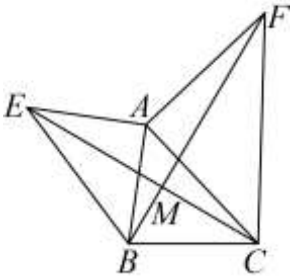
请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

（1）化简 $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$；

（2）化简 $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$；

（3）若 $\sqrt{a^2+4\sqrt{5}}=2+\sqrt{5}$，求 a 的值．

26. 如图，$AE\perp AB$，$AF\perp AC$，$AE=AB$，$AF=AC$，EC 与 BF 相交于点 M、问图中 EC 与 BF 有怎样的数量关系和位置关系？试证明你的结论.



27. 给出如下的定义：如果两个实数 a，b 使得关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的解是 $x=\frac{1}{a+b}$ 成立，那么我们就把实数 a，b 称为关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的一个“方程数对”，记为[a，b]．例如：$a=2$，$b=-5$ 就是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的一个“方程数对”，记为[2，-5].

（1）判断数对①[3，-5]，②[-2，4]中是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的“方程数对”的是______；（只填序号）

（2）若数对[n，$3-n$]是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的“方程数对”，求 n 的值；

（3）若数对[$m-k$，k]（$m\neq-1$ 且 $m\neq0$，$k\neq1$）是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x}+1=b$ 的“方程数对”，用含 m 的代数式表示 k.

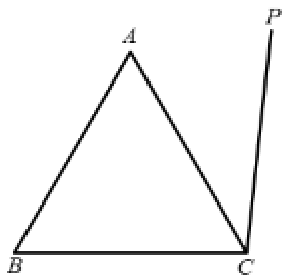
28. 如图，在等边三角形 ABC 右侧作射线 CP，∠ACP=α（0°<α<60°），点 A 关于射线 CP 的对称点为点 D，BD 交 CP 于点 E，连接 AD，AE.

（1）依题意补全图形；

（2）求∠DBC 的大小（用含 α 的代数式表示）；

（3）直接写出∠AEB 的度数；

（4）用等式表示线段 AE，BD，CE 之间的数量关系，并证明.



参考答案

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1.【答案】A

【分析】根据轴对称图形的定义即可进行解答.

【详解】解：根据题意得：

A 不是轴对称图形，C、B、D 是轴对称图形，

故选：A.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形的定义，解题的关键是掌握在平面内，如果一个图形沿某条直线对折后，直线两旁的部分能够完全重合，那么这个图形叫做轴对称图形.

2.【答案】C

【分析】根据最简二次根式的定义以及二次根式的化简进行判断即可.

【详解】解：A、$\sqrt{4}=2$，所以$\sqrt{4}$不是最简二次根式，所以选项 A 不符合题意；

B、$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以$\sqrt{\frac{1}{3}}$不是最简二次根式，所以选项 B 不符合题意；

C、$\sqrt{5}$是最简二次根式，所以选项 C 符合题意；

D、$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，所以$\sqrt{8}$不是最简二次根式，所以选项 D 不符合题意

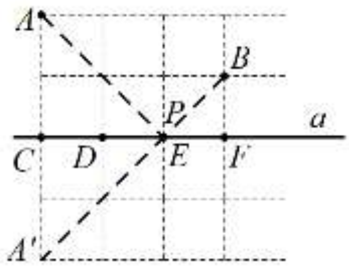
故选：C.

【点睛】本题考查最简二次根式，理解最简二次根式的定义是正确解答的前提.

3.【答案】C

【分析】利用轴对称，作出点 A 关于直线 a 的对称点 A'，连接 EN，其经过的点是 C 点，判断选择即可.

【详解】解：作出点 A 关于直线 a 的对称点 A'，连接 $A'B$，其经过的点是 E 点，



故选 C.

【点睛】本题考查了线段和最短问题，熟练掌握轴对称性质，准确构造对称确定点的位置是解题的关键.

4.【答案】B

【分析】根据算术平方根的定义、二次根式的性质、二次根式的除法、二次根式有意义的条件，分别判断即可.

【详解】解：A、$\sqrt{9}=3$，故原计算结果不正确，不符合题意；

B、$\left(-\sqrt{3}\right)^2=3$，故原计算结果正确，符合题意；

C、$\sqrt{9}\div\sqrt{3}=\sqrt{3}$，故原计算结果不正确，不符合题意；

D、$\sqrt{-9}$没有意义，无计算结果，故原计算结果不正确，不符合题意.

