



# 数学试卷

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 8 页, 共 27+3 道小题, 满分 100+10 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 答案一律填写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上, 选择题和作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。

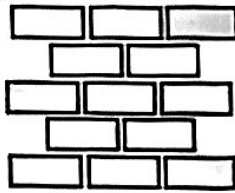
## 第一部分 A 卷 (满分 100 分)

一、选择题 (每小题只有一个选项符合题意。共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

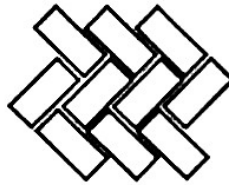
1. 在本学期的选修课中, 同学们在北海公园里发现了地砖有以下四种铺砌方式, 其中, 由一块砖仅通过平移这一种变换就能得到的是 ( )



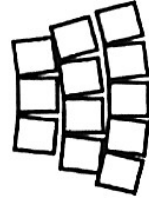
A. 织篮式砌合



B. 错缝砌合



C. 人字砌合



D. 弯曲铺砌

2. 在平面直角坐标系中, 点  $(-1, 2)$  在 ( )

A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3. 方程组  $\begin{cases} x=5+y, \\ 3x+4y=1 \end{cases}$  的解是 ( )

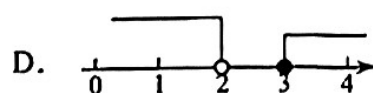
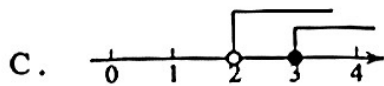
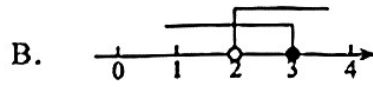
A. 无解

B. 无数组解

C.  $\begin{cases} x=3, \\ y=-2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x=-2, \\ y=3 \end{cases}$

4. 不等式  $\begin{cases} x > 2 \\ x \geq 3 \end{cases}$  的解集在数轴上表示为 ( )



5. 若  $a > b$ , 则下列不等式成立的是 ( )

A.  $a+2 < b+2$

B.  $a-2 < b-2$

C.  $3a < 3b$

D.  $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$



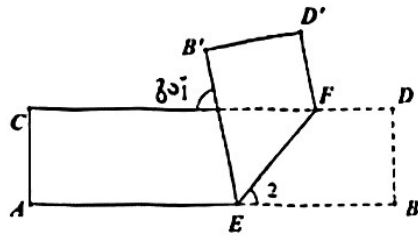
6. 若点  $P$  在第四象限, 且点  $P$  到  $x$  轴的距离为 2, 到  $y$  轴的距离为 1, 则点  $P$  的坐标为 ( )

- A. (1,-2)      B. (2,1)      C. (-1,2)      D. (2,-1)

7. 下列命题中, 真命题是 ( )

- A. 相等的两个角是对顶角  $\times$   
 B. 两条直线被第三条直线所截, 同位角相等  
 C. 在同一平面内, 垂直于同一条直线的两条直线平行  
 D. 直线外一点到这条直线的垂线段叫做这点到直线的距离

8. 如图, 纸片的边缘  $AB, CD$  互相平行, 将纸片沿  $EF$  折叠, 使得点  $B, D$  分别落在点  $B', D'$  处. 若  $\angle 1 = 80^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数是 ( )



- A.  $50^\circ$       B.  $60^\circ$   
 C.  $70^\circ$       D.  $80^\circ$

9. 数学组老师们去北海公园踩点出题. 梁老师提示可以利用平面直角坐标系表示景点的地理位置.

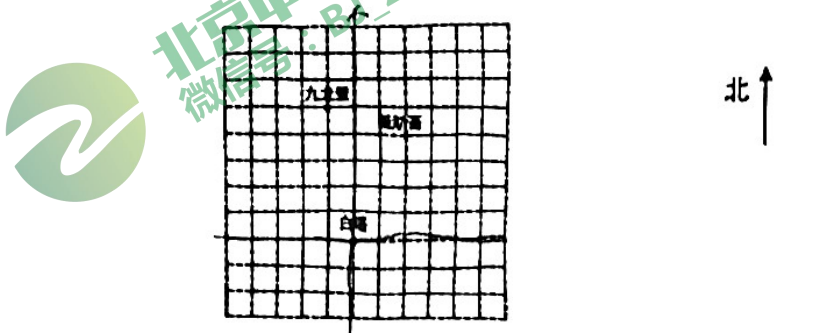
王老师说: “在正方形网格中, 分别以正东、正北方向为  $x, y$  轴的正方向建立平面直角坐标系.”

