



一、单项选择题（本题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项最符合题意。每小题 3 分，共 30 分）

1. 要使  $\sqrt{a-2}$  在实数范围内有意义，则  $a$  的取值范围是（ ）

- A.  $a \geq 2$                       B.  $a > 2$                       C.  $a \neq 2$                       D.  $a < 2$

2. 下面各组数中，以它们为边长的线段能构成直角三角形的是（ ）

- A. 2, 3, 4                      B. 6, 8, 9                      C. 6, 12, 13                      D. 7, 24, 25

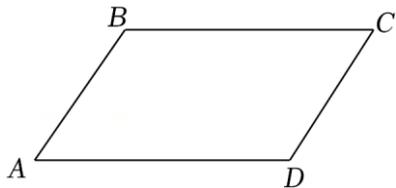
3. 平行四边形的周长为  $10\text{cm}$ ，其中一边长为  $3\text{cm}$ ，则它的邻边长为（ ）

- A.  $2\text{cm}$                       B.  $3\text{cm}$                       C.  $4\text{cm}$                       D.  $7\text{cm}$

4. 下列各式正确的是（ ）

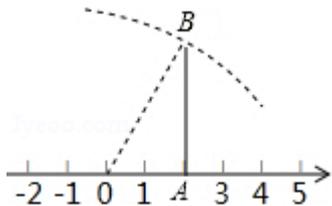
- A.  $\sqrt{9} = \pm 3$                       B.  $\sqrt{(-2)^2} = -2$                       C.  $\sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{10}$                       D.  $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$

5. 平行四边形  $ABCD$  中， $\angle A + \angle C = 110^\circ$ ，则  $\angle B =$ （ ）



- A.  $70^\circ$                       B.  $110^\circ$                       C.  $125^\circ$                       D.  $130^\circ$

6. 小明学了利用勾股定理在数轴上找一个无理数的准确位置后，又进一步进行练习：首先画出数轴，设原点为点  $O$ ，在数轴上的 2 个单位长度的位置找一个点  $A$ ，然后过点  $A$  作  $AB \perp OA$ ，且  $AB = 3$ 。以点  $O$  为圆心， $OB$  为半径作弧，设与数轴右侧交点为点  $P$ ，则点  $P$  的位置在数轴上（ ）



- A. 1 和 2 之间                      B. 2 和 3 之间                      C. 3 和 4 之间                      D. 4 和 5 之间

7. 在数学活动课上，老师和同学判断教室中的瓷砖是否为菱形，下面是某小组拟定的 4 种方案，其中不正确的是（ ）

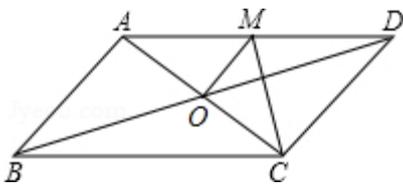
- A. 测量两条对角线是否分别平分两组内角  
B. 测量四个内角是否相等  
C. 测量两条对角线是否互相垂直且平分  
D. 测量四条边是否相等

8. 如图，一支铅笔放在圆柱体笔筒中，笔筒的内部底面直径是  $9\text{cm}$ ，内壁高  $12\text{cm}$ 。若这支铅笔长为  $18\text{cm}$ ，则这支铅笔在笔筒外面部分长度不可能的是（ ）



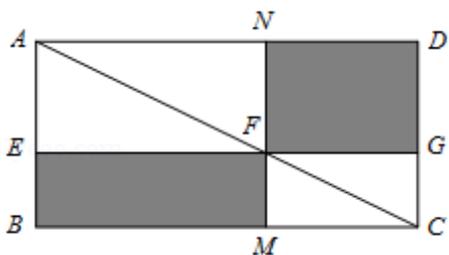
- A. 3cm                      B. 5cm                      C. 6cm                      D. 8cm

9. 如图，平行四边形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ ，且  $AD \neq CD$ ，过点  $O$  作  $OM \perp AC$ ，交  $AD$  于点  $M$ 。如果  $\triangle CDM$  的周长为 8，那么平行四边形  $ABCD$  的周长是( )



- A. 8                              B. 12                              C. 16                              D. 20

10. 数学家吴文俊院士非常重视古代数学家贾宪提出的“从长方形对角线上任一点作两条分别平行于两邻边的直线，则所容两长方形面积相等（如图所示）”这一推论，他从这一推论出发，利用“出入相补”原理复原了《海岛算经》九题古证，则下列说法不一定成立的是( )

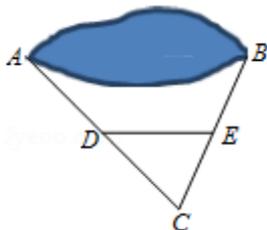


- A.  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC}$                               B.  $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ANF}$   
 C.  $S_{\text{矩形}NFGD} = S_{\text{矩形}EFMB}$                               D.  $S_{\triangle ANF} = S_{\text{矩形}NFGD}$

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

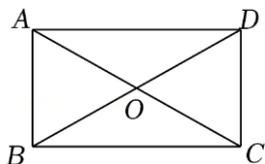
11. (2分) 周长为  $8\text{cm}$  的正方形对角线的长是  $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ .

12. (2分) 在湖的两侧有  $A, B$  两个观湖亭，为测定它们之间的距离，小明在岸上任选一点  $C$ ，并量取了  $AC$  中点  $D$  和  $BC$  中点  $E$  之间的距离为 50 米，则  $A, B$  之间的距离应为  $\underline{\hspace{2cm}}$  米.



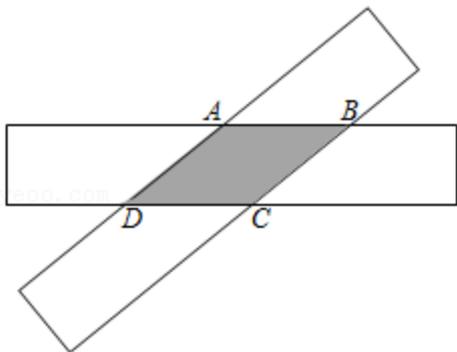
13. (2分) 若  $\sqrt{x-1} + (y+2)^2 = 0$ ，则  $(x+y)^{2019} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. (2分) 如图，矩形  $ABCD$  中，对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ ，如果  $\angle ADB = 30^\circ$ ，那么  $\angle AOB$  的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

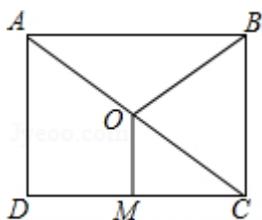




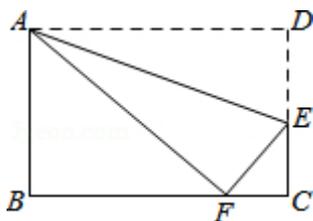
15. (2分) 如图, 两张等宽的纸条交叉叠放在一起, 若重合部分构成的四边形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $AC=2$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为 \_\_\_\_.



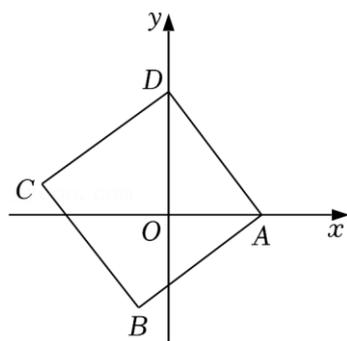
16. (2分) 如图, 点  $O$  是矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$  的中点,  $M$  是  $CD$  边的中点. 若  $AB=8$ ,  $OM=3$ , 则线段  $OB$  的长为 \_\_\_\_.



17. (2分) 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=8$ ,  $AD=10$ , 点  $E$  为  $DC$  边上的一点, 将  $\triangle ADE$  沿直线  $AE$  折叠, 点  $D$  刚好落在  $BC$  边上的点  $F$  处, 则  $CE$  的长是 \_\_\_\_.



18. (2分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 正方形  $ABCD$  的顶点  $A$  坐标为  $(3,0)$ , 顶点  $B$  的横坐标为  $-1$ , 点  $E$  是  $AD$  的中点, 则  $OE =$  \_\_\_\_.



三、解答题 (本题共 12 小题, 其中 19、20 题每题 5 分, 21 题 6 分, 22 题 8 分, 23 题 6 分, 24 题 8 分, 25 题 6 分, 26 题 4 分, 27 题 6 分, 共 54 分)

19. (5分)  $\sqrt{8} + \sqrt{12} - (3\sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}})$ .