故选：B

【点睛】本题考查了算术平方根、二次根式的性质、二次根式的除法、二次根式有意义的条件，解本题的关键在熟练掌握相关的知识点．二次根式有意义的条件：被开方数为非负数.

5.【答案】A

【分析】利用基本作图得到AG平分$\angle BAC$，利用角平分线的性质得到G点到AC的距离为1，然后根据三角形面积公式计算$\triangle ACG$的面积；

【详解】解：由作法得AG平分$\angle BAC$，

$\therefore G$点到AC的距离等于BG的长，即G点到AC的距离为1，

所以$\triangle ACG$的面积$=\dfrac{1}{2}\times4\times1=2$；

故选：A.

【点睛】本题考查了作图-基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）．也考查了角平分线的性质.

6.【答案】B

【分析】估算出无理数$2-\sqrt{5}$的大小，进而可以求解.

【详解】解：$\because 4<5<9$，

$\therefore 2<\sqrt{5}<3$，

$\therefore -2>-\sqrt{5}>-3$，

$\therefore -1<2-\sqrt{5}<0$，

$\therefore$点N距离此点最近.

故选：B.

【点睛】此题考查了无理数的估算，解题的关键是正确求得无理数的估值.

7.【答案】B

【分析】直接利用线段垂直平分线的性质得出$AE=BE$，进而得出答案.

【详解】解：$\because DE$是ΔABC的边AB的垂直平分线，

$\therefore AE=BE$，

$\because AC=8, BC=5$，

$\therefore \Delta BEC$的周长是：$BE+EC+BC=AE+EC+BC=AC+BC=13$.

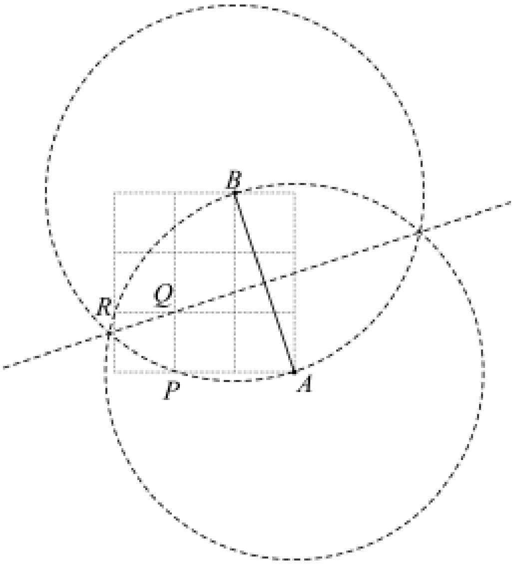
故选B.

【点睛】考核知识点：线段垂直平分线.理解线段垂直平分线性质是关键.

8.【答案】C

【分析】如图：分别以A、B为圆心、以AB为圆心画圆，圆上的格点即为所求；正确画出图形是解题的关键．

【详解】解：如图：C点与P、Q、R重合时，均满足$\triangle ABC$是等腰三角形．



故选C．

二、填空题（每题2分，共16分）

9.【答案】$x\geq 3$

【分析】根据二次根式被开方数的非负性求出答案．

【详解】解：由题意得$x-3\geq 0$，解得$x\geq 3$，

故答案为：$x\geq 3$．

【点睛】此题考查了二次根式的非负性，熟记二次根式的被开方数大于等于零的性质是解题的关键．

10.【答案】$\angle BAC=\angle ABD$或$BC=AD$或$\angle C=\angle D$（答案不唯一）

【分析】本题考查全等三角形的判定，已知AB是公共边，$\angle ABC=\angle BAD$具备了一组边、一对角对应相等，然后根据全等三角形的判定定理解答即可．灵活利用全等三角形的判定定理是解题的关键．

【详解】解：如图：$\because AB$是公共边，$\angle ABC=\angle BAD$，

$\therefore$当$\angle BAC=\angle ABD$时，根据ASA可证$\triangle ABC\cong\triangle BAD$；当$BC=AD$时，根据SAS可证$\triangle ABC\cong\triangle BAD$；当$\angle C=\angle D$时，根据ASS可证$\triangle ABC\cong\triangle BAD$．

故答案为：$\angle BAC=\angle ABD$或$BC=AD$或$\angle C=\angle D$（答案不唯一）．

11.【答案】3

【分析】根据题意易得$2<\sqrt{7}<3,4<\sqrt{17}<5$，然后问题可求解．

【详解】解：$\because 4<7<9,16<17<25$，

$\therefore 2<\sqrt{7}<3,4<\sqrt{17}<5$，

$\therefore$满足大于$\sqrt{7}$且小于$\sqrt{17}$的有理数可以为3；

故答案为3.