孙老师说: “咱们把表示白塔的点的坐标定为  $(0,0)$  吧.”

薛老师说: “表示九龙壁的点的坐标定为  $(-1,5)$ .”

杨老师特别默契地说: “那么表示画舫斋的点的坐标就是  $(2,4)$ .”

范老师说: “白塔仍然为原点, 如果表示九龙壁的点坐标为  $(-2,10)$ , 那么这时表示画舫斋的点坐标为 ( ).”



- A. (1,2)      B. (2,4)      C. (4,8)      D. (1,9)



10. 首通鞋店举办庆五一特惠活动, 如图为活动说明。

小明打算在该店同时购买一双球鞋及一双皮鞋,

且他有一张所有购买的商品定价打 8 折的折价券。若小明计算后发现使用折价券与参加特惠活动两者的花费相差 50 元, 则下列叙述正确的是 ( )

- A. 使用折价券的花费较少, 且两双鞋的定价相差 100 元
- B. 使用折价券的花费较少, 且两双鞋的定价相差 250 元
- C. 参加特惠活动的花费较少, 且两双鞋的定价相差 100 元
- D. 参加特惠活动的花费较少, 且两双鞋的定价相差 250 元

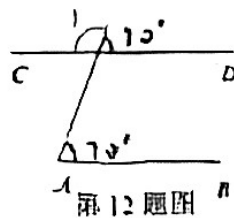
五一特惠活动  
挑选两双鞋, 第一双打六折

活动说明:

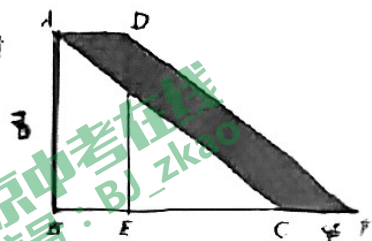
1. 两双鞋原价不同时以低者折扣;
2. 此活动不得与折价券合并使用。

二、填空题 (共 8 小题, 每题 2 分, 共 16 分)

11. 36 的算术平方根为\_\_\_\_\_。
12. 如图, 已知  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A = 70^\circ$ , 则  $\angle 1$  的度数是\_\_\_\_\_。
13. 已知  $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$  是方程  $y=kx+4$  的解, 则  $k$  的值是\_\_\_\_\_。



14. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 8$ , 将  $\triangle ABC$  沿着  $BC$  的方向平移至  $\triangle DEF$ , 若平移的距离是 4, 图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_。



15. 已知  $|x-1| + \sqrt{2y+4} = 0$ , 则  $x-y$  的值是\_\_\_\_\_。

16. 已知  $a > b > 0$ , 则点  $(a-b, -2b)$  在第\_\_\_\_\_象限。

17. 《九章算术》是中国传统数学最原著的著作, 它奠定了中国传统数学的基本框架, 它的代数成就主要包括开方术, 正负术和方程术, 其中, 方程术是《九章算术》最高的数学成就。

《九章算术》中记载: “今有牛五、羊二, 直金十两; 牛二, 羊五, 直金八两, 问: 牛、羊各直金几何?”

译文: “假设有 5 头牛、2 只羊, 值金 10 两; 2 头牛、5 只羊, 值金 8 两, 问: 每头牛、每只羊各值金多少两?”

设每头牛值金  $x$  两, 每只羊值金  $y$  两, 可列方程组为\_\_\_\_\_。

18. KNN 算法是一种“机器学习算法”, 常用于自动对事物进行分类。如果所涉及的事物只有两个数量特征, KNN 算法就会把这些事物抽象成一个个的有序实数对, 进而对应到平面直角坐标系上的一个个点, KNN 算法的流程如下:



- (1) 收集样本数据, 包括所选样本的特征和对应的类别;
- (2) 选取一个合适的正整数  $K$ ;
- (3) 对于一个未分类的断事物, 计算其与样本数据中的所有样本在平面直角坐标系中的直线距离, 并选取距离最近的  $K$  个样本;
- (4) 统计这  $K$  个样本对应的类别, 将出现次数最多的类别分配给断事物, 即断事物的预测分类。