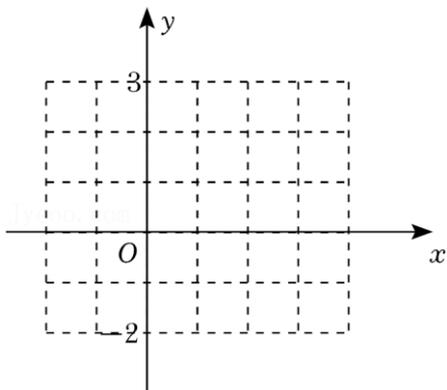
20. (5分)  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} + 1)^2$ .

21. (6分) 已知  $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ , 求  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的值.



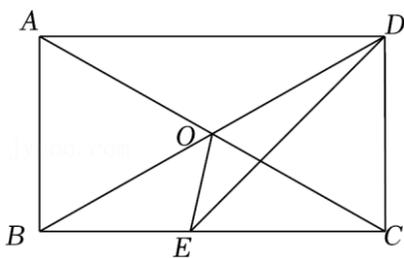
22. (8分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(2,1)$ ,  $B(3,-1)$ ,

- (1) 在平面直角坐标系中描出点  $A$ ,  $B$ ;
- (2)  $OA = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $OB = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- (3) 判断  $\triangle OAB$  的形状, 并说明理由;
- (4)  $\triangle OAB$  的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



23. (6分) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ . 对角线  $AC$ ,  $BD$  交于点  $O$ ,  $DE$  平分  $\angle ADC$  交  $BC$  于点  $E$ , 连接  $OE$ .

- (1) 求证: 四边形  $ABCD$  是矩形;
- (2)  $CD = 2$ ,  $\angle COD = 60^\circ$ . 求  $\triangle BED$  的面积.



24. (8分) 函数问题:

(1) 作出  $y$  与  $x$  的函数  $y = 2|x|$  的图象;

- ① 自变量  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;
- ② 列表并画出函数图象:

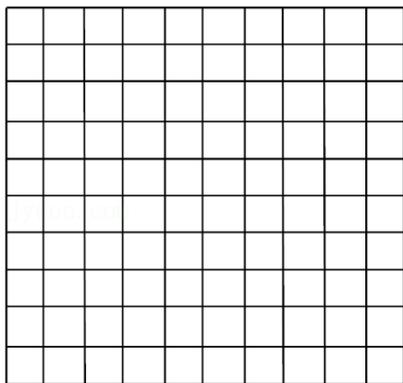
$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...						...

③ 当自变量  $x$  的值从 1 增加到 2 时, 则函数  $y$  的值增加了  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 在一个变化的过程中, 两个变量  $x$  与  $y$  之间可能是函数关系, 也可能不是函数关系:

下列各式中,  $y$  是  $x$  的函数的是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

- ①  $x + y = 1$ ; ②  $|x + y| = 1$ ; ③  $xy = 1$ ; ④  $x^2 + y^2 = 1$ .



25. (6分) 学习了《平行四边形》一章以后, 小东根据学习平行四边形的经验, 对平行四边形的判定问题进行了再次探究, 以下是小东的探究过程, 请补充完整:

(1) 如图 1, 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ . 若  $AB \parallel CD$ , 补充下列条件中的一个, 能判断四边形  $ABCD$  是平行四边形的是 \_\_\_\_; (只写出一个你认为正确选项的序号):

- (A)  $BC = AD$
- (B)  $\angle BAD = \angle BCD$
- (C)  $AO = CO$

(2) 将 (1) 中补充好的命题用文字语言表述为:

①命题 1: \_\_\_\_;

②写出命题 1 的证明过程:

(3) 小东进一步探究发现:

若一个四边形  $ABCD$  的三个顶点  $A, B, C$  的位置如图 2 所示, 且这个四边形满足  $CD = AB, \angle B = \angle D$ , 但四边形  $ABCD$  不是平行四边形, 请画出符合题意的四边形  $ABCD$  (不要求尺规). 进而小东发现: 命题 2“一组对边相等, 一组对角相等的四边形是平行四边形”是一个假命题.

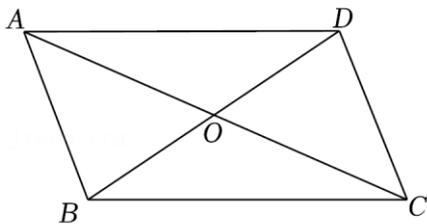


图1

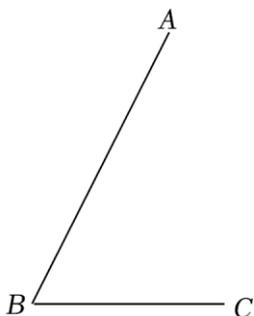


图2

26. (4分) 阅读问题:

赵爽根据图 1 利用面积关系证明了勾股定理.

(1) 小明在此图的基础上, 将四个全等的直角三角形变为四个全等的四边形即可得到以下数学问题的解决方案:

问题: 四边形  $AMNB$  满足  $\angle MAB = 38^\circ, \angle NBA = 52^\circ, AB = 4, MN = 2, AM = BN$ , 求四边形  $AMNB$  的面积.

解决思路:

①如图 2, 将四个全等的四边形围成一个以  $AB$  为边的正方形  $ABCD$ , 则四边形  $MNPQ$  的形状是 \_\_\_\_ (填一种特殊的平行四边形);

②求得四边形  $AMNB$  的面积是 \_\_\_\_.



(2) 类比小明的问题解决思路，完成下面的问题：

如图 3，四边形  $AMNB$  满足  $\angle MAB = 27^\circ$ ， $\angle NBA = 33^\circ$ ， $AB = 6$ ， $MN = 2$ ， $AM = BN$ ，补全图 3，  
 的面积为 \_\_\_\_.

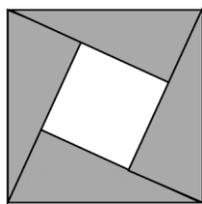


图1

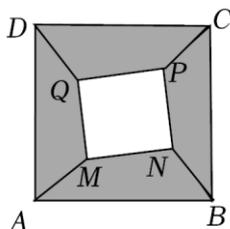


图2



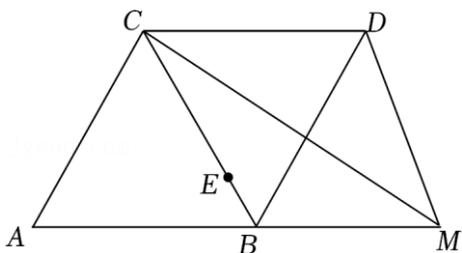
图3

27. (6分) 已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle DBC$  是等边三角形， $M$  在射线  $AB$  上，点  $E$  在射线  $BC$  上，且  $EM = ED$ 。

(1) 求证： $AD \perp BC$ ；

(2) 如图，点  $M$  在线段  $AB$  的延长线上，点  $E$  在线段  $BC$  上，判断  $\triangle DEM$  的形状，并给出证明；

(3) 当点  $M$  在线段  $AB$  上（不与端点  $A$ ， $B$  重合），点  $E$  在线段  $BC$  的延长线上，用等式直接写出线段  $BM$ ， $BE$ ， $BD$  之间的数量关系。



28. (6分) 观察下列各等式： $\sqrt{2\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ ， $\sqrt{3\frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}$ ， $\sqrt{4\frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$ ，

根据上面这些等式反映的规律，解答下列问题：

(1) 上面等式反映的规律用文字语言可描述如下：

存在带分数，它的 \_\_\_\_ 等于它的整数部分与分数部分的 \_\_\_\_ 的积。

(2) 填空： $\sqrt{5\frac{5}{(??)}} = 5\sqrt{\frac{5}{(??)}}$ ；

(3) 请你再写一个带分数，使得它具有上述等式的特征（写出完整的等式）：\_\_\_\_。

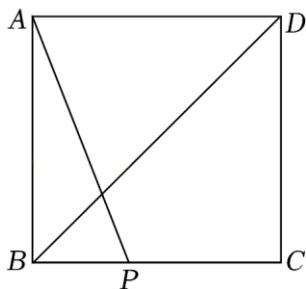
(4) 若用  $x$  表示满足具有上述等式的带分数的整数部分， $y$  表示其分数部分的分子，则  $y$  与  $x$  之间的关系可以表示为 \_\_\_\_。

29. (7分) 如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $P$  在边  $BC$  上（异于点  $B$ ， $C$ ），作线段  $AP$  的垂直平分线分别交  $AB$ ， $CD$ ， $BD$ ， $AP$  于点  $M$ ， $N$ ， $Q$ ， $H$ 。

(1) 补全图形；

(2) 证明： $AP = MN$ ；

(3) 用等式表示线段  $HQ$ ， $MN$  之间的数量关系，并证明你的结论。



30. (7分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 给定线段  $MN$  和图形  $F$ , 给出如下定义:

平移线段  $MN$  至  $M'N'$ , 使得线段  $M'N'$  上的所有点均在图形  $F$  上或其内部, 则称该变换为线段  $MN$  到图形  $F$  的平移重合变换, 线段  $MM'$  的长度称为该次平移重合变换的平移距离, 其中, 所有平移重合变换的平移距离中的最大值称为线段  $MN$  到图形  $F$  的最大平移距离, 最小值称为线段  $MN$  到图形  $F$  的最小平移距离.