【点睛】本题主要考查无理数的估算，熟练掌握无理数的估算是解题的关键.

12.【答案】$50°$

【分析】根据等腰三角形的性质可得$\angle B=\angle C$，根据三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和，即可得出$\angle C$的度数.

【详解】解：$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C$，

$\because \angle DAC=100°$，$\angle DAC=\angle B+\angle C$，

$\therefore \angle B+\angle C=2\angle C=100°$，

$\therefore \angle C=50°$.

故答案为：$50°$

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质，三角形外角的性质，熟练掌握等腰三角形的性质，三角形外角的性质是解题的关键.

13.【答案】1

【分析】先根据题意得到$0<a<1$，据此化简二次根式和化简绝对值即可.

【详解】解：由题意得，$0<a<1$，

$\therefore a-1<0$，

$\therefore |a-1|+\sqrt{a^2}=1-a+a=1$，

故答案为：1.

【点睛】本题主要考查了实数与数轴，实数的性质和化简二次根式，正确得到$a-1<0$是解题的关键.

14.【答案】2

【分析】根据绝对值的非负性及算术平方根的非负性得到$x=5$，$y=-3$，再计算代数式即可.

【详解】解：$\because |x-5|+\sqrt{y+3}=0$，

$\therefore x-5=0$，$y+3=0$，

解得：$x=5$，$y=-3$，

$x+y=5-3=2$.

故答案为：2.

【点睛】此题考查代数式的代入求值，正确掌握绝对值的非负性及算术平方根的非负性是解题的关键.

15.【答案】$10.1k$

【分析】根据题意易得$a=0.1k,b=10k$，然后问题可求解.

【详解】解：由$\sqrt{15}=k,\sqrt{0.15}=a,\sqrt{1500}=b$，则$a+b=10.1k$；

故答案为：$10.1k$.

【点睛】本题主要考查二次根式的性质，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

16.【答案】①③

【分析】先根据等角的余角相等可得$\angle BAC=\angle DCE$，再结合已知条件可证$\triangle ABC\cong\triangle CED(\mathrm{AAS})$，即可判定①；根据全等三角形的性质可得$BC=DE, AB=CE$，$\angle ACB=\angle CDE$，再根据线段的和差及等量代换可判定②，根据直角三角形两锐角互余以及等量代换可判定③；掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

【详解】解：$\because \angle B=90^{\circ}$，$AC\perp CD$，

$\therefore \angle BAC+\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle DCE+\angle ACB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BAC=\angle DCE$，

在$\triangle ABC$和$\triangle CED$中，

$$\begin{cases}\angle B=\angle E=90^{\circ}\\ \angle BAC=\angle DCE,\\ AC=CD\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle CED(\mathrm{AAS})$,即①正确；

$\therefore BC=DE, AB=CE$，$\angle ACB=\angle CDE$

$\therefore BE=BC+CE=AB+DE\neq AD$,即②错误；

$\because \angle B=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BAC+\angle ACB=90^{\circ}$,

$\therefore \angle BAC+\angle CDE=90^{\circ}$，即③正确.

故答案为①③.

三、解答题（17-23每题5分，24-26每题6分，27题7分，28题8分）

17.【答案】3

【分析】本题考查实数的混合运算．先化简各式，再进行加减运算即可.

【详解】解：原式$=5-3+2-1=3$.

18.【答案】$7\sqrt{2}$

【分析】本题考查二次根式的混合运算，先化简各式，再合并同类二次根式即可.

【详解】解：原式$=2\sqrt{2}+\sqrt{3\times6}+\sqrt{\frac{1}{8}\times16}+\sqrt{10\div5}$

$=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}$.

19.【答案】x=1

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：$\frac{x}{x-3}+\frac{6}{x+3}=1$，

方程两边乘$\left(x-3\right)\left(x+3\right)$，

得$x\left(x+3\right)+6\left(x-3\right)=x^2-9$，

解得：$x=1$，

检验：当$x=1$时，$\left(x-3\right)\left(x+3\right)\neq 0$，

所以，原分式方程的解为$x=1$.