现打算用  $KNN$  算法实现一个系统, 可以自动判断足球球员的场上位置。已知本赛季中 9 名球员的进球数, 助攻数和场上位置如下:

球员 1: 进球数=16, 助攻数=7, 前锋

球员 2: 进球数=7, 助攻数=14, 中场

球员 3: 进球数=3, 助攻数=3, 后卫

球员 4: 进球数=9, 助攻数=11, 中场

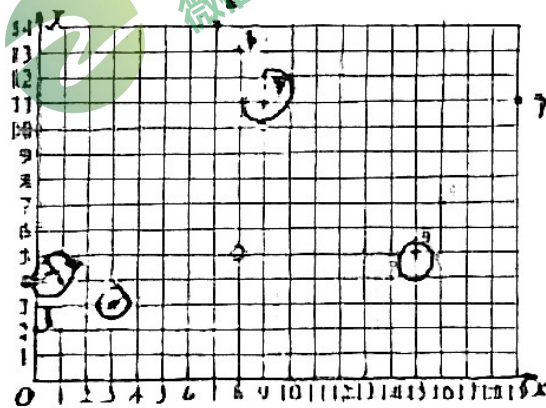
球员 5: 进球数=1, 助攻数=11, 后卫

球员 6: 进球数=8, 助攻数=13, 中场

球员 7: 进球数=15, 助攻数=5, 后卫

球员 8: 进球数=0, 助攻数=2, 后卫

球员 9: 进球数=19, 助攻数=11, 前锋



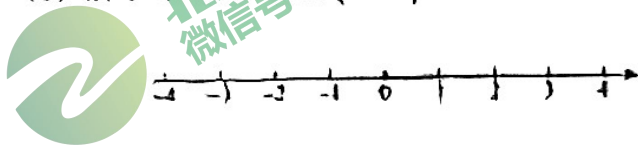
现有一名球员, 在该赛季中进球数为 8, 助攻数为 5, 以上为样本数据, 选取  $K=4$ , 利用  $KNN$  算法判断该球员的场上位置为\_\_\_\_\_。

三、解答题 (第 19 题 4 分, 第 20 题 8 分, 第 21 题 8 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 7 分, 第 24-26 题每题 5 分, 第 27 题 6 分, 共 54 分)

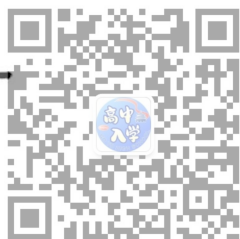
19. 计算:  $\sqrt{81} + \sqrt{-27} + |\sqrt{3} - 2|$ .

20. 解方程组 (1) 
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 16 \end{cases}$$
 (2) 
$$\begin{cases} 4(x - y - 1) = 3(1 - y) - 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$$

21. (1) 解不等式  $(2x + 5) \leq (x + 2)$ , 并把解集在数轴上表示出来:



(2) 解不等式组 
$$\begin{cases} \frac{2+x}{2} > \frac{2x-1}{3} \\ 5 - 2(x-3) \leq x - 1 \end{cases}$$
, 并求出整数解。



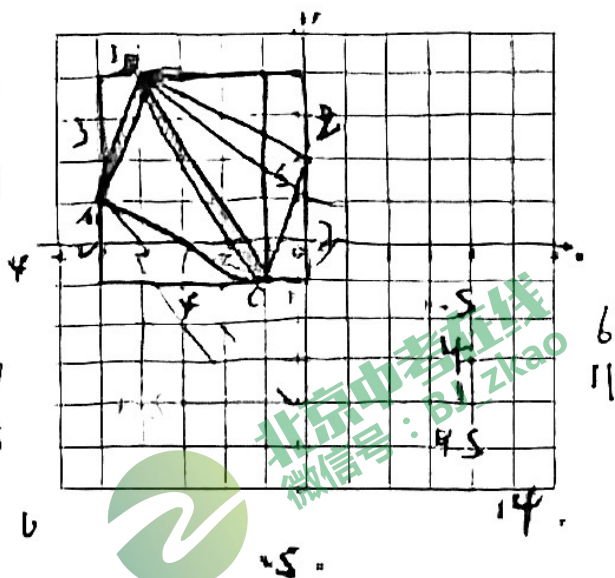
22. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle CAB$ ,  $F$  是  $AC$  上一点, 过点  $F$  作  $FE \parallel AD$  交  $BC$  于点  $E$ , 点  $G$  在  $AB$  上且满足  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ .

- (1) 求证:  $CA \parallel DG$ ;
- (2) 若  $FE \perp BC$  于点  $E$ ,  $\angle B = 78^\circ$ , 求  $\angle BDG$  的度数.



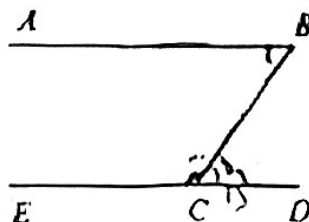
23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\triangle ABC$  三个顶点的坐标分别为  $A(-5, 1)$ ,  $B(-1, 4)$ ,  $C(-1, -1)$ . 将  $\triangle ABC$  向右平移 5 个单位长度, 再向下平移 4 个单位长度, 得到  $\triangle A'B'C'$ , 其中点  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  分别为点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  的对应点.

- (1) 请在所给坐标系中画出  $\triangle A'B'C'$ ;
- (2) 若  $AB$  边上一点  $P(x, y)$  经过上述平移后的对应点为  $P'$ , 用含  $x, y$  的式子表示点  $P'$  的坐标为 \_\_\_\_\_;
- (3) 计算  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_;
- (4) 若点  $Q$  在  $y$  轴上, 且以  $A, B, C, Q$  为顶点的四边形的面积为 12, 请直接写出点  $Q$  的坐标.



24. 如图, 已知  $AB \parallel DE$ ,  $CM$  平分  $\angle BCE$  交  $AB$  于  $M$ ,  $CN \perp CM$ , 且射线  $CN$  在直线  $ED$  的上方.

- (1) 依照题意, 将图形补充完整;
- (2) 画出  $\angle B$  和  $\angle DCN$  的数量关系, 并证明你的结论.





25. 某物流公司运送捐赠物资, 已知用 2 辆 A 型车和 1 辆 B 型车装满货物一次可运货 10 吨; 用 1 辆 A 型车和 2 辆 B 型车装满货物一次可运货 11 吨.

(1) 求 1 辆 A 型车和 1 辆 B 型车都装满货物一次可分别运货多少吨?

(2) 该物流公司现有 80 吨货物需要运送, 计划同时租用 A 型车  $a$  辆, B 型车  $b$  辆 (每种车辆至少 1 辆且 A 型车数量少于 B 型车), 一次运完, 且恰好每辆车都装满货物, 请你设计出所有租车方案.

26. 如果一元一次方程的解是一元一次不等式组的解, 则称该一元一次方程为该不等式组的关联方程.

(1) 在方程 ①  $3x-1=0$ ; ②  $\frac{2}{3}x+1=0$ ; ③  $x-(3x+1)=-5$  中, 是不等式组

$$\begin{cases} -x+z > x-5 \\ 3x-1 > -x+2 \end{cases}$$

的关联方程的是 \_\_\_\_\_ (填序号);

(2) 若不等式组  $\begin{cases} x-\frac{1}{2} < 1 \\ 1+x > -3x+2 \end{cases}$  的一个关联方程的解是整数, 则这个关联方程可以是 \_\_\_\_\_ (写出一个即可);

(3) 若方程  $9-x=2x$ ,  $3+x=2(x+\frac{1}{2})$  都是关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x < 2x-m \\ x-2 \leq m \end{cases}$  的关联方程, 试求出  $m$  的取值范围.

27. 已知: 如图 1,  $AC \parallel PQ$ , 直线  $AD$  与  $MN$ ,  $PQ$  分别交于点  $A$ ,  $D$ , 点  $B$  在直线  $PQ$  上, 过点  $B$  作  $BG \perp AD$ , 垂足为点  $G$ .