如图 1, 点  $A(1,0)$ ,  $P(-1,\sqrt{3})$ ,  $Q(5,\sqrt{3})$

(1) ①在图 1 中作出线段  $OA$  到线段  $PQ$  的平移重合变换 (任作一条平移后的线段  $O'A'$ );

②线段  $OA$  到线段  $PQ$  的最小平移距离是 \_\_\_\_\_, 最大平移距离是 \_\_\_\_\_.

(2) 如图 2, 作等边  $\triangle PQR$  (点  $R$  在线段  $PQ$  的上方),

①求线段  $OA$  到等边  $\triangle PQR$  最大平移距离.

②点  $B$  是坐标平面内一点, 线段  $OB$  的长度为 1, 线段  $OB$  到等边  $\triangle PQR$  的最小平移距离的最大值为 \_\_\_\_\_, 最大平移距离的最小值为 \_\_\_\_\_.

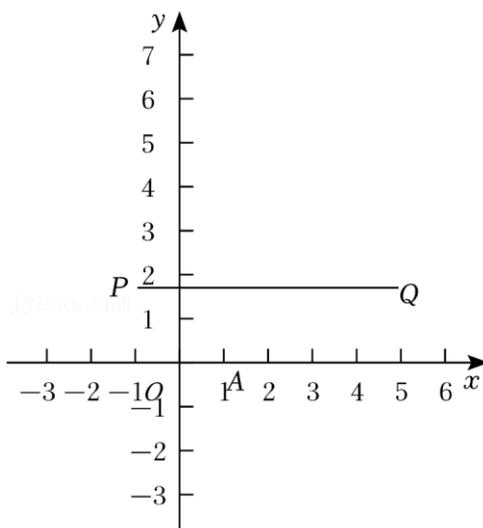


图1

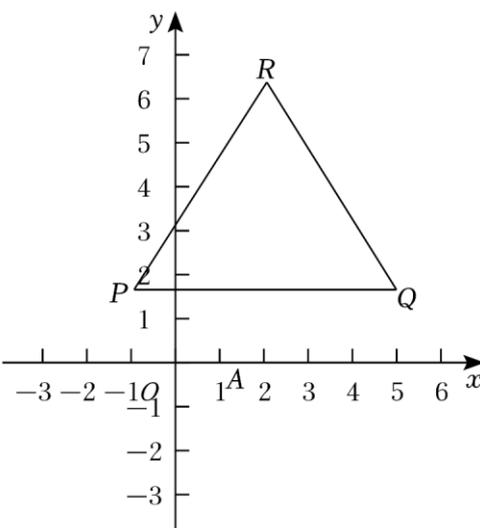


图2

## 参考答案



一、单项选择题（本题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项最符合题意。每小题 3 分，共 30 分）

1. 【分析】根据二次根式有意义的条件：被开方数是非负数即可得出答案.

【解答】解：∵  $a - 2 \geq 0$ ,

∴  $a \geq 2$ .

故选：A.

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件，掌握二次根式有意义的条件：被开方数是非负数是解题的关键.

2. 【分析】根据勾股定理的逆定理，进行计算即可解答.

【解答】解：A、∵  $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ ， $4^2 = 16$ ，

∴  $2^2 + 3^2 \neq 4^2$ ，

∴ 以 2、3、4 为三角形的三边，不是直角三角形，

故 A 不符合题意；

B、∵  $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ ， $9^2 = 81$ ，

∴  $6^2 + 8^2 \neq 9^2$ ，

∴ 以 6、8、9 为三角形的三边，不是直角三角形，

故 B 不符合题意；

C、∵  $6^2 + 12^2 = 36 + 144 = 180$ ， $13^2 = 169$ ，

∴  $6^2 + 12^2 \neq 13^2$ ，

∴ 以 6、12、13 为三角形的三边，不是直角三角形，

故 C 不符合题意；

D、∵  $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$ ， $25^2 = 625$ ，

∴  $7^2 + 24^2 = 25^2$ ，

∴ 以 7、24、25 为三角形的三边，是直角三角形，

故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键.

3. 【分析】根据平行四边形对边相等即可解决问题.

【解答】解：因为平行四边形的周长为 10cm，其中一边长为 3cm，

则它的邻边长为  $5 - 3 = 2(\text{cm})$ .

故选 A.

【点评】本题考查了平行四边形的性质，解决本题的关键是掌握平行四边形的性质.

4. 【分析】直接利用二次根式的性质以及二次根式的乘法运算法则分别化简，进而判断得出答案.

【解答】解：A.  $\sqrt{9} = 3$ ，故此选项不合题意；

B.  $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，故此选项不合题意；

C.  $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ ，故此选项不合题意；



$D. \sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$ ，故此选项符合题意.

故选：D.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质以及二次根式的乘法运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

5. 【分析】根据平行四边形的性质可知  $\angle A = \angle C$ ，再根据邻角互补即可求出  $\angle B$ .

【解答】解：在  $\square ABCD$  中， $\angle A = \angle C$ ，

$$\therefore \angle A + \angle C = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A = 125^\circ,$$

故选：C.

【点评】本题考查平行四边形的性质，熟练掌握平行四边形对角相等、邻角互补的性质是解题关键.

6. 【分析】利用勾股定理列式求出  $OB$ ，再根据无理数的大小判断即可.

【解答】解：由勾股定理得， $OB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ，

$$\therefore 9 < 13 < 16,$$

$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4,$$

$\therefore$  该点位置大致在数轴上 3 和 4 之间.

故选：C.

【点评】本题考查了勾股定理，估算无理数的大小，熟记定理并求出  $OB$  的长是解题的关键.

7. 【分析】由菱形的判定和矩形的判定分别对各个选项进行判断即可.

【解答】解：A、测量两条对角线是否分别平分两组内角，能判定菱形，故选项 A 不符合题意；

B、测量四个内角是否相等，能判定矩形，不能判定菱形，故选项 B 符合题意；

C、测量两条对角线是否互相垂直且平分，能判定菱形，故选项 C 不符合题意；

D、测量四条边是否相等，能判定菱形，故选项 D 不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查了菱形的判定、矩形的判定等知识，熟练掌握菱形的判定是解题的关键.

8. 【分析】首先根据题意画出图形，利用勾股定理计算出  $AC$  的长度. 然后求其差.

【解答】解：根据题意可得图形： $AB = 12\text{cm}$ ， $BC = 9\text{cm}$ ，

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中： } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15(\text{cm}),$$

$$\text{所以 } 18 - 15 = 3(\text{cm}), \quad 18 - 12 = 6(\text{cm}).$$

则这只铅笔在笔筒外面部分长度在  $3\text{cm} \sim 6\text{cm}$  之间.

观察选项，只有选项 D 符合题意.

故选：D.