【点睛】本题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

20.【答案】证明见解析

【分析】根据平行线的性质和中点的定义以及全等三角形的判定和性质解答即可.

【详解】证明：∵C是AB的中点，

∴$AC=CB$，

∵$CD\parallel BE$，

∴$\angle ACD=\angle B$.

在$\triangle ACD$和$\triangle CBE$中，

$$\begin{cases} AC=CB \\ \angle ACD=\angle B \\ CD=BE \end{cases},$$

∴$\triangle ACD\cong\triangle CBE$（$SAS$），

∴$AD=CE$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定、平行线的性质及其应用等几何知识点问题．应牢固掌握全等三角形的判定定理.

21.【答案】$\dfrac{3}{a-1}$；$\sqrt{3}$

【分析】根据分式的混合运算化简代数式，然后将字母的值代入进行计算即可求解.

【详解】解：$\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\div\dfrac{a^2-1}{4a}-\dfrac{1}{a-1}$

$=\dfrac{a+1}{a}\times\dfrac{4a}{\left(a+1\right)\left(a-1\right)}-\dfrac{1}{a-1}$

$=\dfrac{4}{a-1}-\dfrac{1}{a-1}$

$=\dfrac{3}{a-1}$，

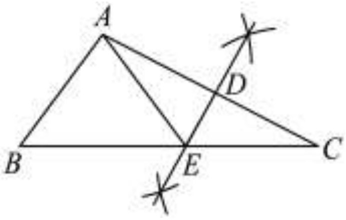
当$a=\sqrt{3}+1$时，原式$=\dfrac{3}{\sqrt{3}+1-1}=\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了分式的化简求值，分母有理化，正确的计算是解题的关键.

22.【答案】作图见解析，BE，$\angle AEB$，AE.

【分析】用直尺和圆规作 AC 的垂直平分线，分别交 AC， BC 于点 D， E，连接 AE 即可，根据线段垂直平分线的性质以、三角形的外角性质以及等角对等边即可判定 $\triangle EAC$ 和 $\triangle ABE$ 是等腰三角形.

【详解】解：作图如下， $\triangle EAC$ 和 $\triangle ABE$ 是所求作的三角形，



$\because$ DE 垂直平分线段 AC，

$\therefore$ $EA = EC$. 即 $\triangle EAC$ 是等腰三角形，

$\therefore$ $\angle EAC = \angle C$.

$\because$ $\angle AEB = \angle EAC + \angle C$，

$\therefore$ $\angle AEB = 2\angle C$.

$\because$ $\angle B = 2\angle C$，

$\therefore$ $\angle B = \angle AEB$，

$\therefore$ $AB = AE$. 即 $\triangle ABE$ 是等腰三角形. 故 $\triangle EAC$ 和 $\triangle ABE$ 是等腰三角形.

故答案为： BE， $\angle AEB$， AE.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的判定及性质，线段垂直平分线的性质，三角形的外角性质，熟练掌握相关性质是解题的关键.

23. 【答案】$20°$

【分析】先根据等边对等角和三角形内角和定理求出 $\angle ABC = \angle ACB = 50°$，进而求出 $\angle E = \angle DBC = 30°$，再由三角形外角的性质可得 $\angle CDE = \angle ACB - \angle E = 20°$.

【详解】解：$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$， $\angle BAC = 80°$，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}\left(180° - \angle BAC\right) = 50°$，

$\because$ $\angle ABD = 20°$，

$\therefore$ $\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 30°$.

$\because$ $BD = DE$，

$\therefore$ $\angle E = \angle DBC = 30°$，

$\therefore$ $\angle CDE = \angle ACB - \angle E = 20°$.

【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理，三角形外角的性质，等边对等角，灵活运用所学知识是解题的关键.

24. 【答案】这名女生能拿到满分

【分析】本题考查分式方程的应用．设女生所用的时间为 x 秒，则男生所用时间为 $\left(x+56\right)$ 秒，根据两人的平均速度相同，列出方程求解即可．找准等量关系，正确的列出方程，是解题的关键．

【详解】解：设女生所用的时间为x秒，则男生所用时间为$\left(x+56\right)$秒，由题意，得：

$\frac{800}{x}=\frac{1000}{x+56}$，

解得：$x=224$，

经检验$x=224$是原方程的解；

∵3分55秒$=235$秒，$224<235$，

∴这名女生能拿到满分．

25.【答案】(1) $1+\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(3) $a=\pm 3$