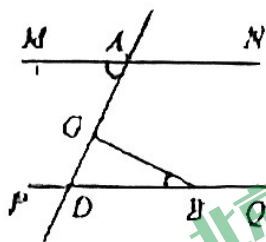


图 1

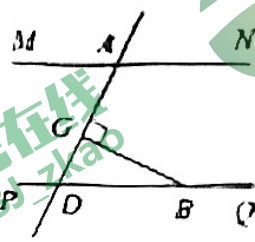


图 2

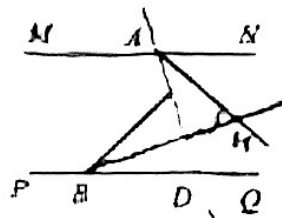


图 3

(1)  $\angle MAG + \angle PBG =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$

(2) 若点  $C$  在线段  $AD$  上 (不与  $A$ ,  $D$ ,  $G$  重合), 连接  $BC$ ,  $\angle MAG$  和  $\angle PBC$  的平分线交于点  $H$ .

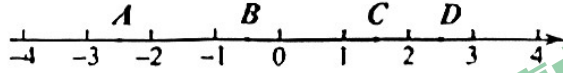
① 请在图 2 中补全图形, 画图并证明  $\angle CBG$  与  $\angle AMB$  的数量关系;

② 若直线  $AD$  的位置如图 3 所示, 请直接写出  $\angle CBG$  与  $\angle AMB$  的数量关系 \_\_\_\_\_.



### 第二部分 附加题 (满分 10 分)

1. (2 分) 已知关于  $x$  的一元一次不等式  $mx+1 > 5-2x$  的解集是  $x < \frac{4}{m+2}$ , 在如图所示的数轴上有  $A, B, C, D$  四个点, 其中实数  $m$  对应的点可能是\_\_\_\_\_.



2. (4 分) 如图 1 是一个  $3 \times 3$  的灯泡方阵.

规定: 每盏灯只有“开”, “关”两种状态; 按其中任意一个开关一次, 将导致自身和所有相邻灯的开关状态发生改变.

例如, 如图 2, 若初始状态为全部开灯, 按  $(2,2)$  将导致灯  $(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2)$  均变为关的状态.

(1,1)	(1,2)	(1,3)
(2,1)	(2,2)	(2,3)
(3,1)	(3,2)	(3,3)

图 1

开	开	开
开	开	开
开	开	开

按  $(2,2)$

开	关	开
关	关	关
开	关	开

图 2

(1) 若灯泡方阵的初始状态为图 3, 请补全如下操作过程.

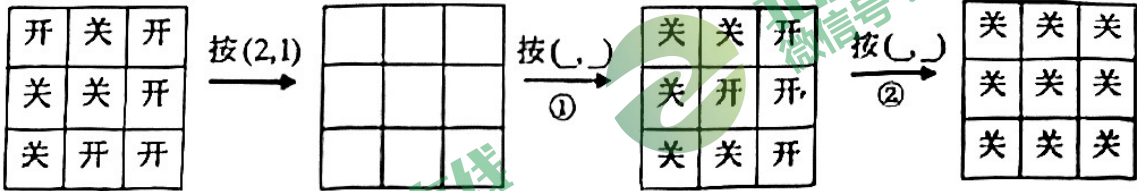


图 3

(2) 若初始状态为全部开灯, 要求只把灯  $(1,1)$  变为关的状态, 则需要按开关的最少次数为\_\_\_\_\_.



3. (4分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$ , 称点  $C(x_1x_2, y_1y_2)$  为点  $A, B$  的“乘积点”.

例如: 若点  $A(1, 2), B(3, 4)$ , 则  $A, B$  的“乘积点”  $C$  的坐标为  $(3, 8)$ .

已知: 点  $A(1, 2), F(0, 1), G(1, 1), H(1, 0)$ , 点  $M$  为正方形  $OFGH$  边上任意一点.

(1) 若点  $A(1, 2)$  与点  $B(x_b, y_b)$  的“乘积点”  $C$  的坐标为  $(1, 1)$ , 则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.

(2) 若点  $P(a, b)$  为平面上一点, 点  $P$  与点  $M$  的“乘积点”组成的图形为正方形, 请直接写出  $a, b$  满足的条件.

(3) 将正方形  $OFGH$  向右平移 4 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度得到正方形  $QRST$ , 点  $N$  为正方形  $QRST$  边上任意一点, 请画出点  $M, N$  的所有“乘积点”所组成的图形.