【点评】此题主要考查了勾股定理的应用，正确得出笔筒内铅笔的最短长度是解决问题的关键。

9. 【分析】先证明  $MO$  为  $AC$  的线段垂直平分线，则  $MC = AM$ ，依次通过  $\triangle CDM$  周长值得得  $AD + DC$  值，则平行四边形周长为  $2(AD + DC)$ 。

【解答】解：∵ 四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore AO = CO .$$

$$\therefore OM \perp AC ,$$

$$\therefore MA = MC .$$

$$\therefore \triangle CDM \text{ 周长} = MD + MC + CD = MD + MA + CD = AD + DC = 8 .$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 周长} = 2(AD + DC) = 16 .$$

故选：C。

【点评】本题主要考查了平行四边形的性质、线段垂直平分线的性质，解决平行四边形周长问题一般是先求解两邻边之和。

10. 【分析】根据矩形的性质：一条对角线分成的两个三角形面积相等，可知  $A$  和  $B$  选项内容正确，不符合题意；根据  $\triangle ABC$  面积 =  $\triangle ADC$  面积， $\triangle AEF$  面积 =  $\triangle ANF$  面积， $\triangle FMC$  面积 =  $\triangle FGC$  面积，阴影部分面积即可判断  $C$  选项；

因为  $\triangle ANF$  面积 =  $\frac{1}{2}NF \times AN$ ，矩形  $NFGD$  面积 =  $NF \times ND$ ，若  $\triangle ANF$  面积 = 矩形  $NFGD$  面积，则  $AN = 2ND$ ，而

已知不一定  $AN = 2ND$ ，所以  $D$  选项内容错误， $D$  符合题意。

【解答】解：∵ 四边形  $ABCD$  是矩形， $AC$  为对角线，

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面积} = \triangle ADC \text{ 面积} .$$

所以  $A$  选项内容正确，不符合题意；

根据作图过程可知四边形  $AEFN$  是矩形， $AF$  为其对角线，

所以  $\triangle AEF$  面积 =  $\triangle ANF$  面积。

所以  $B$  选项内容正确，不符合题意；

因为  $\triangle ABC$  面积 =  $\triangle ADC$  面积， $\triangle AEF$  面积 =  $\triangle ANF$  面积， $\triangle FMC$  面积 =  $\triangle FGC$  面积，

所以  $\triangle ABC$  面积 -  $\triangle AEF$  面积 -  $\triangle FMC$  面积 =  $\triangle ADC$  面积 -  $\triangle ANF$  面积 -  $\triangle FGC$  面积，

所以矩形  $NFGD$  面积 = 矩形  $EFMB$  面积， $C$  选项内容正确，不符合题意；

因为  $\triangle ANF$  面积 =  $\frac{1}{2}NF \times AN$ ，矩形  $NFGD$  面积 =  $NF \times ND$ ，

若  $\triangle ANF$  面积 = 矩形  $NFGD$  面积，则  $AN = 2ND$ ，

而已知不一定  $AN = 2ND$ ，所以  $D$  选项内容错误， $D$  符合题意。

故选：D。

【点评】本题主要考查了矩形的性质、解决这类问题的方法是四边形转化为三角形，利用三角形面积间的和差关系进行判断。

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. 【分析】由正方形的周长求出边长，根据勾股定理即可求出对角线。

【解答】解：∵ 正方形  $ABCD$  的周长为  $8\text{cm}$ ，

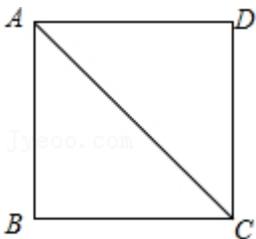


$$\therefore AB = BC = CD = DA = 2\text{cm}, \quad \angle ABC = 90^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}(\text{cm}).$$

故答案为:  $2\sqrt{2}$ .



【点评】本题主要考查了正方形的性质, 勾股定理, 熟练掌握勾股定理是解决问题的关键.

12. 【分析】根据三角形中位线定理解答即可.

【解答】解:  $\because$  点  $D$ 、 $E$  分别为  $AC$ 、 $BC$  的中点,

$$\therefore AB = 2DE = 100 \text{ (米)},$$

故答案为: 100.

【点评】本题考查的是三角形中位线定理, 掌握三角形的中位线平行于第三边, 且等于第三边的一半是解题的关键.

13. 【分析】根据非负数的性质分别求出  $x$ 、 $y$ , 根据有理数的乘方法则计算, 得到答案.

【解答】解: 由题意得,  $x - 1 = 0$ ,  $y + 2 = 0$ ,

$$\text{解得, } x = 1, \quad y = -2,$$

$$\text{则 } (x + y)^{2019} = (1 - 2)^{2019} = -1,$$

故答案为:  $-1$ .

【点评】本题考查的是非负数的性质. 掌握绝对值和偶次方的非负性是解题的关键.

14. 【分析】只要证明  $OA = OD$ , 根据三角形的外角的性质即可解决问题.

【解答】解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC, \quad OD = \frac{1}{2}BD, \quad AC = BD$$

$$\therefore OA = OD$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle OAD + \angle ODA = 60^\circ.$$

故答案为:  $60^\circ$ .

【点评】本题考查矩形的性质、等腰三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

15. 【分析】先证四边形  $ABCD$  是菱形, 再由勾股定理可求  $BO$  的长, 然后由菱形的面积公式可求解.

【解答】解: 过点  $A$  作  $AE \perp CD$  于  $E$ ,  $AF \perp BC$  于  $F$ , 连接  $AC$ ,  $BD$  交于点  $O$ , 如图所示:

$\because$  两条纸条宽度相同,

$$\therefore AE = AF.$$



$$\because AB \parallel CD, AD \parallel BC,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形.

$$\because S_{\square ABCD} = BC \cdot AF = CD \cdot AE.$$

$$\text{又} \because AE = AF.$$

$$\therefore BC = CD,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形,

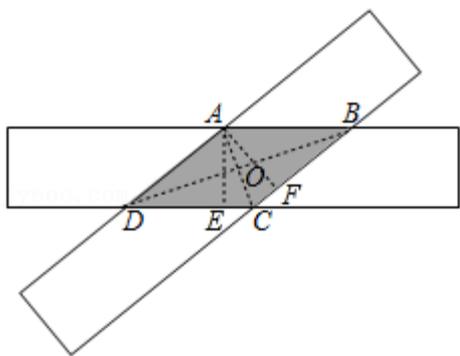
$$\therefore AO = CO = 1, BO = DO, AC \perp BD,$$

$$\therefore AC = 2AO = 2, BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore BD = 2BO = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2},$$

故答案为:  $4\sqrt{2}$ .



【点评】本题考查了菱形的判定与性质、平行四边形的判定和性质以及勾股定理等知识，证得四边形  $ABCD$  为菱形是解题的关键.

16. 【分析】已知  $OM$  是  $\triangle ADC$  的中位线，再结合已知条件则  $DC$  的长可求出，所以利用勾股定理可求出  $AC$  的长，由直角三角形斜边上中线的性质则  $BO$  的长即可求出.

【解答】解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

$\because O$  是矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$  的中点,  $M$  是  $CD$  边的中点,

$$\therefore OM \parallel AB,$$

$\therefore OM$  是  $\triangle ADC$  的中位线,

$$\therefore OM = 3,$$

$$\therefore AD = 6,$$

$$\because CD = AB = 8,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 10,$$

$$\therefore BO = \frac{1}{2} AC = 5.$$

故答案为: 5.

【点评】本题考查了矩形的性质，勾股定理的运用，直角三角形斜边上中线的性质以及三角形的中位线的应用，解此题的关键是求出  $AC$  的长.



17. 【分析】先利用矩形的性质得  $CD = AB = 8$ ,  $BC = AD = 10$ ,  $\angle B = \angle D = \angle C = 90^\circ$ , 则根据折叠的性质得  $AF = AD = 10$ ,  $EF = DE$ , 再利用勾股定理计算出  $BF = 6$ , 则  $CF = BC - BF = 4$ , 设  $CE = x$ ,  $DE = EF = 8 - x$ , 然后利用勾股定理得到  $4^2 + x^2 = (8 - x)^2$ , 再解方程求出  $x$  即可.