【分析】(1) 仿照题中的计算方法以及完全平方公式求解即可；

(2) 仿照题中的计算方法以及完全平方公式求解即可；

(3) 仿照题中的计算方法以及完全平方公式求解即可．

【小问1详解】

解：∵$6+2\sqrt{5}=1+5+2\sqrt{5}=1^2+2\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=\left(1+\sqrt{5}\right)^2$，

∴$\sqrt{6+2\sqrt{5}}=\sqrt{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}=1+\sqrt{5}$；

【小问2详解】

解：∵$5-2\sqrt{6}=3+2-2\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$，

∴$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$；

【小问3详解】

解：∵$\left(2+\sqrt{5}\right)^2=2^2+2\times 2\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=4+5+4\sqrt{5}=9+4\sqrt{5}$，

∴$a^2=9$，则$a=\pm 3$．

【点睛】本题考查二次根式的化简、完全平方公式，理解题中计算方法，利用类比思想求解是解答的关键．

26.【答案】$EC\perp BF$，$EC=BF$，理由见解析

【分析】先由条件可以得出$\angle EAC=\angle BAF$，再根据SAS证明$\triangle EAC\cong\triangle BAF$就可以得出结论

【详解】解：$EC\perp BF$，$EC=BF$，理由如下：

∵$AE\perp AB$，$AF\perp AC$

∴$\angle EAB=\angle CAF=90°$

∴$\angle EAB+\angle BAC=\angle CAF+\angle CAB$

即$\angle EAC=\angle BAF$

∵在△EAC和△BAF中

$$\begin{cases} EA=BA \\ \angle EAC=\angle BAF \\ AC=AF \end{cases}$$

∴$\triangle EAC\cong\triangle BAF\left(\text{SAS}\right)$

∴$EC=BF$，$\angle AEC=\angle ABF$

又∵$\angle AEC+\angle EAB=\angle ABF+\angle EMB$

∴$\angle EMB=\angle EAB=90^\circ$

∴$EC\perp BF$

综上所述，$EC\perp BF$，$EC=BF$

【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质、垂直的意义，解题的关键是掌握全等三角形的判定和性质.

27.【答案】(1)① (2)$n=\dfrac{1}{2}$

(3)$k=\dfrac{m^2+1}{m+1}$

【分析】(1)根据题中运算方法计算判断即可；

(2)根据题意，$x=\dfrac{1}{3}$是关于x的分式方程$\dfrac{n}{x}+1=3-n$的解，将$x=\dfrac{1}{3}$代入方程中求解即可；

(3)根据题意，$x=\dfrac{1}{m}$是关于x的分式方程$\dfrac{m-k}{x}+1=k$的解，将$x=\dfrac{1}{m}$代入分式方程$\dfrac{m-k}{x}+1=k$中求解即可.

【小问1详解】

解：①当$a=3$，$b=-5$时，解方程$\dfrac{3}{x}+1=-5$得$x=-\dfrac{1}{2}$，

经检验，$x=-\dfrac{1}{2}$是该分式方程的解，又$x=-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3+(-5)}$，

∴$[3,-5]$是关于x的分式方程$\dfrac{a}{x}+1=b$的“方程数对”；

②当$a=-2$，$b=4$时，解方程$-\dfrac{2}{x}+1=4$得$x=-\dfrac{2}{3}$，

经检验，$x=-\dfrac{2}{3}$是该分式方程的解，又$x=-\dfrac{2}{3}\neq\dfrac{1}{(-2)+4}$，

故$[-2,4]$不是关于x的分式方程$\dfrac{a}{x}+1=b$的“方程数对”，

故答案为：①；

【小问2详解】

解：∵数对$[n,3-n]$是关于x的分式方程$\frac{a}{x}+1=b$的“方程数对”，

$\therefore x=\frac{1}{n+(3-n)}=\frac{1}{3}$是关于$x$的分式方程$\frac{n}{x}+1=3-n$的解，

将$x=\frac{1}{3}$代入分式方程$\frac{n}{x}+1=3-n$中，得$3n+1=3-n$，

解得$n=\frac{1}{2}$；

【小问3详解】

解：∵数对$[m-k,k]$（$m\neq-1$且$m\neq0$，$k\neq1$）是关于x的分式方程$\frac{a}{x}+1=b$的“方程数对”，

$\therefore x=\frac{1}{m-k+k}=\frac{1}{m}$是关于$x$的分式方程$\frac{m-k}{x}+1=k$的解，

将$x=\frac{1}{m}$代入分式方程$\frac{m-k}{x}+1=k$中，得$m(m-k)+1=k$，

则$(m+1)k=m^2+1$，

$\because m\neq-1$，

$\therefore k=\frac{m^2+1}{m+1}$.