【解答】解:  $\because$  四边形  $ABCD$  为矩形,

$$\therefore CD = AB = 8, \quad BC = AD = 10, \quad \angle B = \angle D = \angle C = 90^\circ,$$

$\because \triangle ADE$  沿直线  $AE$  折叠, 点  $D$  刚好落在  $BC$  边上的点  $F$  处,

$$\therefore AF = AD = 10, \quad EF = DE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABF \text{ 中, } BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore CF = BC - BF = 10 - 6 = 4,$$

$$\text{设 } CE = x, \quad DE = EF = 8 - x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEF \text{ 中, } \therefore CF^2 + CE^2 = EF^2,$$

$$\therefore 4^2 + x^2 = (8 - x)^2, \quad \text{解得 } x = 3,$$

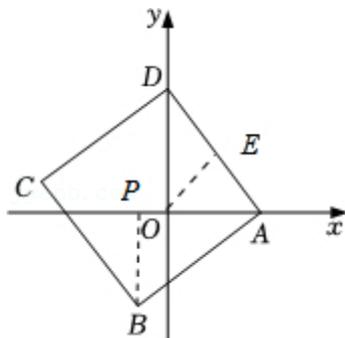
即  $CE$  的长为 3.

故答案为 3.

【点评】本题考查了折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等. 解决本题的关键是求出  $CF$  和用  $CE$  表示  $EF$ .

18. 【分析】过  $B$  点作  $BE \perp x$  轴于点  $E$ , 则  $\angle AEB = 90^\circ$ , 结合正方形的性质证明  $\triangle ABE \cong \triangle DAE$ , 再利用点的坐标可求解  $OA = 3$ ,  $AD = 4$ , 根据勾股定理可求解  $AD$  的长, 由直角三角形斜边上的中线的性质可求解  $OE$  的长.

【解答】解: 过  $B$  点作  $BE \perp x$  轴于点  $E$ , 则  $\angle AEB = 90^\circ$ ,



$$\therefore \angle AEB = \angle DOA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  为正方形,

$$\therefore AB = DA, \quad \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DAE,$$

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle DAE$  中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle DOA \\ \angle ABE = \angle DAE, \\ AB = DA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAE(AAS),$$



$$\therefore BE = OA, AE = DO,$$

$\therefore$  点  $A$  坐标为  $(3,0)$ , 顶点  $B$  的横坐标为  $-1$ ,

$$\therefore OA = 3, OE = 1,$$

$$\therefore BE = 3, DO = AE = 4,$$

$$\therefore AB = AD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore$  点  $E$  是  $AD$  的中点,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AD = 2.5.$$

**【点评】** 本题主要考查正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 直角坐标系中点的坐标, 勾股定理, 直角三角形斜边上的中线等知识的综合运用, 证明  $\triangle ABE \cong \triangle DAE$  是解题的关键.

三、解答题 (本题共 12 小题, 其中 19、20 题每题 5 分, 21 题 6 分, 22 题 8 分, 23 题 6 分, 24 题 8 分, 25 题 6 分, 26 题 4 分, 27 题 6 分, 共 54 分)

19. **【分析】** 首先化简二次根式, 进而合并得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}. \end{aligned}$$

**【点评】** 此题主要考查了二次根式的加减, 正确化简二次根式是解题关键.

20. **【分析】** 先根据平方差公式和完全平方公式计算, 然后合并即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= 3 - 2 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 \\ &= 4 + 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

**【点评】** 本题考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则和乘法公式是解决问题的关键.

21. **【分析】** 根据异分母的分式加减法法则可得  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$ , 然后把  $x, y$  的值代入进行计算即可解答.

$$\text{【解答】解: } \because x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1,$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{x+y}{xy} \\ &= \frac{\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{1} \\ &= 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

**【点评】** 本题考查了二次根式的化简求值, 分式的化简求值, 分母有理化, 准确熟练地进行计算是解题的关键.

22. **【分析】** (1) 根据  $A, B$  两点位置, 在平面直角坐标系中描出点  $A, B$  即可;

(2) 根据两点间的距离公式即可求解;



(3) 首先计算出  $AB$  的长, 再利用勾股定理逆定理进行判定即可;

(4) 根据三角形面积公式计算即可求解.

**【解答】**解: (1) 如图所示:

$$(2) OA = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$OB = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

故答案为:  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{10}$ ;

(3) 等腰直角三角形, 理由如下:

$$\text{因为 } OA = \sqrt{5}, OB = \sqrt{10}, AB = \sqrt{5},$$

$$\text{所以 } OA^2 + AB^2 = OB^2,$$

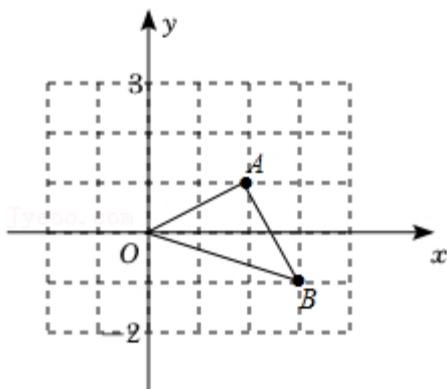
所以  $\triangle OAB$  是直角三角形,

又因为  $OA = AB$ ,

所以  $\text{Rt}\triangle OAB$  是等腰直角三角形;

$$(4) \triangle OAB \text{ 的面积为 } \sqrt{5} \times \sqrt{5} \div 2 = \frac{5}{2}.$$

故答案为:  $\frac{5}{2}$ .



**【点评】**此题主要考查了两点间的距离公式, 以及勾股定理和勾股定理逆定理, 关键是正确确定点的位置, 掌握如果三角形的三边长  $a$ ,  $b$ ,  $c$  满足  $a^2 + b^2 = c^2$ , 那么这个三角形就是直角三角形.

23. **【分析】**(1) 由平行线的性质易证  $\angle BAD = 90^\circ$ , 得出  $\angle BAD = \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ , 即可得出结论;

(2) 由矩形和角平分线的性质得出  $\angle CDE = \angle CED = 45^\circ$ , 则  $EC = DC$ , 推出  $\angle CDO = 60^\circ$ , 证明  $\triangle OCD$  是等边三角形, 求出  $\angle OCB = 30^\circ$ , 根据直角三角形到现在即可得到结论.

**【解答】**(1) 证明:  $\because AD \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形;

(2) 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore OC = OD,$$



$\because \angle COD = 60^\circ$  ,  
 $\therefore \triangle COD$  是等边三角形,  
 $\therefore \angle DCO = 60^\circ$  ,  
 $\because DE$  平分  $\angle ADC$  ,  
 $\therefore \angle ADE = \angle CDE = 45^\circ$  ,  
 $\because AD \parallel BC$  ,  
 $\therefore \angle ADE = \angle CED = 45^\circ$  ,  
 $\therefore \triangle CDE$  是等腰直角三角形,  
 $\therefore CE = CD = 2$  ,  
 $\because \angle DBC = 30^\circ$  ,  
 $\therefore BC = \sqrt{3}CD = 2\sqrt{3}$  ,  
 $\therefore \triangle BED$  的面积为  $\frac{1}{2}BE \times CD = 2\sqrt{3} - 2$  .

**【点评】** 本题考查的是矩形的判定与性质、平行线的性质、角平分线的性质、等边三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、三角形内角和定理等知识，熟练掌握矩形的判定与性质和等边三角形的判定与性质是解题的关键.

24. **【分析】** (1) ①根据自变量有意义的条件即可求得;

②分别将  $x = -2, -1, 0, 1, 2$  代入  $y = 2|x|$  , 即可求得, 并根据列表画出函数图象;

③根据表格可知;

(2) 根据函数的定义判断即可.

**【解答】** 解: (1) ①自变量  $x$  的取值范围是任意实数,

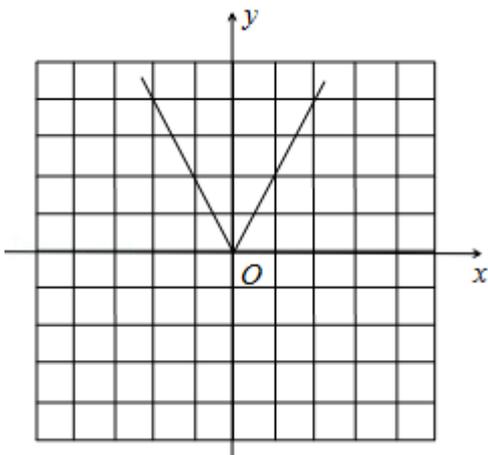
故答案为: 任意实数;

②分别将  $x = -2, -1, 0, 1, 2$  代入  $y = 2|x|$  ,

得  $y = 4, 2, 0, 2, 4$  ,

故答案为: 4, 2, 0, 2, 4.

$y = 2|x|$  函数图象如下:



③当自变量  $x$  的值从 1 增加到 2 时, 则函数  $y$  的值增加了 2,

故答案为: 2;



(2) 根据函数的定义, ①选项中, 当  $x$  取任意实数时, 都有唯一的  $y$  和它对应,

$\therefore y$  是  $x$  的函数,

故①选项符合题意;

②选项, 当  $x=0$  时,  $y=1$  或  $-1$ ,

$\therefore y$  不是  $x$  的函数,

故②选项不符合题意;

③选项当  $x$  取任意的非零数时, 都有唯一的  $y$  和它对应,

$\therefore y$  是  $x$  的函数,

故③选项符合题意;

④选项, 当  $x=0$  时,  $y=1$  或  $-1$ ,

$\therefore y$  不是  $x$  的函数,

故④选项不符合题意,

故答案为: ①③.

【点评】本题考查了函数图象的表示方法, 熟练掌握表格法和图象法以及函数的定义是解题的关键.

25. 【分析】(1) 根据平行四边形的判定方法一一判断即可;

(2) 分两种情形: 写出已知, 求证, 证明即可;

(3) 正确作出图形, 可得结论.

【解答】解: (1)  $B$  或  $C$ .

故答案为:  $B$  或  $C$ ;

(2) ①若选  $B$ , 一组对边平行, 一组对角相等的四边形是平行四边形.

已知: 四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle BAD = \angle BCD$ .

求证: 四边形  $ABCD$  是平行四边形.

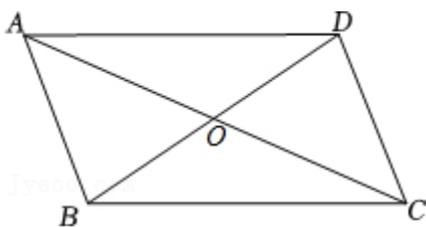


图1

$\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ ,  $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$ ,

$\because \angle BAD = \angle DCB$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle ADC$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行是平行四边形;

若选  $C$ , 一组对边平行, 一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形.



理由：∵  $AB \parallel CD$ ，

∴  $\angle BAO = \angle DCO$ ，

在  $\triangle OAB$  和  $\triangle OCD$  中，

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle COD \\ \angle BAO = \angle DCO, \\ AB = CD \end{cases}$$

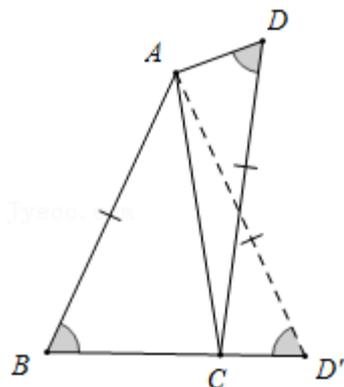
∴  $\triangle BAO \cong \triangle DCO(AAS)$ ，

∴  $AB = CD$ ，

∴ 四边形  $ABCD$  是平行四边形；

故答案为：一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形或一组对边平行，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形；

(3) 如图所示，四边形  $ABCD$  满足  $CD = AB$ ， $\angle D = \angle B$ ，但四边形  $ABCD$  不是平行四边形。



这样的四边形不一定是平行四边形，

所以命题 2“一组对边相等，一组对角相等的四边形是平行四边形”是一个假命题。

【点评】本题属于四边形综合题，主要考查了平行四边形的判定以及命题与定理的运用，解决问题的关键是掌握平行四边形的判定方法，解题时注意：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

26. 【分析】(1) ①由  $\angle MAB = 38^\circ$ ， $\angle NBA = 52^\circ$ ，可得  $\angle QMN = 90^\circ = \angle MQP = \angle QPN = \angle PNM$ ，又

$MN = MQ = PQ = PN$ ，即知四边形  $MNPQ$  是正方形；

②根据  $\angle MAB = 38^\circ$ ， $\angle NBA = 52^\circ$  可得  $\angle BAD = 90^\circ = \angle ADC = \angle DCB = \angle CBA = 90^\circ$ ，即得四边形  $ABCD$  是正方形，

从而四边形  $AMNB$  的面积是  $(AB^2 - MN^2) \div 4 = 3$ ；

(2) 补图形为等边三角形，由  $\angle MAB = 27^\circ$ ， $\angle NBA = 33^\circ$ ，得  $\triangle ABC$  是等边三角形， $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = 9\sqrt{3}$ ，

$\triangle DMN$  是等边三角形， $S_{\triangle DMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} MN^2 = \sqrt{3}$ ，即得  $S_{\text{四边形}AMNB} = (9\sqrt{3} - \sqrt{3}) \div 3 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ 。

【解答】解：(1) ①∵  $\angle MAB = 38^\circ$ ， $\angle NBA = 52^\circ$ ，

∴  $\angle AMN + \angle BNM = 360^\circ - \angle MAB - \angle NBA = 270^\circ$ ，

∴ 四个四边形全等，

∴  $\angle BNM = \angle AMQ$ ，



$$\therefore \angle AMN + \angle AMQ = 270^\circ,$$

$$\therefore \angle QMN = 90^\circ,$$

同理可得  $\angle MQP = \angle QPN = \angle PNM = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $MNPQ$  是矩形,

$$\because MN = MQ = PQ = PN,$$

$\therefore$  四边形  $MNPQ$  是正方形,

故答案为: 正方形;

$$\textcircled{2} \because \angle MAB = 38^\circ, \angle NBA = 52^\circ,$$

$$\therefore \angle MAB + \angle NBA = 90^\circ,$$

$$\because \angle NBA = \angle MAD,$$

$$\therefore \angle MAB + \angle MAD = 90^\circ, \text{ 即 } \angle BAD = 90^\circ,$$

同理  $\angle ADC = \angle DCB = \angle CBA = 90^\circ$ ,

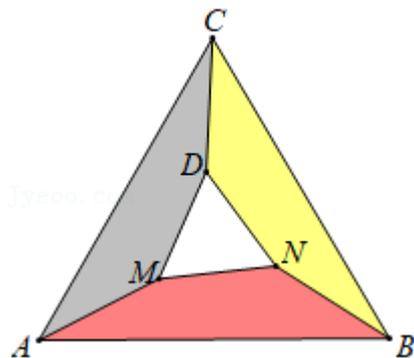
又  $AB = AD = CD = BC$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \text{ 四边形 } AMNB \text{ 的面积是 } (AB^2 - MN^2) \div 4 = (4^2 - 2^2) \div 4 = 3,$$

故答案为: 3;

(2) 补全图形如下:



$$\because \angle MAB = 27^\circ, \angle NBA = 33^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CAM + \angle MAB = \angle NBA + \angle MAB = 60^\circ,$$

同理  $\angle ACB = \angle CBA = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle ABC$  是等边三角形,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3},$$

$$\because \angle MAB = 27^\circ, \angle NBA = 33^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN + \angle BNM = 300^\circ,$$

$$\because \angle BNM = \angle AMD,$$

$$\therefore \angle AMN + \angle AMD = 300^\circ,$$

$$\therefore \angle DMN = 60^\circ,$$

同理  $\angle MDN = \angle DNM = 60^\circ$ ,



$\therefore \triangle DMN$  是等边三角形,

$$\therefore S_{\triangle DMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} MN^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AMNB} = (9\sqrt{3} - \sqrt{3}) \div 3 = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

故答案为:  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .

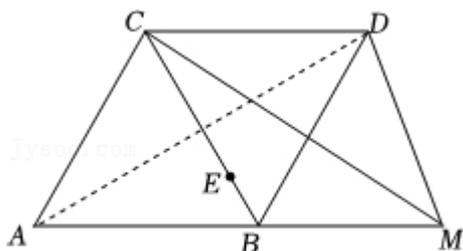
【点评】本题考查四边形面积, 解题的关键是根据已知拼出正方形和等边三角形, 掌握正方形和等边三角形面积公式.

27. 【分析】(1) 连接  $AD$ , 根据等边三角形的性质得  $AB = AC = BC = BD = CD$ , 可知四边形  $ABDC$  是菱形, 则有  $AD \perp BC$ ;

(2) 连接  $AE$ ,  $DE$ ,  $ME$ , 由菱形的性质知  $BC$  是  $AD$  的垂直平分线, 则  $AE = DE = EM$ , 再利用三角形内角和定理得  $\angle EDM + \angle EMD = 120^\circ$ , 从而证明结论;

(3) 连接  $EA$ , 作  $MF \parallel AC$  交  $BC$  于点  $F$ , 同理可证,  $EA = ED = EM$ ,  $\angle MED = 60^\circ$ , 再利用 AAS 证明  $\triangle MEF \cong \triangle EDC$ , 得  $EF = CD = BD$ , 从而证明结论.