【点睛】本题考查解分式方程、分式方程的解，理解题中定义，掌握分式方程的解满足分式方程是解答的关键.

28.【答案】（1）见解析；（2）α；（3）60°；（4）$BD=2AE+CE$；证明见解析

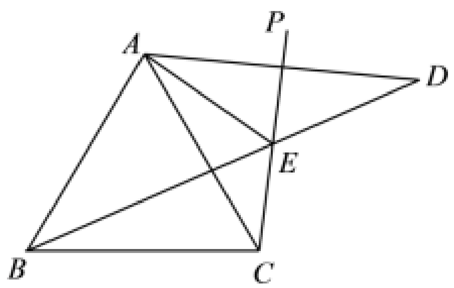
【分析】（1）根据对称性即可补全图形；

（2）连接CD，根据对称性得到$\angle ACE=\angle DCE=\alpha$，从而得到$\angle BCD=60^\circ+2\alpha$，再根据$BC=AC=DC$即可求解；

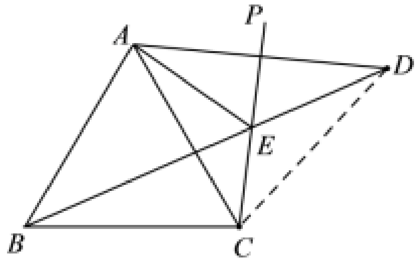
（3）根据对称性可得$\angle EAC=\angle EDC==\angle DBC$，再根据角度的八字模型即可得到∠AEB=$\angle ACB$，故可求解；

（4）在EB上截取$EF=EA$，连接AF，得到△AEF是等边三角形，根据△ABC是等边三角形得到，$\angle BAF=\angle CAE$，进而证明△BAF≌△CAE，得到$BF=CE$，再根据对称性得到$AE=DE$，故可得到$BD=BF+FE+ED=CE+2AE$.

【详解】（1）依题意补全图形；



（2）解： 连接 CD.



∵线段 AC 和 DC 关于射线 CP 的对称，

∴ $AC = DC$， $\angle ACE = \angle DCE = \alpha$.

∵$\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $AC = BC$， $\angle ACB = 60°$.

∴ $BC = DC$， $\angle BCD = 60° + 2\alpha$

∴ $\angle DBC = \angle BDC = \frac{1}{2}\left[180° - \left(60° + 2\alpha\right)\right] = 60° - \alpha$.

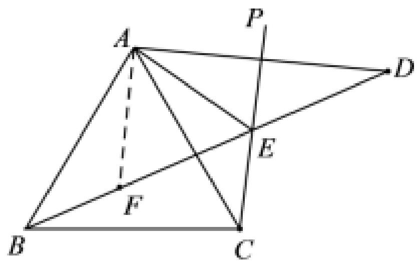
（3）根据对称性可得 $\angle EAC = \angle EDC = 60° - \alpha = \angle DBC$

∵ $\angle EAC + \angle AEB = \angle DBC + \angle ACB$

∴ $\angle AEB = \angle ACB = 60°$

（4）结论： $BD = 2AE + CE$.

在 EB 上截取 $EF = EA$，连接 AF.



∵ $\angle AEB = 60°$，

∴$\triangle AEF$ 是等边三角形，

∴ $AF = AE$， $\angle FAE = 60°$.

∵$\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $AB = AC$， $\angle BAC = 60°$.

∴ $\angle BAC - \angle FAC = \angle FAE - \angle FAC$.

∴ $\angle BAF = \angle CAE$.

在$\triangle BAF$ 和$\triangle CAE$ 中

$$\because \begin{cases} AB = AC \\ \angle BAF = \angle CAE \\ AF = AE \end{cases}$$

∴ $\triangle BAF \cong \triangle CAE$（SAS）

∴ $BF=CE$（全等三角形的对应边相等）

∵点 A 和点 D 关于射线 CP 的对称，

∴ $AE=DE$.

∴ $BD=BF+FE+ED=CE+2AE$.

【点睛】此题主要考查轴对称与几何综合，解题的关键是熟知等边三角形的性质、旋转的性质及对称性的应用.