【解答】(1) 证明: 如图, 连接  $AD$ ,



$\therefore \triangle ABC$  和  $\triangle DBC$  是等边三角形,

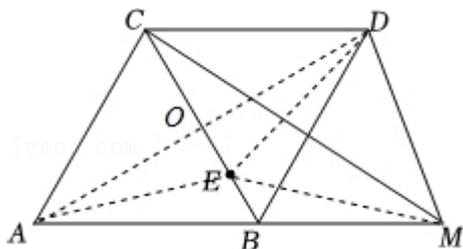
$$\therefore AB = AC = BC = BD = CD,$$

$\therefore$  四边形  $ABDC$  是菱形,

$$\therefore AD \perp BC;$$

(2) 解:  $\triangle DEM$  是等边三角形,

如图, 连接  $AE$ ,  $DE$ ,  $ME$ ,



由 (1) 可知, 四边形  $ABDC$  是菱形,

$$\therefore AD \perp BC, AO = DO, \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore AE = DE = ME,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle EDA, \angle EAM = \angle EMA,$$

$$\therefore \angle EDA + \angle EMA = \angle EAD + \angle EAM = 30^\circ,$$



$$\because \angle ADM + \angle AMD = 180^\circ - \angle BAD = 150^\circ,$$

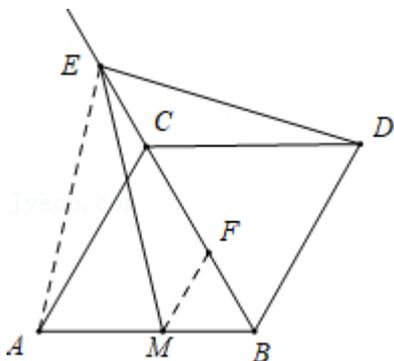
$$\therefore \angle EDM + \angle EMD = \angle ADM + \angle AMD - (\angle EDA + \angle EMA) = 120^\circ,$$

又 $\because ED = EM$ ,

$$\therefore \angle EDM = \angle EMD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DEM$  是等边三角形;

(3) 解: 如图, 连接  $EA$ , 作  $MF \parallel AC$  交  $BC$  于点  $F$ ,



同理可证:  $EA = ED = EM$ ,

$$\therefore \angle EAM = \angle EMA,$$

$$\therefore \angle EMA = \angle EDB,$$

$$\because \angle EMA + \angle EMB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDB + \angle EMB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MED + \angle MBD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MED = 60^\circ,$$

即  $\angle MEF + \angle CED = 60^\circ$ ,

$$\because \angle CDE + \angle CED = \angle DCB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MEF = \angle CDE, \quad \angle ECD = 180^\circ - \angle DCB = 120^\circ,$$

$\because MF \parallel AC$ ,

$$\therefore \angle MFB = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MFE = 180^\circ - \angle MFB = 120^\circ,$$

在  $\triangle MEF$  与  $\triangle EDC$  中,

$$\begin{cases} \angle MEF = \angle CDE \\ \angle MFE = \angle ECD, \\ ME = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MEF \cong \triangle EDC (\text{AAS}),$$

$$\therefore EF = CD = BD,$$

$$\because \angle MFB = 60^\circ, \quad \angle MBF = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle MFB$  是等边三角形,

$$\therefore MB = BF,$$

$$\therefore BE = BF + EF = BM + BD.$$

【点评】本题是三角形综合题, 主要考查了等边三角形的判定与性质, 菱形的判定与性质, 全等三角形的判定与性



质等知识，作辅助线构造全等三角形是解决问题（3）的关键.

28. 【分析】（1）等式反映的规律和算术平方根的意义解答即可；

（2）利用类比的方法解答即可；

（3）利用类比的方法解答即可；

（4）利用以上等式中的数字变化的规律解答即可.

【解答】解：（1）上面等式反映的规律用文字语言可描述如下：

存在带分数，它的算术平方根等于它的整数部分与分数部分的算术平方根的积.

故答案为：算术平方根，算术平方根；

$$(2) \sqrt{5\frac{5}{24}} = 5\sqrt{\frac{5}{24}};$$

故答案为：24；24；

$$(3) \text{具有上述等式的特征的等式为：} \sqrt{6\frac{6}{35}} = 6\sqrt{\frac{6}{35}} \text{（答案不唯一）.}$$

$$\text{故答案为：} \sqrt{6\frac{6}{35}} = 6\sqrt{\frac{6}{35}};$$

$$(4) y \text{ 与 } x \text{ 之间的关系可以表示为：} y = x^2 - 1.$$

故答案为： $y = x^2 - 1$ .

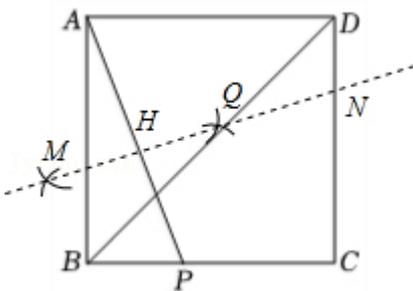
【点评】本题主要考查了二次根式的性质与化简，数字的变化规律，利用类比的方法解答是解题的关键.

29. 【分析】（1）根据尺规作图方法作出图形便可；

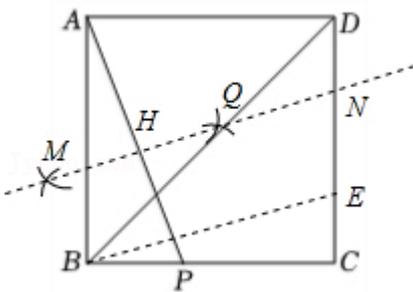
（2）先判断出  $BH = MN$ ，再根据  $BH = AP$  从而得到  $AP = MN$ ；

（2）先判断出  $QH = \frac{1}{2}AP$ ，代换即可得到结论.

【解答】（1）解：根据题意作图如下：



（2）证明：过  $B$  点作  $BE \parallel MN$  交  $CD$  于  $E$ ，则  $AP \perp BE$ ，如下图，



$\therefore BM \parallel NE$ ，

$\therefore$  四边形  $MBEN$  为平行四边形，



$$\therefore MN = BE,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形.

$$\therefore AB = BC, \quad \angle ABP = 90^\circ = \angle C,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle ABE = \angle BAP + \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle CBE,$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle BCE(ASA),$$

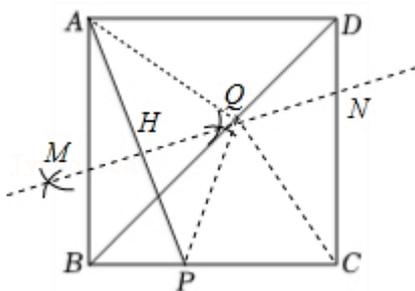
$$\therefore BE = AP,$$

$$\therefore MN = AP;$$

$$(3) \text{ 解: } HQ = \frac{1}{2}MN.$$

理由如下:

连接  $AQ$ ,  $PQ$ ,  $CQ$ , 如下图,



$\therefore$  正方形  $ABCD$  是轴对称图形,  $Q$  为对角线  $BD$  上一点,

$$\therefore AQ = CQ,$$

又  $\therefore MN$  垂直平分  $AP$ ,

$$\therefore AQ = PQ,$$

$$\therefore PQ = CQ,$$

$$\therefore \angle QPC = \angle QCP,$$

$$\therefore \angle QAB = \angle QCP,$$

$$\therefore \angle QAB = \angle QPC,$$

$$\therefore \angle QAB + \angle QPB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle AQP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AQP = 90^\circ,$$

$$\therefore QH = \frac{1}{2}AP,$$

由 (2) 知,  $AP = MN$ ,

$$\therefore HQ = \frac{1}{2}MN.$$

**【点评】** 此题属于四边形综合题, 主要考查了平行四边形的性质和判定, 正方形的性质, 全等三角形的性质和判定, 解本题的关键是构造全等三角形.

30. **【分析】** (1) ①依照题意画出图形即可;

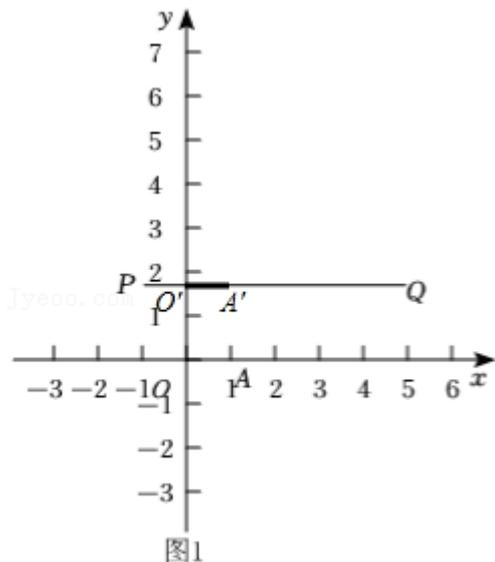


②当  $OA$  沿  $y$  轴平移到  $PQ$  上时，有最小平移距离为  $\sqrt{3}$ ，如图，当点  $A'$  与点  $Q$  重合时，有最大平移距离  $OO'$  的长。

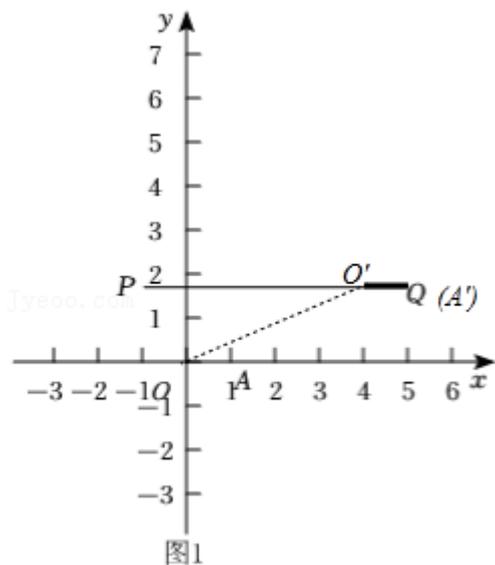
(2) ①当  $O'$  在  $BP$  上，点  $A'$  在  $RQ$  时，线段  $OA$  到等边  $\triangle PQR$  有最大平移距离为  $OO'$  的长，由等边三角形的性质和勾股定理可求解；

②找出特殊位置，由平移的性质可求解。

【解答】解：(1) ①如图所示：



②当  $OA$  沿  $y$  轴平移到  $PQ$  上时，有最小平移距离为  $\sqrt{3}$ ，如图，当点  $A'$  与点  $Q$  重合时，有最大平移距离  $OO'$  的长，



$$\because O'Q = OA = 1,$$

$$\therefore OO' = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (5-1)^2} = \sqrt{19},$$

故答案为：  $\sqrt{3}$ ，  $\sqrt{19}$ ；

(2) ①如图，当  $O'$  在  $BP$  上，点  $A'$  在  $RQ$  时，线段  $OA$  到等边  $\triangle PQR$  有最大平移距离为  $OO'$  的长，

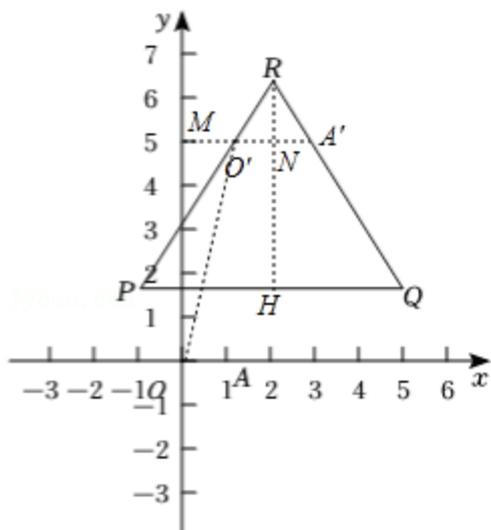


图2

过点  $R$  作  $RH \perp PQ$  于  $H$ ，交  $A'O'$  于点  $N$ ，延长  $A'O'$  交  $y$  轴于  $M$ ，

$\because \triangle PQR$  是等边三角形， $P(-1, \sqrt{3})$ ， $Q(5, \sqrt{3})$ ， $RH \perp PQ$ ，

$\therefore PQ = 6$ ， $PH = 3$ ， $RH = 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore R(2, 4\sqrt{3})$ ，

由平移可得： $O'A' \parallel PQ$ ， $A'O' = 1$ ，

$\therefore \angle RO'A' = \angle P = 60^\circ$ ， $\angle RA'O' = \angle Q = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle RA'O'$  是等边三角形，

$\therefore RN \perp O'A'$ ，

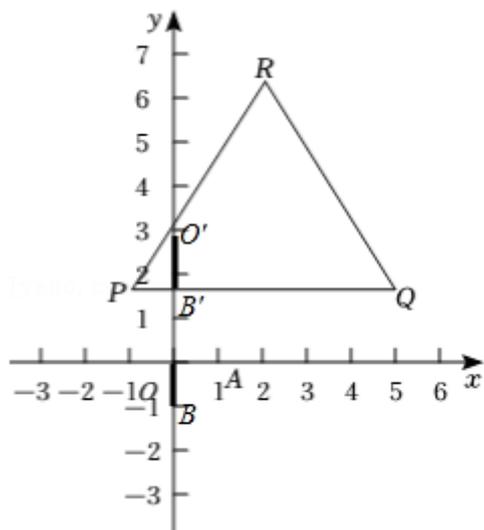
$\therefore O'N = \frac{1}{2}$ ， $RN = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore O'M = \frac{3}{2}$ ， $OM = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore OO' = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{147}{4}} = \sqrt{39}$ ，

$\therefore$  线段  $OA$  到等边  $\triangle PQR$  有最大平移距离为  $\sqrt{39}$ ；

②如图，当点  $B$  坐标为  $(0, -1)$  时，将  $OB$  沿  $y$  轴平移，当点  $B'$  平移到  $PQ$  上时，线段  $OB$  到等边  $\triangle PQR$  的最小平移距离为  $BB'$  的长，

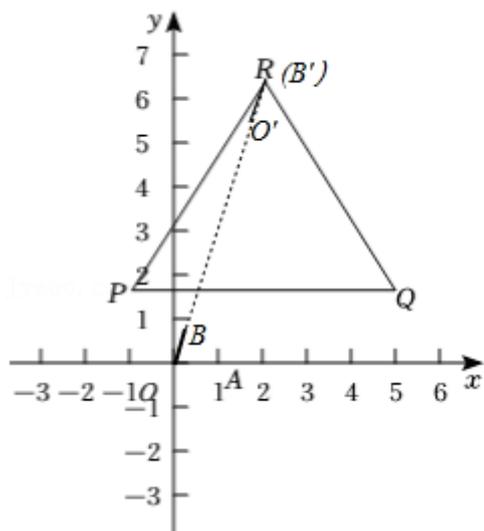


$$\because OB=1, P(-1, \sqrt{3}), Q(5, \sqrt{3}),$$

$$\therefore BB' = \sqrt{3} + 1,$$

$\therefore$  线段  $OB$  到等边  $\triangle PQR$  的最小平移距离为  $\sqrt{3} + 1$ ,

如图, 连接  $OR$ , 当点  $B$  在线段  $OR$  上时, 将点  $B'$  与  $R$  重合时, 线段  $OB$  到等边  $\triangle PQR$  的最大平移距离的最小值为  $BB'$  的长,



$$\because R(2, 4\sqrt{3}),$$

$$\therefore OR = \sqrt{(2-0)^2 + (4\sqrt{3}-0)^2} = 2\sqrt{13},$$

$$\because OB=1,$$

$$\therefore BB' = 2\sqrt{13} - 1,$$

$\therefore$  线段  $OB$  到等边  $\triangle PQR$  的最大平移距离的最小值为  $2\sqrt{13} - 1$ ,

故答案为:  $\sqrt{3} + 1, 2\sqrt{13} - 1$ .

**【点评】** 本题是三角形综合题, 考查了等边三角形的性质, 平移的性质, 勾股定理等知识, 掌握平移重合变换的平移距离的定义并运用是解题的关键.